

# NGUYÊN LÝ TÁCH MÔ HÌNH VỚI LUẬT IF - THEN VÀ ỨNG DỤNG TRONG ĐIỀU KHIỂN HỆ PHI TUYẾN

VŨ NHU LÂN, VŨ CHẨN HUNG, ĐẶNG THÀNH PHU

**Abstract.** In this paper we propose a principle of the model separation with IF - THEN rule for control of the uncertain interval nonlinear dynamical systems in sliding mode.

**Tóm tắt.** Bài báo này trình bày nguyên lý tách mô hình bằng luật IF - THEN để điều khiển hệ động học bất định phi tuyến trong chế độ trượt.

## 1. MỞ ĐẦU

Trong các nghiên cứu gần đây về nhận dạng và điều khiển hệ tuyến tính trong điều kiện bất định tham số khoảng, các tác giả [4, 5] đã sử dụng phương pháp tách mô hình đơn giản và thuận lợi cho các ứng dụng. Phương pháp này dựa trên ý tưởng của nguyên lý tách trong bài toán điều khiển tối ưu hệ tuyến tính chịu tác động nhiễu [1]. Nguyên lý này được phát biểu như sau : “Bài toán điều khiển tối ưu hệ tuyến tính chịu tác động nhiễu được tách thành bài toán ước lượng tối ưu trạng thái hệ thống và bài toán điều khiển tối ưu hệ tiền định”.

Có thể coi phương pháp [4, 5] thể hiện một quan điểm phát triển nguyên lý tách nêu trên sang bài toán điều khiển hệ tuyến tính với bất định tham số khoảng. Nguyên lý tách được phát triển này được gọi là nguyên lý tách mô hình (NLTMH). Chúng tôi tiếp tục nghiên cứu bài toán điều khiển hệ phi tuyến trong điều kiện bất định tham số khoảng dựa trên NLTMH.

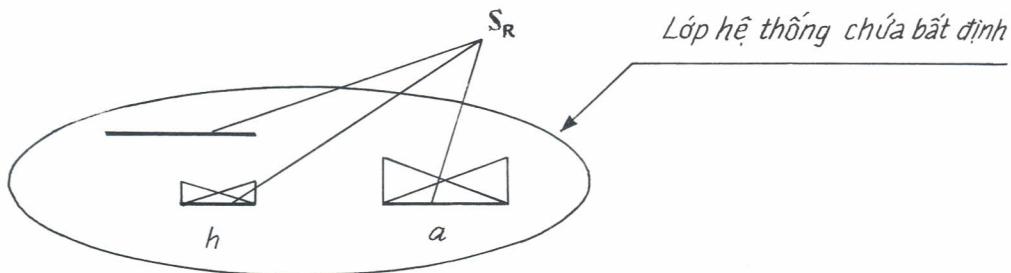
Nguyên lý tách mô hình được phát biểu như sau:

Bài toán điều khiển hệ động lực tuyến tính hoặc phi tuyến với bất định tham số khoảng có thể được tách thành bài toán ước lượng mô hình theo luật IF - THEN và bài toán điều khiển với các tham số được chọn ngẫu nhiên theo phân bố đều trong các khoảng đã cho.

Việc ước lượng mô hình hệ thống theo luật IF - THEN có thể biểu diễn theo hình 1. Bất định tham số khoảng có thể biểu diễn theo hình 2.



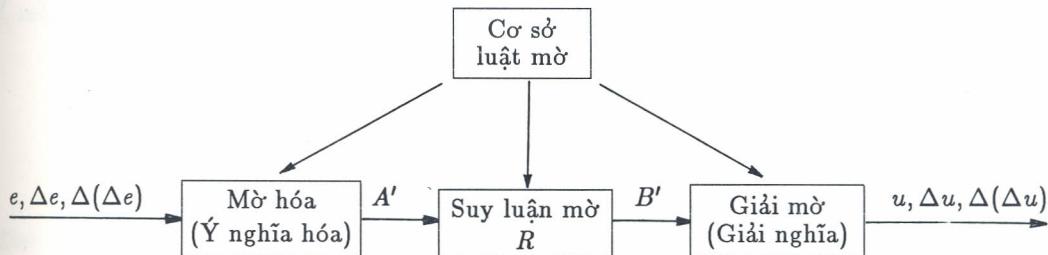
Hình 1. Mỗi luật  $R$  tương ứng một mô hình ước lượng hệ thống



