Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. 17, S. 1 (2001), 54–61

LẬP LUẬN TRONG CÁC HỆ TRI THỨC F-LUẬT

NGUYỄN THANH THỦY, PHAN DƯƠNG HIỆU

Abstract. We consider in this paper knowledge systems whose knowledge base consists of F-rules. Each rule allows us to find the truth probability interval of the consequence as a function of the ones of premises. Its reasoning process is an iterative execution of a deduction operator on F-rules. A knowledge system is called stable iff it is consistent and its reasoning process is stationary. We have found a necessary and sufficient condition for a strongly monotone knowledge system to be stable and proved that the reasoning process is stationary for knowledge systems with knowledge base represented by "cracked graph".

Tóm tắt. Trong bài này ta xét các hệ tri thức với cơ sở tri thức gồm các F-luật, mỗi luật cho ta qui tắc tính khoảng xác suất đúng của kết luận dưới dạng một hàm đối với các khoảng xác suất đúng của các tiền đề. Quá trình lập luận mô tả việc thực hiện lặp toán tử suy diễn trên các F-luật của hệ. Một hệ tri thức được gọi là ổn định khi nó phi mâu thuẫn và quá trình lập luận là dừng. Chúng tôi đã tìm được điều kiện cần và đủ để một hệ tri thức đơn điệu mạnh là ổn định và cũng chứng minh được rằng đối với các hệ tri thức có đồ thị biểu diễn cơ sở tri thức "bị rạn", quá trình lập luận là dừng.

1. MỞ ĐẦU

Trong lĩnh vực trí tuệ nhân tạo, việc xây dựng các hệ tri thức là một trong những vấn đề trung tâm được nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu. Một hệ tri thức gồm một cơ sở tri thức và một cơ chế lập luận. Trong thực tế, các tri thức thường là không chắc chắn. Có nhiều cách biểu diễn tri thức không chắc chắn với những phương pháp lập luận khác nhau [1, 2, 4]. Một cách tiếp cận đến các tri thức dạng này, hệ tri thức F-luật mà ta sẽ xét dưới đây, đã được đề xuất trong [3, 5].

Vấn đề quan trọng là nghiên cứu tính ổn định và tính dừng của hệ tri thức (Một hệ tri thức được coi là dừng khi quá trình lập luận sẽ dừng sau một số hữu hạn bước lặp. Một hệ tri thức là ổn định khi nó phi mâu thuẫn và dừng).

Trong [5] đưa ra điều kiện nhận biết tính dừng của hệ tri thức F-luật là: i) hoặc mọi hàm xuất hiện trong các F-luật không tăng theo mọi biến khoảng của nó, ii) hoặc đồ thị biểu diễn tri thức phi chu trình. Hai trường hợp này thu hẹp đáng kể họ các cơ sở tri thức trong các bài toán thực tế.

Trong bài này, chúng tôi xét các hệ tri thức đơn điệu mạnh. Định lý 1 đưa ra điều kiện cần và đủ để hệ tri thức đơn điệu mạnh là ổn định. Một nhận xét là tính đơn điệu mạnh của F-luật phản ánh sát thực và trực quan quan hệ nhân quả giữa tiền đề và kết luận theo nghĩa khi có nhiều thông tin hơn về tiền đề thì sẽ có nhiều thông tin hơn về kết luận. Khi xét hệ tri thức bất kỳ (gồm cả F-luật không tăng và đơn điệu mạnh), các tác giả đã chứng minh được tính dừng của quá trình lập luận nếu đồ thị biểu diễn cơ sở tri thức của hệ hoặc không có chu trình, hoặc nếu có thì mọi chu trình đều chứa cung rạn (Định lý 2). Có thể nhận thấy các kết quả trong [5] là trường hợp riêng của các kết quả được đưa ra.

2. HỆ TRI THỨC F-LUẬT VỚI GIÁ TRỊ KHOẢNG

2.1. Định nghĩa

Gọi tập các khoảng con của $[0,1]$ là $C[0,1] = \{[\alpha, \beta] \,|\, 0 \leq \alpha \leq \beta \leq 1\}$.

Sự kiện: là một cặp gồm một atom S và một khoảng $I \in C[0,1]$ và được kí hiệu là $\langle S, I \rangle$ với nghĩa rằng xác suất đúng của S nằm trong khoảng I (ta nói I là giá trị của atom S).

Tri thức dạng F-luật (gọi tắt là F-luật) có dạng sau:

$$r : \langle S_1, I_1\rangle \wedge \cdots \wedge \langle S_n, I_n\rangle \to \langle S, I = f(I_1, ..., I_n)\rangle, \tag{1}$$

trong đó f là hàm của các biến khoảng I_i.

