Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.18, S.1 (2002), 65–72

VỀ SỰ KẾT HỢP NHIỀU LUẬT CHO CÙNG KẾT LUẬN ĐỐI VỚI HỆ CHUYÊN GIA DỰA TRÊN NHÂN TỐ CHẮC CHẮN

LÊ HẢI KHÔI, TRẦN ANH THƯ

Abstract. The aim of this paper is to provide a combination formula for similarly concluded rules in the expert system imbedded with uncertain information. We prove that the order of the rules given in the paper makes no influence on the results.

Tóm tắt. Bài báo này đưa ra công thức kết hợp nhiều luật cho cùng kết luận trong hệ chuyên gia nhúng thông tin không chắc chắn và chứng minh rằng kết quả tính nhân tố chắc chắn theo công thức nêu ra không phụ thuộc vào thứ tự của các luật.

1. MỞ ĐẦU

Trong [2] tác giả thứ nhất của bài báo này đã đề cập mô hình heuristic đối với hệ chuyên gia dựa trên cơ sở nhân tố chắc chắn (Certainty Factor, CF), trong đó có công thức kết hợp đối với hai luật cho cùng kết luận. Xin nhắc lại rằng cách tiếp cận của mô hình nhân tố chắc chắn nhằm tránh những vấn đề phức tạp của lý thuyết xác suất liên quan đến việc không phân biệt được sự khác nhau giữa *thiếu tin cậy* và *nghi ngờ* hoặc là khả năng biểu diễn việc *bỏ qua* khi thiếu tri thức. Hơn thế nữa, cách tiếp cận này đòi hỏi dung lượng dữ liệu ít hơn so với lí thuyết xác suất. Độc giả có thể tìm trong [1, 3, 4] những kiến thức cơ sở về mô hình nhân tố chắc chắn.

Bài báo này trình bày việc xây dựng công thức kết hợp cho trường hợp nhiều luật có cùng kết luận. Cấu trúc của bài báo như sau. Mục 2 giới thiệu một số khái niệm cơ bản liên quan đến mô hình nhân tố chắc chắn. Mục 3 đề cập đến nguyên tắc xây dựng công thức kết hợp nhiều luật cho cùng kết luận và chứng minh tính độc lập của cách tính đó đối với thứ tự các luật. Mục 4 trình bày công thức tường minh cho nhiều luật và một số đánh giá liên quan.

2. MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Nhân tố chắc chắn (CF) là giá trị số phản ánh mức độ tĩnh (net level) của độ tin cậy vào giả thuyết H trên cơ sở những thông tin cho trước. Giá trị của CF biến thiên từ -1 đến 1: giá trị 1 biểu thị sự "chắc chắn đúng", giá trị -1 biểu thị sự "chắc chắn sai", giá trị âm - "mức độ bất tin cậy", giá trị dương - "mức độ tin cậy", còn giá trị 0 - "thông tin không xác định".

Nếu kí hiệu $CF(H|E)$ (tương ứng, $P(H|E)$) là nhân tố chắc chắn (tương ứng, xác suất) của giả thuyết H khi có sự kiện E, thì điểm khác biệt rất cơ bản của nhân tố chắc chắn CF với độ đo xác suất P chính là hệ thức:

$$CF(H|E) + CF(\overline{H}|E) \leq 1.$$

(Đối với độ đo xác suất P thì $P(H|E) + P(\overline{H}|E) = 1$). Nhờ có hệ thức này độ đo CF linh hoạt hơn rất nhiều so với độ đo xác suất P.

Ngoài việc biểu thị độ tin cậy thực, CF còn được liên kết với các luật chuyên gia. Nhân tố chắc chắn này đóng vai trò quan trọng đối với việc hình thành những nguyên tắc *kết hợp* trong các kĩ thuật lập luận dựa trên hệ luật của hệ chuyên gia.

