Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.18, S.1 (2002), 29-34

MỘT CÁCH TIẾP CẬN GIẢI BÀI TOÁN LẬP LUẬN VỚI MÔ HÌNH MỜ TRÊN CƠ SỞ ĐẠI SỐ GIA TỬ

TRẦN THÁI SƠN

Abstract. In this paper, a new method for approximate reasoning of fuzzy model is proposed. This method, basing on theory of Hedge Algebras, is simple and have a small model error.

Tóm tắt. Trong bài này chúng tôi trình bày một phương pháp mới tiếp cận việc giải bài toán mô hình mờ. Phương pháp này sử dụng giá trị ngôn ngữ trên cơ sở Đại số gia tử, nó đơn giản và có khả năng làm giảm sai số của mô hình.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Việc giải quyết các bài toán liên quan đến mô hình mờ là vấn đề được nhiều nhà nghiên cứu quan tâm [1, 2, 8, 12]. Mô hình mờ thực chất là một tập hợp các mệnh đề dạng IF X THEN Y trong đó các biến có thể là các tập mờ. Mô hình mờ dùng để mô phỏng thế giới thực trong các bài toán điều khiển tự động hoặc các hệ tri thức. Trong thực tế, các số đo trong các hệ thống tự động hoặc các đánh giá của các chuyên gia trong các hệ tri thức không phải bao giờ cũng có thể cho ở dạng chính xác. Vì vậy việc nghiên cứu các mô hình mờ là một đòi hỏi tự nhiên. Có nhiều cách tiếp cận giải bài toán mô hình mờ. Một phương pháp phổ biến là cách tiếp cận dựa trên lý thuyết tập mờ của L. Zadeh. Với phương pháp này một mệnh đề dạng IF X THEN Y như trên có thể được hiểu như một quan hệ nhân quả giữa hai đại lượng X và Y và do đó ta có quan hệ mờ $R(X, Y)$. Việc tổ hợp các quan hệ mờ $R(X, Y)$ có được từ các mệnh đề IF... THEN... theo một cách nào đó sẽ cho ta một quan hệ tổng hợp, từ đó có thể dẫn bài toán mô hình mờ về bài toán lập luận xấp xỉ bình thường. Phương pháp này nhìn chung có thể gây sai số lớn do không có phương pháp luận tốt cho việc tổ hợp các quan hệ mờ. Ngoài ra, ở phương pháp này, cũng như ở các phương pháp dựa trên lý thuyết tập mờ nói chung, việc xử lý trên các hàm thuộc là việc làm phức tạp và việc khử mờ rất khó khăn. Để khắc phục những khó khăn đó, một số nghiên cứu theo hướng tiếp cận dựa trên cơ sở Đại số gia tử được tiến hành [7] với tư tưởng cố gắng xử lý trực tiếp trên ngôn ngữ như con người thường làm. Trong bài báo này chúng tôi trình bày một phương pháp mới theo hướng nghiên cứu dựa trên lý thuyết của Đại số gia tử, tập trung vào việc chứng tỏ tính hợp lý của phương pháp thông qua nghiên cứu sai số mô hình.

2. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Để tiện theo dõi, trong phần này chúng tôi trình bày cô đọng những khái niệm cơ bản của Đại số gia tử có liên quan đến bài báo.

Cho một tập U gọi là vũ trụ (universal). Ánh xạ μ_A từ U vào đoạn $[0, 1]$ xác định một tập mờ A, ở đó $\mu_A(x)$ xác định mức độ thuộc của phần tử x vào tập mờ A và được gọi là hàm thuộc (membership function) của tập mờ A. Zadeh đã định nghĩa các phép toán trên tập mờ như giao, hợp, phần bù... thông qua các phép toán trên các hàm thuộc tương ứng. Đồng thời Zadeh cũng đưa ra khái niệm biến ngôn ngữ. Đó là những từ của ngôn ngữ tự nhiên, mà giá trị của chúng là những tập mờ. Ví dụ biến ngôn ngữ "tuổi" có các giá trị là các tập mờ như "già", "rất già", "trẻ", "khá trẻ"...