Cơ sở tri thức F-luật (kí hiệu là $\mathcal{B}$) gồm hai thành phần: tập các sự kiện $\mathcal{B}_f = \{\langle S, I\rangle\}$ và tập các F-luật $\mathcal{B}_r = \{r_i\}$. Mỗi luật $r_i \in \mathcal{B}_r$ có dạng:

$$r_i = \langle A_{i_1}, I_{i_1}\rangle \wedge \cdots \wedge \langle A_{I_{m_i}}, I_{i_{m_i}}\rangle \to \langle A_i, I_i = f_i(I_{i_1}, ..., I_{i_{m_i}})\rangle. \tag{2}$$

Ký hiệu Γ là tập các atom xuất hiện trong các luật của cơ sở tri thức $\mathcal{B}$.

Toán tử suy diễn $t_{\mathcal{B}}$ trên cơ sở tri thức $\mathcal{B}$: Gọi $\mathcal{J}$ là tập các ánh xạ từ Γ vào $C[0,1]$. Mỗi $I \in \mathcal{J}$ được xem là phép gán giá trị cho các atom. Khi đó, $t_{\mathcal{B}} : \mathcal{J} \to \mathcal{J}$ được xác định như sau:

$$t_{\mathcal{B}}(I)(A) = I(A) \cap \Big(\bigcap_{i \in E_A} f_i(I_{i_1}, ..., I_{i_{m_i}})\Big), \quad \forall A \in \Gamma, \tag{3}$$

trong đó: $I \in \mathcal{J}$ và E_A là tập các luật có vế phải chứa atom A.

Hệ tri thức F-luật (kí hiệu là $\Delta_{\mathcal{B}}$) bao gồm cơ sở tri thức $\mathcal{B}$ và toán tử suy diễn $t_{\mathcal{B}}$.

Giá trị các atom đối với hệ tri thức $\Delta_{\mathcal{B}}$:

+ Phép gán trị ban đầu cho các atom $I_0^{\mathcal{B}} \in \mathcal{J}$:

$$I_0^{\mathcal{B}}(A_i) = I_i \text{ nếu } \langle A_i, I_i\rangle \in \mathcal{B}_f \text{ và } I_0^{\mathcal{B}}(A_i) = [0,1] \text{ nếu ngược lại.} \tag{4}$$

+ Phép gán trị cho các atom sau bước lặp thứ n $(n \geq 1)$

$$I_n^{\mathcal{B}} \in \mathcal{J} : I_n^{\mathcal{B}} = t_{\mathcal{B}}(I_{n-1}^{\mathcal{B}}). \tag{5}$$

Phân loại các hệ tri thức:

- Hệ $\Delta_{\mathcal{B}}$ là phi mâu thuẫn tại bước lặp thứ n khi: $\forall A \in \Gamma : I_A^n \neq \emptyset$.
- Hệ $\Delta_{\mathcal{B}}$ là phi mâu thuẫn khi với mọi n, $\Delta_{\mathcal{B}}$ là hệ phi mâu thuẫn tại bước lặp thứ n.
- Hệ $\Delta_{\mathcal{B}}$ là dừng tại bước lặp thứ n khi: $\forall A \in \Gamma : I_A^n = I_A^{n-1}$.
- Hệ $\Delta_{\mathcal{B}}$ là dừng khi có n để $\Delta_{\mathcal{B}}$ là hệ dừng tại bước lặp thứ n.
- Hệ $\Delta_{\mathcal{B}}$ là ổn định tại bước lặp thứ n khi $\Delta_{\mathcal{B}}$ vừa là hệ phi mâu thuẫn vừa là hệ dừng tại bước lặp thứ n.
- Hệ $\Delta_{\mathcal{B}}$ là ổn định khi có n để $\Delta_{\mathcal{B}}$ là hệ ổn định tại bước lặp thứ n.

Một số kí hiệu:

- Ta viết I_A^n thay cho $I_n^{\mathcal{B}}(A)$, viết $f_i(I^n)$ thay cho $f_i(I_{i_1}^n, ..., I_{i_{m_i}}^n)$ (trong đó $I_{i_j}^n$ là giá trị của atom A_{i_j} sau bước lặp thứ n).
- left_i, right_i tương ứng là tập các atom xuất hiện ở vế trái, vế phải của luật r_i.
- Với mỗi khoảng $I = [x, y] \in C[0,1]$, ta đặt: $l(I) = x$, $r(I) = y$.

2.2. Đồ thị có hướng tương ứng với cơ sở tri thức dạng F-luật

Đồ thị có hướng G tương ứng với hệ tri thức $\Delta_{\mathcal{B}}$ gồm tập đỉnh Γ và tập cung có hướng

$$E = \{(X, Y) \mid \exists r_i : X \in \text{left}_i, Y \in \text{right}_i\}. \tag{6}$$

Kí hiệu $d_{\max}(A, B)$ với $A, B \in \Gamma$ là độ dài đường đi xa nhất từ A tới B trong G thỏa mãn mỗi đỉnh đi qua tối đa một lần.