Cấu trúc của luật sử dụng mô hình nhân tố chắc chắn có dạng Horn như sau:

$$r: \text{ nếu } P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge P_n \text{ thì } H, \text{ với } CF(r),$$

hay là
$$r : Left(r) \to H, \text{ với } CF(r).$$

Trong cấu trúc trên, $CF(r)$ biểu thị CF (luật), có nghĩa là mức độ tin vào kết luận H khi có các điều kiện $P_1, \ldots, P_n$. Như vậy, nếu các P_i $(i = 1, \ldots, n)$ là đúng, thì chúng ta có thể tin vào H theo mức độ $CF(H|P_1 \wedge \ldots \wedge P_n) = CF(r)$.

Sự lan truyền nhân tố chắc chắn thể hiện ở chỗ nếu như biết các $CF(P_i), i = 1, \ldots, n$, thì sẽ tính được $CF(H)$, theo công thức
$$CF(H) = CF(Left(r)) * CF(r) = \min\{CF(P_i);\ i = 1, \ldots, n\} * CF(r).$$

3. NGUYÊN TẮC XÂY DỰNG CÔNG THỨC KẾT HỢP

Giả sử có n luật cho cùng kết luận $r_i : Left(r_i) \to H$, với $CF(r_i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Khi đó, như chúng ta đều biết, $CF_i(H) = CF(Left(r_i)) * CF(r_i)$. Vấn đề đặt ra là: làm thế nào tính được $CF_{1,2,\ldots,n}(H)$ nếu kết hợp tất cả n luật này?

Trong trường hợp chỉ có hai luật, kí hiệu $CF_1(H) = a$, $CF_2(H) = b$, khi đó công thức kết hợp mà bài báo [2] đã đề cập có dạng:
$$CF_{1,2}(H) = CF_{2,1}(H) = \begin{cases} a + b - ab, & \text{nếu cả } a \text{ và } b \text{ cùng dương,} \\ a + b + ab, & \text{nếu cả } a \text{ và } b \text{ cùng âm,} \\ \dfrac{a+b}{1 - \min\{|a|, |b|\}}, & \text{nếu } a.b \in (-1, 0], \\ \textit{không xác định}, & \text{nếu } a.b = -1. \end{cases} \tag{3.1}$$

Có thể thấy rằng nguyên tắc kết hợp nêu trên không thể có được từ các định nghĩa xây dựng theo lí thuyết xác suất đối với CF.

Ngoài ra, các giá trị của CF kết hợp thỏa mãn một số đánh giá nhất định, cụ thể như sau (xem [2]).

Mệnh đề 3.1.

(i) *Giả sử $a, b \in (0, 1]$. Khi đó*
$$(0 <)\ \max\{a, b\} \le a + b - ab \le 1.$$

Dấu bằng ở cả hai bất đẳng thức xảy ra (đồng thời) khi hoặc $a = 1$, hoặc $b = 1$.

(ii) *Giả sử $a, b \in [-1, 0)$. Khi đó*
$$-1 \le a + b + ab \le \min\{a, b\}\ (< 0).$$

Dấu bằng ở cả hai bất đẳng thức xảy ra (đồng thời) khi hoặc $a = -1$ hoặc $b = -1$.

(iii) *Giả sử $a < 0 < b$ và nếu $a = -1$ thì $b \neq 1$. Khi đó*

- Nếu $a + b < 0$, thì
$$(-1 \le)\ a \le \frac{a+b}{1 - \min\{|a|, |b|\}} < 0.$$

Dấu bằng ở bất đẳng thức bên trái xảy ra khi $a = -1$, còn ở bất đẳng thức bên phải không thể thay 0 bởi số nhỏ hơn.

- Nếu $a + b > 0$, thì
$$0 < \frac{a+b}{1 - \min\{|a|, |b|\}} \le b\ (\le 1).$$

Dấu bằng ở bất đẳng thức bên phải xảy ra khi $b = 1$, còn ở bất đẳng thức bên trái không thể thay 0 bởi số lớn hơn.

- Nếu $a + b = 0$, thì
$$\frac{a+b}{1 - \min\{|a|, |b|\}} = 0.$$

(iv) *Giả sử* $a.b = 0$. *Khi đó*

$$\frac{a+b}{1-\min\{|a|,|b|\}} = \begin{cases} b, & \text{nếu } a = 0 \\ a, & \text{nếu } b = 0. \end{cases}$$

Những đánh giá trên sẽ được sử dụng trong quá trình giải quyết các vấn đề nêu trong bài báo này.