Hình 2. Bất định hệ thống dưới dạng tham số khoảng. Các điểm  $a, b, \dots$  là các điểm ngẫu nhiên,  $S_R$  là mô hình ước lượng hệ thống với các tham số được chọn ngẫu nhiên

## 2. NGUYÊN LÝ TÁCH MÔ HÌNH TRONG HỆ MỜ

Một trong những hệ mờ nhiều đầu vào một đầu ra được sử dụng phổ biến trong các bài toán hiện nay có dạng như hình 3.



Hình 3. Một trong những loại hệ mờ cơ bản

Xét bộ suy diễn mờ theo lập luận xấp xỉ trên cơ sở General Modus ponen sau đây:

$$\begin{aligned}
 &A': \text{Tập mờ} \\
 &\text{Từ } \left\{ \begin{array}{l} A' \\ R: \text{Luật IF } A \text{ THEN } B \end{array} \right. \\
 &\hline \\
 &\text{Kết luận } B'
 \end{aligned}$$

Có thể quan niệm rằng hệ chứa bất định được hiểu là hệ thống có tính đa cấu trúc, đa ý nghĩa, vì thế  $B'$  chính là mô hình được ước lượng theo luật  $R$  để tách riêng từng cấu trúc, từng ý nghĩa

$$B' = A' \circ R \quad (2.1)$$

với

$$\mu_{B'}(y) = \sup T[\mu_{A'}(x), \mu_R(x, y)], \quad (2.2)$$

trong đó:  $T$  -  $T$  chuẩn,  $\circ$  - phép hợp thành.

Nguyên lý tách mô hình được thể hiện qua bài toán ước lượng mô hình  $B'$  theo luật  $R$  và bài toán điều khiển (sau khâu giải mờ). Tương tự như vậy nguyên lý tách mô hình cũng thấy rõ trong các mô hình dạng Mamdani, dạng Takagi-Sugeno. Tuy nhiên trong dạng Takagi-Sugeno, bài toán ước lượng mô hình được giải quyết đồng thời với bài toán điều khiển.

## 3. NGUYÊN LÝ TÁCH MÔ HÌNH TRONG PHƯƠNG PHÁP ĐIỀU KHIỂN HỆ PHI TUYẾN CỦA C. G. CAO

C. G. Cao, N. W. Rees và G. Feng [3] đã đề xuất một mô hình mờ để giải quyết bài toán điều khiển hệ phi tuyến dạng sau:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \quad (3.1)$$

trong đó:

$x(t) \in R^n$  - vectơ trạng thái,

$u(t) \in R^p$  - vectơ điều khiển.

Hệ phi tuyến (3.1) được xét với điều kiện có thể biểu diễn dưới dạng các hệ tuyến tính trên một vùng địa phương nào đó. Vì vậy hệ (3.1) được mô tả bằng mô hình động học mờ thông qua luật IF - THEN sau:

$$\begin{aligned}
 &R_l : \text{IF } x_1 \text{ is } F_{1l} \text{ AND } \dots \text{ AND } x_n \text{ is } F_{nl} \\
 &\text{THEN } \dot{x}(t) = C_l + A_l x(t) + B_l u(t), \quad l = 1, 2, \dots, m.
 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Bộ  $(C_l, A_l, B_l)$  là mô hình địa phương thứ  $l$  của hệ phi tuyến (3.1). Trạng thái chung của hệ thống được tổng hợp theo trung bình trọng số của toàn bộ mô hình địa phương. Sử dụng các phương

pháp suy luận mờ với phương pháp giải mờ trung bình trọng tâm, suy luận tích và phương pháp mờ hóa singleton, mô hình mờ động học tổng hợp theo (3.2) có thể được diễn tả bằng mô hình toàn cục sau đây:

$$\dot{x}(t) = C(\mu(t)) + A(\mu(t))x(t) + B(\mu(t))u(t). \quad (3.3)$$

Ở đây:

$$\begin{aligned} C(\mu(t)) &= \sum_{l=1}^m \mu_l(t)C_l, \\ A(\mu(t)) &= \sum_{l=1}^m \mu_l(t)A_l, \\ B(\mu(t)) &= \sum_{l=1}^m \mu_l(t)B_l, \end{aligned}$$

với  $\mu(x(t)) = \mu(t) = (\mu_1(t), \mu_2(t), \dots, \mu_m(t))$  và  $\mu_l(t)$  là hàm thuộc chuẩn.