Độ sâu của đỉnh $A \in \Gamma$:

$$\text{Depth}(A) = \max_{X \in \Gamma} d_{\max}(X, A). \tag{7}$$

3. HỆ TRI THỨC ĐƠN ĐIỆU MẠNH

3.1. Một số khái niệm mở đầu

- Với $A, X \in \Gamma$ và số tự nhiên n ta định nghĩa các tân từ sau:
  - $\text{Cl}(A, n) \equiv l(I_A^n) > l(I_A^{n-1})$ (8)

- $\mathrm{Cr}(A,n) \equiv r(I_A^n) < r(I_A^{n-1})$ (9)
- $\mathrm{C}(A,n) \equiv I_A^n \subset I_A^{n-1}$; $(\Leftrightarrow \mathrm{Cl}(A,n) \vee \mathrm{Cr}(A,n))$ (10)
- $\mathrm{actl}(X, A, n)$ = True khi và chỉ khi thỏa mãn đồng thời hai điều kiện: (11)
  a. $\mathrm{Cl}(A,n)$,
  b. $l(I_A^n) = l(\bigcap_{i \in T_X \cap E_A} f_i(I^{n-1}))$, trong đó $T_X = \{i | X \in \mathrm{left}_i\}$

  (Nghĩa là X tác động làm giá trị của A bị co trái ở bước lặp thứ n).
- $\mathrm{actr}(X, A, n)$ = True khi và chỉ khi thỏa mãn đồng thời hai điều kiện: (12)
  a. $\mathrm{Cr}(A,n)$,
  b. $r(I_A^n) = l(\bigcap_{i \in T_X \cap E_A} f_i(I^{n-1}))$, trong đó $T_X = \{i | X \in \mathrm{left}_i\}$

  (Nghĩa là X tác động làm giá trị của A bị co phải ở bước lặp thứ n).

• Với $A \in \Gamma$, ta gọi l-đường (hoặc r-đường) bậc n của A là một dãy $X_1 \to X_2 \to \ldots \to X_n = A$, với $X_i \in \Gamma$ tương ứng thỏa mãn: $\forall i = \overline{1, n-1}$: $\mathrm{actl}(X_i, X_{i+1}, i+1)$ (hoặc $\mathrm{actr}(X_i, X_{i+1}, i+1)$). Khi đó với $1 \le k \le n$ ta có $X_k \to \ldots \to X_n = A$ là một l-đường bậc $n-k+1$ của A.

• Đường đơn là một dãy $X_1 \to X_2 \to \ldots \to X_n$ với $X_i \in \Gamma$ và $X_i \neq X_j$, $\forall\ 1 \le i \neq j \le n$.

3.2. Luật đơn điệu trái (phải)

Xét luật $r : \langle S_1, l_1 \rangle \wedge \ldots \wedge \langle S_n, I_n \rangle \to \langle S, I = f(I_1, \ldots, I_n) \rangle$ trong cơ sở tri thức $\mathcal{B}$.
r được gọi là đơn điệu trái khi với hai bộ giá trị bất kỳ $(I_1, \ldots, I_n, I)$ và $(I'_1, \ldots, I'_n, I')$ thỏa mãn: $I'_i \subseteq I_i$ $\forall i = \overline{1, n}$, trong đó $I = f(I_1, \ldots, I_n)$ và $I' = f(I'_1, \ldots, I'_n)$ nếu:
  + $(\exists i : S_i \in \Gamma_r$ và $l(I_i) < l(I'_i))$ thì $l(I) < l(I')$.
  + $(\forall i : l(I_i) = l(I'_i))$ thì $l(I) < l(I')$.

r được gọi là đơn điệu phải khi với hai bộ giá trị bất kỳ $(I_1, \ldots, I_n)$ và $(I'_1, \ldots, I'_n, I')$ thỏa mãn: $I'_i \subseteq I_i$ $\forall i = \overline{1, n}$, trong đó $I = f(I_1, \ldots, I_n)$ và $I' = f(I'_1, \ldots, I'_n)$ nếu:
  + $(\exists i : S_i \in \Gamma_r$ và $r(I_i) < r(I'_i))$ thì $l(I) < l(i')$.
  + $(\forall i : r(I_i) = r(i'_i))$ thì $r(I) = r(i')$.

Cơ sở tri thức $\mathcal{B}$ được gọi là *cơ sở tri thức đơn điệu mạnh* khi mọi luật của nó vừa là đơn điệu trái vừa là đơn điệu phải.

Hệ tri thức $\Delta_{\mathcal{B}}$ được gọi là *hệ tri thức đơn điệu mạnh* khi cơ sở tri thức của nó là đơn điệu mạnh.

Ví dụ 1. Xét cơ sở tri thức $\mathcal{B} : A[x, y] \to A[\frac{x}{2}, \frac{y}{2}]$. Hệ $\Delta_{\mathcal{B}}$ là đơn điệu mạnh.

Ta thấy hệ tri thức $\Delta_{\mathcal{B}}$ không dừng và do đó, không ổn định.