Bây giờ xét trường hợp khi số luật nhiều hơn hai, tức là chúng ta có dãy luật $\langle r_1, r_2, ..., r_n\rangle$, $n \geq 3$. Một cách hoàn toàn tự nhiên và lôgic, chúng ta có thể áp dụng công thức trên tuần tự (từ trái sang phải) đối với từng luật một để được kết quả. Lúc này xuất hiện câu hỏi: liệu CF kết hợp tính như thế có phụ thuộc vào thứ tự các luật không? Dưới đây sẽ trình bày việc giải quyết câu hỏi này.

Trước khi phát biểu kết quả, cần lưu ý rằng việc áp dụng tuần tự từng luật một thực chất là áp dụng công thức (3.1), do đó để bài toán có nghĩa chúng ta cần giả thiết rằng trong quá trình áp dụng (3.1) thì trường hợp thứ tư trong công thức (3.1) không xảy ra, tức là đối với các $CF_i(H)$ ($i = 1, ..., n$) cần phải có điều kiện

$$CF_i * CF_j \neq -1, \quad \forall i \neq j$$

(nói cách khác, trong các giá trị của $CF_i(H)$ ($i = 1, ..., n$) không xảy ra việc cả giá trị 1 và giá trị -1 cùng xuất hiện).

Định lý 3.2. *$CF_{1,2,\dots,n}(H)$ tính bằng cách kết hợp tuần tự từng luật một không phụ thuộc vào thứ tự các luật.*

Chứng minh. Chúng ta sẽ chứng minh rằng khi thay đổi thứ tự các luật trong dãy luật thì $CF_{1,2,\dots,n}(H)$, mà sau đây sẽ gọi là CF kết hợp của tất cả các luật, không thay đổi. Để chứng minh điều khẳng định này chúng ta chỉ cần giải quyết bài toán sau.

Bài toán 3.3. *Khi hoán vị hai luật cạnh nhau thì CF kết hợp của tất cả các luật không thay đổi.*

Thật vậy, việc hoán vị hai luật bất kỳ (không kề nhau), chẳng hạn r_i và r_j ($i < j$), hoàn toàn có thể thực hiện được bằng tổ hợp các hoán vị liên tiếp như sau:

- Trước hết hoán vị liên tiếp r_i với các luật bên phải nó cho đến tận luật r_j (tức là theo dãy $(r_i, r_{i+1}), (r_i, r_{i+2}), \dots, (r_i, r_j)$): gồm $j - i$ bước. Khi đó chúng ta có dãy luật

$$\langle \dots, r_{i-1}, r_{i+1}, r_{i+2}, \dots, r_j, \mathbf{r}_i, r_{j+1}, \dots\rangle$$

- Sau đó lại hoán vị liên tiếp r_j với các luật bên trái nó cho đến tận r_{i+1} (tức là theo dãy $(r_{j-1}, r_j), (r_{j-2}, r_j), \dots, (r_{i+1}, r_j)$): gồm $j - i - 1$ bước. Khi đó chúng ta được dãy luật

$$\langle \dots r_j, r_{i+1}, r_{i+2}, \dots, r_{j-1}, r_i, \dots\rangle$$

là dãy luật cần tìm sau $2(j - i) - 1$ bước hoán vị liên tiếp.

Chứng minh Bài toán 3.3. Chúng ta chứng minh rằng với mọi $1 \leq i \leq n - 1$ việc hoán vị hai luật r_i và r_{i+1} cho nhau không làm thay đổi CF kết hợp.

- Trường hợp $i = 1$:

Theo nguyên tắc tính CF kết hợp tuần tự nêu trên, ta có

$$CF_{1,2,3,\dots,n}(H) = CF_{\{1,2\},3,\dots,n}(H),$$

và

$$CF_{2,1,3,\dots,n}(H) = CF_{\{2,1\},3,\dots,n}(H).$$

Nhưng do có công thức (3.1), nên $CF_{1,2} = CF_{2,1}$, suy ra $CF_{1,2,3,\dots,n}(H) = CF_{2,1,3,\dots,n}(H)$. Vậy với $i = 1$ bài toán đúng.