Nguyên lý tách mô hình được thực hiện ở quá trình tách hệ phi tuyến (3.1) thành các hệ tuyến tính (3.2) trên cơ sở luật  $R^l$ . Mỗi luật là một mô hình. Bài toán điều khiển hệ phi tuyến (3.2) được tách làm hai bài toán: bài toán ước lượng mô hình trên cơ sở luật R để nhận được mô hình tuyến tính (3.2) và bài toán điều khiển hệ tuyến tính thông thường. Các tác giả [3] đã tổng hợp các hệ tuyến tính địa phương để nhận được điều khiển dạng:

$$u(t) = K(\mu(t))x(t) = [\sum_{l=1}^m K_l \mu_l(t)] x(t). \quad (3.4)$$

Như vậy nguyên lý tách mô hình có thể sử dụng không chỉ cho các bài toán chứa bất định mà còn có thể dùng cho các bài toán điều khiển hệ phi tuyến.

#### 4. ỨNG DỤNG NGUYÊN LÝ TÁCH MÔ HÌNH TRONG BÀI TOÁN ĐIỀU KHIỂN HỆ PHI TUYẾN CHÚA BẤT ĐỊNH THAM SỐ KHOẢNG

Trong phần này sẽ trình bày một quan điểm khác với C.G. Cao để giải quyết bài toán điều khiển phi tuyến chứa bất định.

Xét hệ động học biểu diễn dưới dạng phương trình vi phân thỏa mãn đầy đủ các điều kiện tồn tại nghiêm với mọi điều khiển và đảm bảo tính ổn định toàn cục [2].

$$\dot{\underline{x}}(t) = f(\underline{x}(t), I_f) + g(\underline{x}(t), I_g)u(t). \quad (4.1)$$

Ở đây:

$t \in [0, \infty]$  là thời gian,

$\underline{x}_f(t) = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$  là vectơ trạng thái,

$u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)]^T \in R^m$  là vectơ điều khiển.

Với

$I_f(t) = [I_{f_1}, I_{f_2}, \dots, I_{f_p}]^T \in R^p$  là vectơ bất định tham số khoảng,

$I_{f_i} = [I_{f_i}(-), I_{f_i}(+)] \subset R, \quad i = 1, 2, \dots, p,$

$I_g(t) = [I_{g_1}, I_{g_2}, \dots, I_{g_q}]^T \in R^q$  là vectơ bất định tham số khoảng,

$I_{g_j} = [I_{g_j}(-), I_{g_j}(+)] \subset R, \quad j = 1, 2, \dots, q,$

$f(\cdot) : R^n \times R^p \rightarrow R^n$  và  $g(\cdot) : R^n \times R^q \rightarrow R^{n \times m}$  là các hàm Carathéodory mạnh với mọi  $I_f$  và  $I_{g_j}$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ ,  $j = 1, 2, \dots, q$ .

Hệ nhiều đầu vào, nhiều đầu ra (4.1) có thể tách thành nhiều hệ với nhiều đầu vào, một đầu ra ( $m = 1$ ).

A/ Khi không tồn tại bất định dưới dạng khoảng trong mô hình (4.1), có thể sử dụng phương pháp điều khiển hệ phi tuyến một đầu vào, một đầu ra bậc n trong chế độ trượt (sliding mode control) [2].

Để có thể đưa hệ (4.1) không chứa bất định tham số (tham số biết trước) và dạng hệ một đầu vào, một đầu ra bậc n, trước hết xét hệ sau đây:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t), \\ &\vdots \\ \dot{x}_n(t) &= a(x(t), P_f) + b(x(t) + Q_g)u.\end{aligned}\tag{4.2}$$

Ở đây:

$u \in R$  là điều khiển,

$P_f \in R^p$  và  $Q_g \in R^q$  là các vectơ tham số,

$a(\cdot) : R^n \times R^p \rightarrow R$  và  $b(\cdot) : R^n \times R^q \rightarrow R$  là các hàm số vô hướng.