3.3. Tính ổn định của hệ tri thức đơn điệu mạnh

Định lý 1. *Giả sử $\Delta_{\mathcal{B}}$ là hệ tri thức đơn điệu mạnh. Đặt $N_{\max} = \max_{A \in \Gamma} \mathrm{Depth}(A) + 1$. Hệ tri thức $\Delta_{\mathcal{B}}$ là ổn định khi và chỉ khi nó ổn định tại bước lặp thứ $N_{\max}$.*

Trước hết ta sẽ chứng minh các bổ đề sau:

Bổ đề 1. *Xét hệ tri thức $\Delta_{\mathcal{B}}$ đơn điệu mạnh, phi mâu thuẫn. Nếu có $A \in \Gamma$ và số $n \ge 2$ sao cho $\mathrm{Cl}(A,n)$ ($\mathrm{Cr}(A,n)$ tương ứng) thì có $X \in \Gamma$ sao cho $\mathrm{Cl}(X, n-1)$ và $\mathrm{actl}(X, A, n)$ ($\mathrm{Cr}(X, n-1)$ và $\mathrm{actr}(X, A, n)$ tương ứng).*

Chứng minh. Ta xét $\mathrm{Cl}(A,n)$. Theo định nghĩa (8) ta có:

$$l(I_A^{n-1}) < l(\bigcap_{j \in E_A} f_j(I^{n-1})) = l(I_A^n). \tag{13}$$

Luôn có

$$j_0 \in E_A : l(f_{j_0}(I^{n-1})) = l(\bigcap_{j \in E_A} f_j(I^{n-1}) = l(I_A^n) > l(I_A^{n-1}). \tag{14}$$

Suy ra

$$l(f_{j_0}(I^{n-1})) > l(f_{j_0}(I^{n-2})). \tag{15}$$

Do đó

$$\exists\, X \in \mathrm{left}_{j_0} : \mathrm{Cl}(X, n{-}1). \tag{16}$$

Như vậy từ (14), (16) ta có:

$$l(I_A^n) \geq l(\bigcap_{j \in T_X \cap E_A} f_j(I^{n-1}) \geq l(f_{j_0}(I^{n-1})) = l(I_A^n). \tag{17}$$

Từ (17), rút ra:

$$l(I_A^n) = l(\bigcap_{j \in T_X \cap E_A} f_j(I^{n-1})). \tag{18}$$

Từ (16), (18) ta có $\mathrm{actl}(X, A, n)$ (theo định nghĩa (11)).

Chứng minh tương tự với đối với trường hợp $Cr(A, n)$. □

Bổ đề 2. *Xét hệ tri thức Δ_B đơn điệu mạnh, phi mâu thuẫn. Nếu có $A \in \Gamma$ và số $n \geq 2$ sao cho $\mathrm{Cl}(A, n)$ ($\mathrm{Cr}(A, n)$ tương ứng) thì luôn tồn tại l-đường (r-đường tương ứng) bậc n của A.*

Chứng minh. Ta xét trường hợp $\mathrm{Cl}(A, n)$.

Đặt $X_n = A$. Do $\mathrm{Cl}(X_n, n)$ nên $\exists\, X_{n-1} \in \Gamma : \begin{cases} \mathrm{Cl}(X_{n-1},\, n-1) \\ \mathrm{actl}(X_{n-1},\, X_n,\, n) \end{cases}$ (theo Bổ đề 1).

Tương tự $\forall i = n-1, n-2, ..., 2$ ta có: $\mathrm{Cl}(X_i, i) \Rightarrow \exists\, X_{i-1} \in \Gamma : \begin{cases} \mathrm{Cl}(X_{i-1},\, i-1) \\ \mathrm{actl}(X_{i-1},\, X_i,\, i) \end{cases}$.

Dođó dãy $X_1 \to X_2 \to ... \to X_n = A$ là một l-đường bậc n của A.

Chứng minh tương tự đối với trường hợp $\mathrm{Cr}(A, n)$. □

Bổ đề 3. *Xét hệ tri thức Δ_B đơn điệu mạnh, phi mâu thuẫn. Giả sử $X_k \to ... \to X_n$ là một l-đường (r-đường tương ứng) đơn bậc $n-k+1$ của A. Khi đó nếu $\exists\, k_0 > k : \mathrm{Cl}(X_k, k_0)$ ($\mathrm{Cr}(X_k, k_0)$ tương ứng) thì $\exists n_0 > n : \mathrm{Cl}(X_n, n_0)$ ($\mathrm{Cr}(X_n, n_0)$ tương ứng).*

Chứng minh. Ta xét trường hợp $X_k \to ... \to X_n$ là một *l-đường* đơn bậc $n - k + 1$ của A.