- Trường hợp $2 \leq i \leq n - 1$:

Chúng ta cần chứng minh rằng

$$CF_{1,\dots,i-1,i,i+1,\dots,n}(H) = CF_{1,\dots,i-1,i+1,i,\dots,n}(H).$$

Để ý rằng

$$CF_{1,\dots,i-1,\mathrm{i},\mathrm{i}+1,\dots,n}(H) = CF_{\{1,\dots,i-1,\mathrm{i},\mathrm{i}+1\},\dots,n}(H)$$

và

$$CF_{1,\dots,i-1,\mathrm{i}+1,\mathrm{i},\dots,n}(H) = CF_{\{1,\dots,i-1,\mathrm{i}+1,\mathrm{i}\},\dots,n}(H),$$

nên nếu chúng ta chứng minh được rằng

$$CF_{1,\dots,i-1,\mathrm{i},\mathrm{i}+1}(H) = CF_{1,\dots,i-1,\mathrm{i}+1,\mathrm{i}}(H) \tag{3.2}$$

thì bài toán được giải quyết xong (bởi vì trong hai dãy $\langle 1,\dots,i-1,\mathbf{i},\mathbf{i}+1,\dots,n\rangle$ và $\langle 1,\dots,i-1,\mathbf{i}+1,\mathbf{i},\dots,n\rangle$ các vị trí cuối từ $i+2$ đến n là như nhau).

Trong đẳng thức (3.2), nếu kí hiệu $\{1,\dots,i-1\} = k$ thì (3.2) có thể viết lại dưới dạng

$$CF_{k,i,i+1} = CF_{k,i+1,i}.$$

Như vậy, chúng ta đã đi đến một kết luận quan trọng là việc chứng minh định lý bây giờ qui về việc giải quyết bài toán sau đây cho ba luật.

Bài toán 3.4. *Cho ba luật $r_i : Left(r_i) \to H$ $(i = 1,2,3)$ với các nhân tố chắc chắn của kết luận H tương ứng là $CF_1(H) = a$, $CF_2(H) = b$, $CF_3(H) = c$ sao cho trong các số a, b, c không có hai số nào có tích bằng -1. Thế thì*

$$CF_{1,2,3} = CF_{1,3,2}.$$

Chứng minh Bài toán 3.4. Đối với ba số a, b, c có thể xảy ra 3 khả năng sau.

1. *Khả năng thứ nhất: trong các số a, b, c có ít nhất một số bằng* 0.
Dễ dàng thấy rằng luôn có $CF_{1,2,3} = CF_{1,3,2}$.

2. *Khả năng thứ hai: các số a, b, c cùng dấu.*
2.1) a, b, c cùng dương:
Khi đó, do $CF_{1,2} := m = a + b - ab > 0$ nên

$$\begin{aligned} VT := CF_{1,2,3} = CF_{\{1,2\},3} &= m + c - mc \\ &= a + b - ab + c - (a + b - ab)c \\ &= a + b + c - ab - bc - ca + abc. \end{aligned}$$

Tiếp đó, chúng ta cũng có $CF_{1,3} := k = a + c - ac$, nên

$$\begin{aligned} VP := CF_{1,3,2} = CF_{\{1,3\},2} &= k + b - kb \\ &= a + c - ac + b - (a + c - ac)b \\ &= a + b + c - ab - bc - ca + abc. \end{aligned}$$

Như vậy

$$CF_{1,2,3} = CF_{1,3,2} = a + b + c - ab - bc - ca + abc.$$

2.2) a, b, c cùng âm:
Tương tự như 2.1, trong trường hợp này chúng ta có

$$CF_{1,2,3} = CF_{1,3,2} = a + b + c + ab + bc + ca + abc.$$

3. *Khả năng thứ ba: các số a, b, c không cùng dấu*
3.1) a, b cùng dấu, nhưng khác dấu với c:
Ta có:

$$CF_{1,2} = a + b \pm ab$$

(ở đây dấu cộng khi a, b âm, dấu trừ khi a, b dương) và cùng dấu với a cũng như với b, do đó $CF_{1,2}$ khác dấu với c.