Đặt:

$$f(\underline{x}(t), P_f) = \begin{vmatrix} f_1(\underline{x}(t), P_f) \\ f_2(\underline{x}(t), P_f) \\ \vdots \\ f_{n-1}(\underline{x}(t), P_f) \\ f_n(\underline{x}(t), P_f) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2(t) \\ x_3(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \\ a(\underline{x}(t), P_f) \end{vmatrix}\tag{4.3}$$

và

$$g(\underline{x}(t), Q_g) = \begin{vmatrix} g_1(\underline{x}(t), Q_g) \\ g_2(\underline{x}(t), Q_g) \\ \vdots \\ g_{n-1}(\underline{x}(t), Q_g) \\ g_n(\underline{x}(t), Q_g) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b(\underline{x}(t), Q_g) \end{vmatrix}.\tag{4.4}$$

Lưu ý rằng các hàm  $f(\cdot)$  và  $g(\cdot)$  trong (4.1) được xét ở đây với  $m = 1$ , có nghĩa là:  $f(\cdot) : R^n \times R^p \rightarrow R^n$  và  $g(\cdot) : R^n \times R^q \rightarrow R^{n \times 1}$ .

Gọi:

$$x(t) := x_1(t),\tag{4.5}$$

khi đó vectơ trạng thái của (4.2) được viết như sau:

$$\underline{x}(t) = [x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t)]^T.\tag{4.6}$$

Ở đây:

$$x_i(t) = x^{(i-1)}(t) \text{ với } i = 1, 2, \dots, n.$$

Giả sử:

$$\underline{x}_d(t) = [x_{d_1}(t), x_{d_2}(t), \dots, x_{d_n}(t)]^T = [x_d(t), \dot{x}_d(t), \dots, x_d^{(n-1)}(t)]^T\tag{4.7}$$

là quỹ đạo mong muốn với

$$\sup(|x_d^{(l)}(t)|) < \varepsilon_l; \quad l = 0, 1, \dots, n; \quad \varepsilon_l > 0 \text{ là các hằng số.}$$

Bài toán đặt ra là cần tìm điều khiển  $u$  đảm bảo hệ ổn định và sao cho trạng thái  $\underline{x}(t)$  tiệm cận đến  $\underline{x}_d(t)$  với độ chính xác cho trước.

Lý thuyết điều khiển trong chế độ trượt [2] cho phép giải quyết bài toán trên như sau:

Bước đầu tiên là thiết kế mặt  $\Sigma_S$  trong không gian sai số bám (hoặc không gian trạng thái nếu  $\underline{x}_d(t) = [0, 0, \dots, 0]^T$ ) của hệ động học:

$$\Sigma_S = \{\underline{e} \in R^n \mid S(\underline{e}) = 0\}. \quad (4.8)$$

Ở đây  $\underline{e}$  là vector sai số bám được xác định qua:

$$\underline{e}(t) := \underline{x}(t) - \underline{x}_d(t), \quad (4.9)$$

$S(\cdot)$  là hàm vô hướng được gọi là hàm chuyển hướng (switching function) và thường được thiết kế dưới dạng:

$$S(\underline{e}) = \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2 + \dots + \lambda_n e_n, \quad (4.10)$$

$$= \lambda_1 e_1 + \lambda_2 \dot{e}_2 + \dots + \lambda_n e^{(n-1)}, \quad (4.11)$$

trong đó  $\lambda_i \neq 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Các hệ số  $\lambda_i$  được chọn sao cho đa thức sau đây

$$L(v) = v^n + \lambda_n v^{n-1} + \dots + \lambda_1$$

với  $v$  là biến Laplace có dạng đa thức Hurwitz, tức là nghiệm của đa thức này nằm ở nửa trái mặt phẳng phức.