Từ $\mathrm{Cl}(X_k, k_0)$, ta có $l(I_{X_k}^{k_0}) > l(I_{X_k}^{k_0-1}) \geq l(I_{X_k}^k)$. Suy ra $\forall j \in T_{X_k} : l(f_j(I^{k_0})) > l(f_j(I^k))$ (vì mọi luật đều là đơn điệu mạnh)

$$\Rightarrow l(\bigcap_{j \in T_{X_k} \cap E_{X_{k+1}}} f_j(I^{k_0})) > l(\bigcap_{j \in T_{X_k} \cap E_{X_{k+1}}} f_j(I^k)). \tag{19}$$

Mặt khác

$$l(I_{X_k}^{k_0+1}) \geq l(\bigcap_{j \in T_{X_k} \cap E_{X_{k+1}}} f_j(I^{k_0})). \tag{20}$$

Hơn nữa:

$$\mathrm{actl}(X_k,\, X_{k+1},\, k+1) \Rightarrow l(I_{X_{k+1}}^{k+1}) = l(\bigcap_{j \in T_{X_k} \cap E_{X_{k+1}}} f_j(I^k)). \tag{21}$$

Từ (19), (20), (21) rút ra:

$$l(I_{X_{k+1}}^{k_0+1}) > l(I_{X_{k+1}}^{k+1}),$$

hay

$$\exists\, k_1 : k+1 < k_1 \leq k_0 + 1 : \mathrm{Cl}(X_{k+1},\, k_1).$$

Chứng minh tương tự, ta có: $\forall i = \overline{2, n-k}$, $\exists\, k_i : k + i < k_i < k_{i-1} + 1 : \mathrm{Cl}(X_{k+i}, k_i)$. Nghĩa là $\exists\, n_0 = k_{n-k} > k + (n-k) = n : \mathrm{Cl}(X_n, n_0)$.

Chứng minh tương tự cho trường hợp $X_k \to ... \to X_n$ là một *r-đường* đơn bậc $n - k + 1$ của A. □

Bổ đề 4. *Xét hệ tri thức Δ_B đơn điệu mạnh, phi mâu thuẫn. Nếu có $A \in \Gamma$ sao cho $\exists N > \text{Depth}(A)$ thỏa mãn $\text{Cl}(A, N)$ ($\text{Cr}(A, N)$ tương ứng) thì $\exists N^* > N : \text{Cl}(A, N^*)$ ($\text{Cr}(A, N^*)$ tương ứng).*

Chứng minh. Xét trường hợp $\exists N > \text{Depth}(A)$ thỏa mãn $\text{Cl}(A, N)$.

Vì $\text{Cl}(A, N)$ nên tồn tại l-đường bậc N của $A: X_1 \to X_2 ... \to X_N = A$ (Bổ đề 2). Hơn nữa do $N > \text{Depth}(A)$ nên ắt có i và j ($i < j \leq N$) sao cho $X_i = X_j$ (tức l-đường bậc N của A chứa chu trình). Gọi i_0 là chỉ số i lớn nhất có tính chất đó và j_0 là chỉ số duy nhất tương ứng.
Dễ thấy $X_{i_0+1} \to ... \to X_N$ là một đường đơn và là một l-đường bậc $N - i_0$ của A.
Do $X_1 \to ... \to X_N = A$ là l-đường bậc N của A nên $\text{Cl}(X_{j_0}, j_0)$. Vì $X_{i_0} = X_{j_0}$ nên ta có: $\text{Cl}(X_{i_0}, j_0)$.

Xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: $l(I^{i_0+1}_{X_{i_0+1}}) = l(I^{j_0}_{X_{i_0+1}})$

$$\text{Cl}(X_{i_0}, j_0) \Rightarrow l(I^{j_0}_{X_{i_0}}) > l(I^{i_0}_{X_{i_0}})$$

$$\Rightarrow \forall j \in T_{X_{i_0}} : l\big(f_j(I^{j_0})\big) > l\big(f_j(I^{i_0})\big) \text{ (vì mọi luật đều là đơn điệu mạnh)}$$

$$\Rightarrow l\Big(\bigcap_{j \in T_{X_{i_0}} \cap E_{X_{i_0}}} f_j(I^{j_0})\Big) > l\Big(\bigcap_{j \in T_{X_{i_0}} \cap E_{X_{i_0}}} f_j(I^{i_0})\Big). \tag{22}$$

Ta có:
$$l(I^{j_0+1}_{X_{i_0+1}}) \geq l\Big(\bigcap_{j \in T_{X_{i_0}} \cap E_{X_{i_0}}} f_j(I^{j_0})\Big). \tag{23}$$

Vì $\text{actl}(X_{i_0}, X_{i_0+1}, i_0)$ nên
$$l(I^{i_0+1}_{X_{i_0+1}}) = l\Big(\bigcap_{j \in T_{X_{i_0}} \cap E_{X_{i_0}}} f_j(I^{i_0})\Big). \tag{24}$$

Từ (22), (23), (24) rút ra: $l(I^{j_0+1}_{X_{i_0+1}}) > l(I^{i_0+1}_{X_{i_0+1}}) = l(I^{j_0}_{X_{i_0+1}})$.

Do đó: $\text{Cl}(X_{i_0+1}, j_0 + 1)$.
Theo bổ đề 3: $\exists N^* > N : \text{Cl}(A, N^*)$ (vì $j_0 + 1 > i_0 + 1$).