Vì thế,

$$VT = CF_{\{1,2\},3} = \frac{CF_{1,2} + c}{1 - \min\{|CF_{1,2}|, |c|\}} = \frac{a + b \pm ab + c}{1 - \min\{|CF_{1,2}|, |c|\}}. \tag{3.3}$$

Lưu ý rằng với những giả thiết về ba số a, b, c nêu trong bài toán chúng ta có thể thấy rằng biểu thức trên luôn có nghĩa, tức là $1-\min\{|CF_{1,2}|,|c|\} \neq 0$. Một mặt, nếu $c=1$ thì suy ra $-1 \neq a, b<0$ và do đó, theo Mệnh đề 3.1, $-1 < CF_{1,2} < 0$; tương tự, nếu $c=-1$ thì $0 < CF_{1,2} < 1$. Mặt khác, nếu $CF_{1,2} = -1$, tức là, theo Mệnh đề 3.1, hoặc $a=-1$ hoặc $b=-1$, khi đó $0 < c \neq 1$; tương tự, nếu $CF_{1,2} = 1$ thì $-1 \neq c < 0$. Vậy là chúng ta luôn có $1 - \min\{|CF_{1,2}|,|c|\} > 0$.

Do khuôn khổ bài báo có hạn, để tránh dài dòng trong trình bày, việc kiểm tra sự có nghĩa của các biểu thức tương tự từ bây giờ sẽ được bỏ qua và dành cho bạn đọc.

Tiếp theo, ta có $VP = CF_{\{1,3\},2}$ với

$$CF_{1,3} = \frac{a+c}{1-\min\{|a|,|c|\}}.$$

- Nếu $CF_{1,3} = 0$: điều này có nghĩa là $a+c=0$. Theo Mệnh đề 3.1, do $ab>0$ nên $|CF_{1,2}| \geq |a| = |c|$. Vì thế, từ (3.3) ta có

$$VT = \frac{a+b\pm ab+c}{1-\min\{|CF_{1,2}|,|c|\}} = \frac{a+b\pm ab+c}{1-|c|} = \frac{b\pm ab}{1-|a|} = \frac{b(1-|a|)}{1-|a|} = b,$$

trong khi đó

$$VP = CF_{\{1,3\},2} = \frac{0+b}{1-\min\{0,|b|\}} = b.$$

Vậy $VT = VP$.

- Nếu $CF_{1,3}.b > 0$: vì a và b cùng dấu, nên khi đó ta cũng có $CF_{1,3}.a > 0$, tức là $\frac{a+c}{1-\min\{|a|,|c|\}}.a > 0$, hay $(a+c)a > 0$. Nhưng do a và c trái dấu, nên bất đẳng thức cuối cùng chứng tỏ rằng $|a| > |c|$.

Lại có a và b cùng dấu, nên $|CF_{1,2}| \geq |a|$. Như vậy $|CF_{1,2}| \geq |c|$, suy ra (3.3) trở thành

$$VT = \frac{a+b\pm ab+c}{1-\min\{|CF_{1,2}|,|c|\}} = \frac{a+b+c\pm ab}{1-|c|}$$

(dấu cộng khi a, b âm, dấu trừ khi a, b dương).

Mặt khác, như trên đã thấy $|a| > |c|$, nên

$$CF_{1,3} = \frac{a+c}{1-|c|},$$

do đó

$$VP = CF_{\{1,3\},2} = CF_{1,3} + b \pm CF_{1,3}.b = \frac{a+c}{1-|c|} + b \pm \frac{a+c}{1-|c|}\cdot b$$

(dấu cộng khi $CF_{1,3}$ và b cùng âm, dấu trừ khi $CF_{1,3}$ và b cùng dương).