Mặt  $\Sigma_S$  được thiết kế ở (4.8) được gọi là mặt phẳng trượt hay mặt chuyển hướng (sliding surface or switching surface). Mặt này biểu diễn các quan hệ tĩnh giữa các biến sai số mô tả động học sai số. Nếu hệ thống bị ép phải trượt trên mặt cho trượt (4.8) thì các quan hệ tĩnh này sẽ dẫn đến việc động học sai số được xác định qua các tham số thiết kế  $\lambda_i$  và các phương trình xác định mặt trượt (4.10), (4.11).

Tiếp tục lấy vi phân  $S(\underline{e})$  theo thời gian, nhận được:

$$\dot{S}(\underline{e}) = \lambda_1 \dot{e}_1 + \lambda_2 \dot{e}_2 + \dots + \lambda_n \dot{e}_n, \quad (4.12)$$

$$= \lambda_1 \dot{e}_1 + \lambda_2 \ddot{e}_2 + \dots + \lambda_n e^n. \quad (4.13)$$

Từ (4.1), (4.2) và (4.6), suy ra:

$$\dot{e}_1 = e_2, \quad \dot{e}_2 = e_3, \quad \dots, \quad \dot{e}_{n-1} = e_n.$$

Như vậy (4.12) và (4.13) có thể viết được dưới dạng:

$$\dot{S}(\underline{e}) = \lambda_1 e_2 + \lambda_2 e_3 + \dots + \lambda_{n-1} e_n + \lambda_n \dot{e}_n. \quad (4.14)$$

Nếu điều khiển  $u$  được chọn sao cho

$$S(\underline{e}).\dot{S}(\underline{e}) < 0 \quad (4.15)$$

thì hệ thống sẽ đạt đến mặt trượt  $\Sigma_S$  trong phạm vi thời gian hữu hạn và sai số bám sẽ suy giảm tiệm cận đến 0; có nghĩa là  $\underline{e}(t) \rightarrow 0$  khi  $t \rightarrow \infty$ .

B/ Khi tồn tại bất định dưới dạng khoảng, có thể sử dụng nguyên lý tách mô hình để tạo ra mô hình ước lượng của hệ (4.1) dưới dạng mô hình (4.2) trên cơ sở luật  $R^l$  sau đây tương tự như cách xây dựng luật IF - THEN trong [4] tại thời điểm  $t$  nào đó:

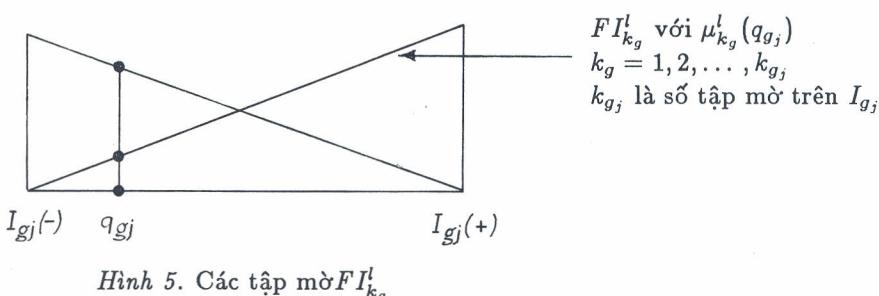
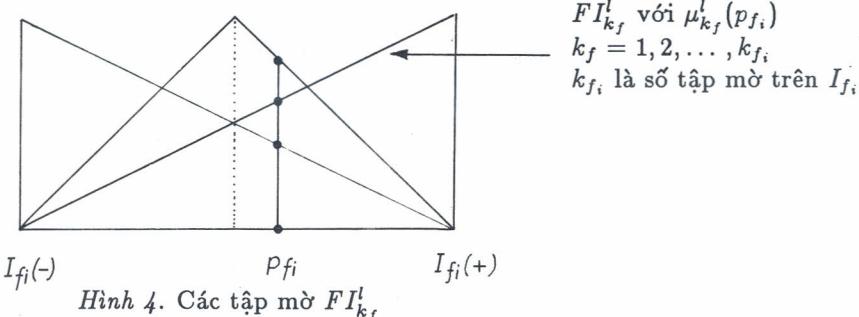
$$\begin{aligned} R^l : & \text{ IF } p_{f_i} \text{ is } FI_{k_f}^l \text{ AND } q_{g_j} \text{ is } FI_{k_g}^l \\ & \text{THEN } \underline{x}^l(t) = f(\underline{x}^l(t), P_f(\mu^l)) + g(\underline{x}^l(t), Q_g(\mu^l))u^l(t). \end{aligned} \quad (4.16)$$