Trường hợp 2: $l(I^{i_0+1}_{X_{i_0+1}}) < l(I^{j_0}_{X_{i_0+1}})$

Khi đó $\exists i_1 : i_0 + 1 < i_1 \leq j_0 : \text{Cl}(X_{i_0+1}, i_1)$. Theo Bổ đề 3: $\exists N^* > N : \text{Cl}(A, N^*)$.

Chứng minh tương tự cho trường hợp $\exists N > \text{Depth}(A)$ thỏa mãn $\text{Cr}(A, N)$. □

Nhận xét: Từ Bổ đề 4, ta có thể xác định tính bất biến về giá trị của atom A sau $N_A = \text{Depth}(A) + 1$ bước.

Chứng minh Định lý 1.

Chiều thuận: Ta chứng minh mệnh đề phản đảo tương ứng của nó. Giả sử hệ không ổn định tại bước $N_{\max}$ nghĩa là $\exists A \in \Gamma$ sao cho:

hoặc $I_A^{N_{\max}} \neq I_A^{N_{\max}-1}$ (25)

hoặc $I_A^{N_{\max}} = \emptyset$. (26)

Khi đó, cần phải chứng tỏ rằng hệ không ổn định.

Thật vậy, nếu xảy ra (25) thì hệ mâu thuẫn, do đó hệ không ổn định.

Đối với trường hợp (26), ta có $\exists A \in \Gamma : (\text{Cl}(A, N_{\max}))$ hoặc $(\text{Cr}(A, N_{\max}))$.

Không mất tính tổng quát ta xét $\exists A \in \Gamma : \text{Cl}(A, N_{\max})$.

Trường hợp hệ mâu thuẫn, hiển nhiên hệ không ổn định.

Ta sẽ chứng minh rằng nếu hệ tri thức là phi mâu thuẫn và có $A \in \Gamma$ để $\text{Cl}(A, N_{\max})$ (27)
thì hệ sẽ không dừng.

Mệnh đề này được chứng minh bằng phản chứng.

Giả sử hệ đã cho là dừng. Khi đó:

$$\exists N_A : \text{Cl}(A, N_A) \text{ và } \forall n > N_A : \neg\text{Cl}(A, n). \tag{28}$$

Do (27) nên $N_A \geq N_{\max} > \mathrm{Depth}(A)$.
Theo Bổ đề 4: $\exists N^* > N_A : \mathrm{Cl}(A, N^*)$. Điều này trái với (28).

Chiều nghịch: Giả sử hệ ổn định tại bước $N_{\max}$.
Khi đó:
$$\forall A \in \Gamma : I_A^{N_{\max}} = I_A^{N_{\max}-1} \Rightarrow \forall j : f_j(I^{N_{\max}+1}) = f_j(I^{N_{\max}})$$
$$\Rightarrow \forall A \in \Gamma : I_A^{N_{\max}+1} = I_A^{N_{\max}}.$$

Chứng minh tương tự: $\forall A \in \Gamma : \forall n \geq N_{\max} : I_A^n = I_A^{n-1}$, tức là hệ dừng. (29)
Vì $\forall A \in \Gamma : I_A^{N_{\max}} \neq \emptyset \Rightarrow \forall n \geq N_{\max} : I_A^n \neq \emptyset$, tức là hệ phi mâu thuẫn. (30)
Từ (29), (30) suy ra hệ ổn định. □

Ví dụ sau đây chỉ ra trường hợp một hệ tri thức đơn điệu mạnh, chứa chu trình, không ổn định ở bước lặp $N_{\max} - 1$ nhưng ổn định ở bước lặp $N_{\max}$.

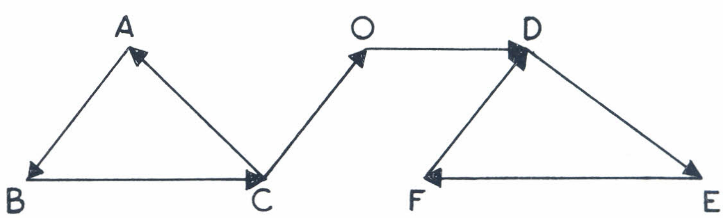
Ví du 2. Xét cơ sở tri thức $\mathcal{B}$:

$A[\frac{1}{2}, 1]$; $A(x, y) \to B(x, y)$; $B(x, y) \to C(x, y)$; $C(x, y) \to A(\frac{x}{2}, y)$;

$C(x, y) \to O(x, y)$; $O(x, y) \to D(x, y)$; $D(x, y) \to E(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, y)$;

$E(x, y) \to F(x, y)$; $F(x, y) \to D(x, y)$.

Đồ thị tương ứng với hệ tri thức $\Delta_{\mathcal{B}}$:



Với cơ sở tri thức trên ta thấy $N_{\max} = 7$.