Với $b>0$ thì $a>0$ và $c<0$. Khi đó $|c| = -c$ và ta có

$$CF_{\{1,3\},2} = \frac{a+c}{1+c} + b - \frac{a+c}{1+c}\cdot b = \frac{a+b+c-ab}{1+c}. \tag{3.4}$$

Với $b<0$ thì $a<0$ và $c>0$. Khi đó $|c| = c$ và ta có

$$CF_{\{1,3\},2} = \frac{a+c}{1-c} + b + \frac{a+c}{1-c}\cdot b = \frac{a+b+c+ab}{1-c}. \tag{3.5}$$

Kết hợp (3.4) và (3.5), chúng ta có thể viết

$$CF_{\{1,3\},2} = \frac{a+b+c\pm ab}{1-|c|}$$

(dấu cộng khi b âm, tức là khi a, b cùng âm, dấu trừ khi b dương, tức là khi a, b cùng dương).

Vậy, $CF_{\{1,2\},3} = CF_{\{1,3\},2}$, tức là $VT = VP$.

- Nếu $CF_{1,3}.b < 0$: khi đó

$$VP = CF_{\{1,3\},2} = \frac{CF_{1,3}+b}{1-\min\{|CF_{1,3}|,|b|\}}. \tag{3.6}$$

Xét trong biểu thức (3.3).

∗ Nếu $|CF_{1,2}| = |c|$, thì giả thiết a, b cùng dấu, nhưng khác dấu với c suy ra $CF_{1,2} = -c$. Khi đó

$$VT = \frac{CF_{1,2} + c}{1 - \min\{|CF_{1,2}|, |c|\}} = 0.$$

Mặt khác, $CF_{1,2} = -c$ có nghĩa là $a + b \pm ab = -c$ (dấu cộng khi a, b âm, dấu trừ khi a, b dương) và điều này thì tương đương với

$$b(1 \pm a) = -(a + c) \Leftrightarrow b(1 - |a|) = -(a + c) \Leftrightarrow b = -\frac{a + c}{1 - |a|} = -CF_{1,3}\,.$$

Do đó (3.6) trở thành

$$VP = \frac{CF_{1,3} + b}{1 - \min\{|CF_{1,3}|, |b|\}} = 0.$$

∗ Nếu $|CF_{1,2}| > |c|$, thì

$$VT = \frac{CF_{1,2} + c}{1 - \min\{|CF_{1,2}|, |c|\}} = \frac{a + b + c \pm ab}{1 - |c|}.$$

Khi đó, đối với cả hai khả năng $CF_{1,2} > -c$ (khi $a, b > 0$, còn $c < 0$) và $CF_{1,2} < -c$ (khi $a, b < 0$, còn $c > 0$), sau khi tính toán chúng ta có

$$VP = \frac{a + b + c \pm ab}{1 - |c|} = VT.$$

∗ Nếu $|CF_{1,2}| < |c|$, thì tương tự như trên chúng ta có

$$VT = VP = \frac{a + b + c \pm ab}{(1 - |a|)(1 - |b|)}$$

(dấu cộng khi $a, b < 0$, $c > 0$ và dấu trừ khi $a, b > 0$, $c < 0$).

Như vậy, trường hợp 3.1 được chứng minh xong.

3.2) c, a cùng dấu, nhưng khác dấu với b:

Trong trường hợp này $VP = CF_{1,3,2}$ (tương ứng với dãy giá trị $\langle a, c, b\rangle$) có tính chất như trường hợp 3.1), do đó $CF_{1,3,2} = CF_{1,2,3} = VT$.

3.3) b, c cùng dấu, nhưng khác dấu với a:

Chúng ta sẽ chứng minh rằng trường hợp này cũng đúng bằng cách áp dụng ba khẳng định: CF kết hợp không thay đổi khi "hoán vị hai luật đầu" cho nhau (điều này đã được kiểm tra ở phần đầu của chứng minh Bài toán 3.3), trường hợp 3.1) và trường hợp 3.2).