Trong đó:

$I_{f_i}(-) \leq p_{f_i} \leq I_{f_i}(+) : p_{f_i}$  là một phần tử chọn ngẫu nhiên theo phân bố đều của khoảng  $I_{f_i}$ ,  $I_{g_j}(-) \leq q_{g_j} \leq I_{g_j}(+) : q_{g_j}$  là một phần tử chọn ngẫu nhiên theo phân bố đều của khoảng  $I_{g_j}$ ;

$FI_{k_f}^l$  là tập mờ trên khoảng  $I_{f_i}$  được biểu diễn trên hình 4,

$FI_{k_g}^l$  là tập mờ trên khoảng  $I_{g_j}$  được biểu diễn trên hình 5,



trong đó:  $l = 1, 2, \dots, M$  với:  $M = \prod_{i=1}^p k_{f_i} \cdot \prod_{j=1}^q k_{g_j}$ ;

$$P_f(\mu^l) = [\mu_{k_f}^l(p_{f_1})p_{f_1}, \mu_{k_f}^l(p_{f_2})p_{f_2}, \dots, \mu_{k_f}^l(p_{f_p})p_{f_p}]^T;$$

$$Q_g(\mu^l) = [\mu_{k_g}^l(q_{g_1})q_{g_1}, \mu_{k_g}^l(q_{g_2})q_{g_2}, \dots, \mu_{k_g}^l(q_{g_q})p_{g_q}]^T.$$

Sau khi sử dụng nguyên lý tách mô hình, thu được mô hình phi tuyến (4.16). Từ có thể thiết kế điều khiển trong chế độ trượt dựa trên (4.8)–(4.15) để nhận được điều khiển cho từng mô hình phi tuyến. Cuối cùng, điều khiển tổng hợp (sau khi giải mờ) có dạng dưới đây và có đầy đủ các tính chất như trong [4]

$$u(t) = \frac{\sum_{l=1}^M \alpha_l u^l(t)}{\sum_{l=1}^M \alpha_l}, \quad 0 \leq \alpha_l \leq 1. \quad (4.17)$$

## 5. TỔNG KẾT

Bài báo nêu lên nguyên lý tách mô hình trên cơ sở luật IF - THEN và khả năng ứng dụng nguyên lý này nhằm xử lí bất định tham số khoảng trong bài toán điều khiển hệ phi tuyến theo chế độ trượt. Nguyên lý này là sự phát triển của nguyên lý tách trong lý thuyết điều khiển ngẫu nhiên. Nếu nguyên lý tách đã thành công trong vấn đề xử lí bất định có cấu trúc xác xuất thì hy vọng rằng nguyên lý tách mô hình mà nhiều tác giả đã tình cờ sử dụng từ trước đến nay (ví dụ [3]) cũng sẽ hỗ trợ tốt cho quá trình xử lí bất định có cấu trúc mờ trong các bài toán điều khiển thông minh.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] A. P. Sage and C. C. White, *Optimum Systems Control*, Prentice-Hall, 1977.
- [2] C. Edwards and S. K. Spurgeon, *Sliding mode control: Theory and Applications*, Taylor & Francis, 1998.

- [3] S. G. Cao, N. W. Rees, and G. Feng, Fuzzy control of nonlinear continuous-time systems, *Proceedings of the 35<sup>th</sup> Conference on Decision and Control*, Japan, 1996, 592–597.
- [4] Vũ Như Lân, Vũ Chấn Hưng, Đặng Thành Phu, Bạch Đăng Nam, Điều khiển hệ tuyến tính khoáng sử dụng lôgic mờ và nguyên lý tách mô hình, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **17** (4) (2001) 23–27.
- [5] Vũ Như Lân, Vũ Chấn Hưng, Đặng Thành Phu, Thiết kế hệ mờ nhận dạng hệ thống tối ưu, *Tạp chí Khoa học và Công nghệ XXXIX* (4) (2001) 12–19.

Nhận bài ngày 10 - 10 - 2001

Viện Công nghệ thông tin