Sau đây là giá trị các atom sau các phép biến đổi:

Bước lặp	A	B	C	O	D	E	F
0	$[\frac{1}{2}, 1]$	$0, 1]$	$0, 1]$	$0, 1]$	$0, 1]$	$0, 1]$	$0, 1]$
1	–	$[\frac{1}{2}, 1]$	–	–	–	$[\frac{1}{4}, 1]$	–
2	–	–	$[\frac{1}{2}, 1]$	–	–	–	$[\frac{1}{4}, 1]$
3	–	–	–	$[\frac{1}{2}, 1]$	$[\frac{1}{4}, 1]$	–	–
4	–	–	–	–	$[\frac{1}{2}, 1]$	$[\frac{3}{8}, 1]$	–
5	–	–	–	–	–	$[\frac{1}{2}, 1]$	$[\frac{3}{8}, 1]$
6	–	–	–	–	–	–	$[\frac{1}{2}, 1]$
7	–	–	–	–	–	–	–

(Dấu "–" trong bảng ngầm hiểu giá trị của atom vẫn giữ nguyên như bước lặp trước).

Từ bảng trên ta thấy atom F có một l-đường bậc 5: $E \to F \to D \to E \to F$ chứa chu trình và ở bước 6 hệ không ổn định nhưng ở bước lặp thứ 7 ($= N_{\max}$) hệ lại ổn định.

4. HỆ TRI THỨC ĐƯỢC BIỂU DIỄN BỞI MỘT ĐỒ THỊ BỊ RẠN

4.1. Cung rạn

Xét đồ thị $G = (V, E)$ biểu diễn cho hệ tri thức $\Delta_{\mathcal{B}}$.

Ta nói rằng hàm $f(I_1, ..., I_n)$ không tăng theo thành phần j (còn nói, theo thành phần I_j) nếu với hai bộ $(I_1, ..., I_n)$ và $(I'_1 ..., I'_n)$ thỏa mãn: $I'_i = I_i$ ($\forall i = \overline{1,n},\ i \neq j$) và $I'_j \subset I_j$ ta luôn có $f(I_1, ..., I_n) \subseteq f(I'_1, ..., I'_n)$.
(Khái niệm này yếu hơn nhiều khái niệm không tăng trong [5]).

Ta định nghĩa $(X, Y) \in E$ là một cung rạn khi với mọi luật r_i chứa X ở vế trái như thành phần thứ j và Y ở vế phải thì hàm f_i không tăng theo thành phần thứ j đó.

Đồ thị $G = (V, E)$ được gọi là bị rạn khi nó không chứa chu trình hoặc nếu có thì mỗi chu trình đều có ít nhất một cung rạn.

4.2. Tính dừng của hệ tri thức có đồ thị biểu diễn cơ sở tri thức bị rạn

Định lý 2. *Nếu đồ thị G biểu diễn cơ sở tri thức $\mathcal{B}$ bị rạn thì $\Delta_{\mathcal{B}}$ là hệ dừng.*

Bổ đề 5. *Nếu $\exists A \in \Gamma,\ n \geq 2 : \mathrm{C}(A < n)$, thì $\exists X \in \Gamma : \mathrm{C}(X, n-1)$ và (X, A) không là cung rạn.*

Chứng minh. Vì $\mathrm{C}(A, N)$ nên $I_A^n \subset I_A^{n-1}$.

Do đó, $\exists r_i \in \mathcal{B}_r$ sao cho A là vế phải của r_i và $f_i(I^{n-1}) \subset I_A^{n-1}$. (31)

Nếu $\forall X \in \mathrm{left}_i : \neg\mathrm{C}(X, n-1)$ thì $f_i(I^{n-1}) = f_i(I^{n-2}) \supseteq I_A^{n-1}$. Điều này mâu thuẫn với (31). Do vậy: $\exists Y \in \mathrm{left}_i : \mathrm{C}(Y, n-1)$.

Giả sử đối với tất cả $Y \in \mathrm{left}_i$ sao cho $C(Y, n-1)$ đều có (Y, A) là cung rạn. Từ $C(Y, n-1)$ suy ra: $I_Y^{n-1} \subset I_Y^{n-2}$. Do hàm f_i không tăng theo các thành phần thay đổi Y, nên $f_i(I^{n-1}) \supseteq f_i(I^{n-2})$.

Hơn nữa $f_i(I^{n-2}) \supseteq I_A^{n-1}$ (theo (3)). Suy ra $f_i(I^{n-1}) \supseteq I_A^{n-1}$. Điều này mâu thuẫn với (3.1).

Tức là: $\exists X \in \mathrm{left}_i$ để $C(X, n-1)$ và (X, A) không là cung rạn. □

Chứng minh Định lý 2

Giả sử $\Delta_{\mathcal{B}}$ không là hệ dừng. Ta sẽ chứng minh tồn tại một chu trình không chứa cung rạn.

Do hệ không dừng nên $\exists A \in \Gamma$ để $\forall n, \exists N > n : \mathrm{C}(A, N)$. Ta lấy trường hợp $n = \mathrm{Depth}(A)$. Theo Bổ đề 5, $\mathrm{C}(A, N)$ nên $\exists A_1 : \mathrm{C}(A_{N-1}, N-1)$ và (A_{N-1}, A) không là cung rạn.