Thật vậy,

$CF_{1,2,3} = CF_{2,1,3}$ (áp dụng "hoán vị hai luật đầu")

$CF_{2,1,3} = CF_{2,3,1}$ (áp dụng trường hợp 3.2)

$CF_{2,3,1} = CF_{3,2,1}$ (áp dụng "hoán vị hai luật đầu")

$CF_{3,2,1} = CF_{3,1,2}$ (áp dụng trường hợp 3.1)

$CF_{3,1,2} = CF_{1,3,2}$ (áp dụng "hoán vị hai luật đầu")

Vậy VT $= CF_{1,2,3} = CF_{1,3,2} = VP$.

Định lý được chứng minh hoàn toàn.

4. CÔNG THỨC TƯỜNG MINH VÀ CÁC ĐÁNH GIÁ

Tính không phụ thuộc vào thứ tự các luật trong dãy luật đối với $CF(H)$ kết hợp ở Mục 3 cho phép chúng ta xây dựng công thức tường minh. Để thuận tiện cho việc trình bày chúng ta kí hiệu $CF_i(H) = a_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$.

- Trường hợp khi các số a_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ cùng dấu:

Xét công thức (3.1) tính CF kết hợp cho hai luật, để ý rằng $a+b+ab=(1+a)(1+b)-1$ và $a+b-ab=1-(1-a)(1-b)$, chúng ta dễ dàng đoán nhận rồi chứng minh bằng phương pháp qui nạp các kết quả sau đây.

Định lý 4.1. *Nếu* $a_i \in (0,1]$, $\forall i=1,2,\dots,n$, *thì*

$$CF_{1,2,\dots,n}(H) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1-a_i).$$

Ngoài ra, có đánh giá sau

$$(0<)\ \max\{a_i;\ i=1,2,\dots,n\} \le 1 - \prod_{i=1}^{n}(1-a_i) \le 1.$$

Dấu bằng ở cả hai bất đẳng thức xảy ra (đồng thời) khi $a_i=1$ *với* i *nào đó.*

Công thức trên cho thấy nếu có nhiều nguồn khác nhau khẳng định cùng một kết luận với mức độ tin cậy nào đó, thì giá trị CF sẽ tăng lên. Điều này hoàn toàn hợp lôgic.

Tuy nhiên, việc kết hợp nhiều nguồn thông tin có cùng kết luận không phải bao giờ cũng tốt. Lý do là nếu như các nguồn thông tin đều khẳng định kết luận H với cùng một mức độ tin cậy như nhau $CF_1(H)=CF_2(H)=\ldots=CF_n(H)$, thì nhân tố chắc chắn $CF_{1,2,\dots,n}(H)$ sẽ tăng lên rất nhiều so với kết luận của chuyên gia. Hơn thế nữa, chúng ta có $\lim_{n\to\infty} CF_{1,2,\dots,n}(H)=1$. Vì thế, có thể xảy ra trường hợp nếu tất cả các chuyên gia đều khẳng định là kết quả *có thể* đúng, thì sau khi kết hợp các nhận định này lại, hệ thống sẽ cho khẳng định là kết luận *chắc chắn* đúng - điều này về nguyên tắc là khó có thể chấp nhận.

Vì thế, việc sử dụng nhiều luật mà cho cùng một kết luận phải được thực hiện hết sức thận trọng.

Định lý 4.2. *Nếu* $a_i \in [-1,0)$, $\forall i=1,2,\dots,n$, *thì*

$$CF_{1,2,\dots,n}(H) = \prod_{i=1}^{n}(1+a_i) - 1.$$

Ngoài ra, có đánh giá sau

$$-1 \le \prod_{i=1}^{n}(1+a_i) - 1 \le \min\{a_i; i=1,2,\dots,n\}\ (<0).$$

Dấu bằng ở cả hai bất đẳng thức xảy ra (đồng thời) khi $a_i=-1$ *với* i *nào đó.*

Tương tự như trường hợp trên, nếu như các nguồn thông tin đều phủ định kết luận H với cùng một mức độ tin cậy như nhau $CF_1(H)=CF_2(H)=\ldots=CF_n(H)$, thì nhân tố chắc chắn $CF_{1,2,\dots,n}(H)$ sẽ giảm đi rất nhiều so với kết luận của chuyên gia và $\lim_{n\to\infty} CF_{1,2,\dots,n}(H)=-1$. Điều này một lần nữa cho thấy rằng không nên quá lạm dụng việc sử dụng nhiều luật cho cùng kết luận.

- Trường hợp khi các số a_i $(i=1,2,\dots,n)$ không cùng dấu:

Khi đó, chúng ta có thể hoán vị các luật sao cho các CF nhận giá trị âm về bên trái, các CF nhận giá trị dương về bên phải. Sau đó áp dụng Định lý 4.1 cho nhóm giá trị âm, Định lý 3.2 hoán vị để nhóm giá trị dương sang trái và Định lý 4.2 cho nhóm này. Cuối cùng là áp dụng Mệnh đề 3.1 cho kết quả của hai nhóm, chúng ta có khẳng định sau.

Định lý 4.3. *Nếu* $a_i \in [-1,0)$, $\forall i=1,2,\dots,k$; $a_j \in (0,1]$, $\forall j=k+1,\dots,n$ *và* $a_i.a_j \neq -1$, $\forall i,j$, *thì*

$$CF_{1,2,\dots,n}(H) = \frac{\prod_{i=1}^{k}(1+a_i) - \prod_{j=k+1}^{n}(1-a_j)}{1-\min\{|\prod_{i=1}^{k}(1+a_i)-1|, |1-\prod_{j=k+1}^{n}(1-a_j)|\}}.$$

Trong Định lý 4.3 chúng ta có thể đánh giá CF kết hợp thông qua Mệnh đề 3.1 khi áp dụng cho hai số $A = \prod_{i=1}^{k}(1+a_i) - 1$ và $B = 1 - \prod_{j=k+1}^{n}(1-a_j)$. Điều này không trình bày ở đây.

- Cuối cùng, nhận xét rằng nếu trong số các a_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ có những số bằng không, thì chúng cũng không hề ảnh hưởng đến kết quả của công thức kết hợp tuần tự. Do đó, chúng ta có thể bỏ qua những giá trị này và chỉ áp dụng công thức cho những giá trị khác không.

Tóm lại, công thức kết hợp đối với nhiều luật cho cùng kết luận có thể tổng hợp lại như sau.

$$CF_{1,2,\ldots,n}(H) =$$
$$\begin{cases} \prod_{i=1}^{n}(1+a_i) - 1, & \text{nếu } a_i \in [-1,0), \forall i = 1,2,\ldots,n \\ 1 - \prod_{i=1}^{n}(1-a_i), & \text{nếu } a_i \in (0,1], \forall i = 1,2,\ldots,n \\ \dfrac{\prod_{i=1}^{k}(1+a_i) - \prod_{j=k+1}^{n}(1-a_j)}{1 - \min\{|\prod_{i=1}^{k}(1+a_i) - 1|, |1 - \prod_{j=k+1}^{n}(1-a_j)|\}}, & \text{nếu } a_i \in [-1,0), \forall i = 1,2,\ldots,k; \\ & a_j \in (0,1], \forall j = k+1,\ldots,n \\ & \text{và } a_i.a_j \neq -1, \ \forall i,j. \end{cases}$$

Lời cảm ơn. Các tác giả xin chân thành cảm ơn PGS TSKH Nguyễn Xuân Huy và PGS TS Vũ Đức Thi về những ý kiến quí báu trong quá trình hoàn thành bài báo này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Durkin J., *Expert Systems*, Prentice Hall, 1994.

[2] Lê Hải Khôi, Về mô hình heuristic trên cơ sở phương pháp tiếp cận nhân tố chắc chắn đối với hệ chuyên gia, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **17** (3) (2001) 15–24.

[3] Shortliffe E. and Buchanan B., *Rule-Based Expert Systems: The MYCIN Experiments of the Stanford Heuristic Programming Project*, Addison-Wesley, Massachusetts, 1984.

[4] Sundermeyer K., *Knowledge Based Systems*, Wissenschafts Verlag, 1991.

Nhận bài ngày 3 - 10 - 2001

Viện Công nghệ thông tin