Tương tự, $\exists A_i : \mathrm{C}(A_{N-i}, N-i)$ và (A_{N-i}, A_{N-i+1}) không là cung rạn, $i = n-2, n-1, ..., 1$.

Xét đường $A_1 \to A_2 \to ... \to A_{N-1} \to A$ đi qua N điểm. Do $N > \mathrm{Depth}(A)$ nên $\exists i < j : A_i = A_j$.

Suy ra $A_i \to A_{i+1} \to ... \to A_j$ là một chu trình không chứa cung rạn. □

Thuật toán sau xác định xem một đồ thị G có bị rạn hay không như sau:

Thuật toán:

Vào: Đồ thị $G(\Gamma, E)$.

Ra: Đồ thị G bị rạn hay không.

Phương pháp:

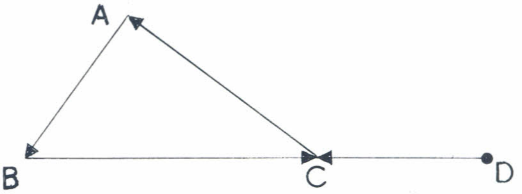
$E' = E$.
For mỗi $(X, Y) \in E$ do
  If với mỗi $r_i : X \in \mathrm{left}_i(X = A_{i_j})$ **and** $(A_i = Y)$
    f_i không tăng theo I_{i_j} **then** $E' = E' \setminus (X, Y)$.
If (E' không chứa chu trình) **then** G bị rạn **else** G không bị rạn.

Ví dụ 3. Cho cơ sở tri thức $\mathcal{B}$:

$A[\frac{1}{9}, 1]$; $D[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$; $B[0, \frac{1}{2}]$;

$A[x,y] \to B[\sqrt{x}, \frac{y}{2}]$; $D[x_1, y_1] \wedge B[x_2, y_2] \to C[x_1(1-x_2), 2y_1(1-y_2)]$; $C[x,y] \to A[x,y]$.

Đồ thị tương ứng với hệ tri thức Δ_B:



Sau đây là giá trị các atom sau các phép biến đổi:

Bước lặp	A	B	C	D
0	$[\frac{1}{9}, 1]$	$[0, \frac{1}{2}]$	$[0, 1]$	$[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$
1	–	$[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$	$[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$	–
2	$[\frac{1}{9}, 1]$	–	$[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$	–
3	–	$[\frac{1}{3}, \frac{1}{4}]$	–	–
4	–	–	–	–

Ta thấy đồ thị trên có chu trình, có một cung rạn BC. Các hàm xuất hiện trong các luật thứ 1, 3 là hàm tăng, hàm 2 tăng theo biến khoảng của atom D. Sau bước lặp thứ 3 hệ sẽ dừng.

5. KẾT LUẬN

Trên đây chúng tôi đã nghiên cứu tính ổn định và tính dừng của một số hệ tri thức F-luật. Đối với các hệ tri thức đơn điệu mạnh, Định lý 1 không những cho ta điều kiện cần và đủ để xét hệ là ổn định, mà còn chỉ ra được số bước lặp $N_{\max}$ cần thiết để xác định quá trình lập luận là dừng hay không. Số $N_{\max}$ là chung cho mọi atom. Tuy nhiên trong nhiều trường hợp, khi chỉ quan tâm đến một atom A cụ thể, Bổ đề 4 cho thấy có thể xét số bước ít hơn $N_{\max}$ miễn là vượt quá Depth(A) để xác định được tính bất biến của giá trị của A. Do đó, có thể xảy ra trường hợp hệ tri thức tuy không dừng nhưng giá trị một atom nào đó lại xác định. Ta thấy rằng trong các hệ tri thức đơn điệu mạnh, đồ thị biểu diễn cơ sở tri thức tương ứng chỉ chứa các cung không "rạn". Đối với các hệ tri thức không đơn điệu, chúng tôi đã xét trường hợp các cơ sở tri thức được biểu diễn bởi "đồ thị bị rạn" (mỗi chu trình trong đó đều có ít nhất một cung rạn). Định lý 2 khẳng định được tính dừng của hệ tri thức trong trường hợp đó.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] D. Dubois and H. Prade, *Possibility Theory: an Approach to Computerized Processing of Uncertainty*, Plenum Press, New York and London, 1988.

[2] L. A. Zadeh, Fuzzy sets, *Inform. and Control* **8** (1965) 338–353.

[3] N. G. Raymond and V. S. Subrahmanian, Probabilistic logic programming, *Information and Computation* **101** (1992) 150–201.

[4] P. D. Dieu, On a Theory on Interval-Valued Probabilistic Logic, *Research Report* (Vietnam NCSR), 1991.

[5] T. D. Que, From a Convergence to a reasoning with interval-valued probability, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **13** (3) (1997) 1–9.

Nhận bài ngày 4 - 5 - 2000
Nhận lại sau khi sửa ngày 19 - 2 - 2001

Trường Đại học Bách khoa Hà Nội