Trong Đại số gia tử (ĐSGT), tập các giá trị của biến ngôn ngữ được xem như là một Đại số hình thức với các phép toán một ngôi (là các gia tử, hay còn được gọi là từ nhấn) tác động lên các khái niệm nguyên thủy (là các từ sinh). Trong ví dụ trên, "rất", "khá" là các từ nhấn, còn "già", "trẻ" là các từ sinh. Ngoài ra có thể cảm nhận rằng có một quan hệ thứ tự bộ phận giữa các từ nhấn như "rất già" > "già", > "khá trẻ" > "trẻ". Như vậy, ĐSGT X sẽ được biểu diễn bởi bộ ba $X = \langle X, H, < \rangle$, trong đó X là tập được sắp xếp thứ tự bộ phận bởi quan hệ $<$, H là tập các phép toán một ngôi hay tập các gia tử. Kết quả việc áp dụng phép toán $h(x)$, $h \in H$ ký hiệu là hx. Ta có định nghĩa sau (Definition 1 trong [5]).

Định nghĩa 1. 1. Nếu h, k là hai từ nhấn thuộc H thì k là dương (âm) đối với h nếu $\forall x \in X$ ta có $hx > x$ suy ra $khx > hx$ ($khx < hx$). Hai từ nhấn là đối nhau nếu $\forall x \in X$ ta có $hx > x \Leftrightarrow kx < x$ và gọi là tương hợp nếu $\forall x \in X$ ta có $hx > x \Leftrightarrow kx > x$. Ngoài ra, tồn tại các từ nhấn mạnh nhất về hai phía được gọi là các gia tử đơn vị.
2. Nếu σ và σ' là hai chuỗi từ nhấn thì ta nói $\sigma \leq \sigma'$ khi với mỗi $x \in X$, từ $x \leq \sigma x$ hoặc $x \leq \sigma' x$ suy ra $x \leq \sigma x \leq \sigma' x$ và từ $x \geq \sigma x$ hoặc $x \geq \sigma' x$ suy ra $x \geq \sigma x \geq \sigma' x$.

Nếu kí hiệu $H(x)$ là tập tất cả các phần tử sinh ra do áp dụng các phép toán trong H lên $x \in X$ và cộng thêm các phần tử "giới hạn" inf và suf ứng với giá trị cận trên và cận dưới của $H(x)$ (sinh ra do áp dụng vô hạn phép toán đơn vị lên x) ta sẽ có khái niệm Đại số gia tử mở rộng là bộ bốn $AX = \langle X, G, H_c, < \rangle$ trong đó $H_c = H \cup \{\inf, \sup\}$, G là tập tất cả các phần tử sinh. ĐSGT mở rộng là một dàn có các phần tử đơn vị có kí hiệu là 0 và 1, ngoài ra hai phần tử bất kỳ của dàn đều có phần tử hội và tuyển trong dàn. ĐSGT mở rộng mà tập các phần tử sinh chỉ gồm hai phần tử sinh dương và âm đối xứng nhau được gọi là ĐSGT mở rộng đối xứng. Tính chất sau là Tiên đề A4 trong [5].

Tính chất 1. Nếu $u \notin H(v)$ và $u \leq v$ ($u \geq v$) thì $u \leq hv$ ($u \geq hv$) với mỗi gia tử h.

Tính chất 2. Nếu $h < k$ thì $\forall \sigma, \sigma'$ ta có $\sigma h \leq \sigma' k$, trong đó h, k là hai gia tử σ, σ' là hai chuỗi gia tử.

Trong phương pháp giải bài toán mô hình mờ ở bài báo này, chúng ta còn cần đến khái niệm khoảng cách giữa các phần tử của ĐSGT. Ta sẽ chỉ xét các ĐSGT mở rộng đối xứng có tập H sắp thứ tự tuyến tính. Khoảng cách có thể được định nghĩa là một hàm $\rho : AX \times AX \to [0, \infty)$ thỏa mãn ba tiên đề về khoảng cách. Ngoài ra, từ ngữ nghĩa của các giá trị biến ngôn ngữ, có thêm tiên đề thứ tư như sau:

Tiên đề. *Với mọi* $h, k \in H$ *và* $x, y \in X$, $\rho(hx, x)/\rho(kx, x) = \rho(hy, y)/\rho(ky, y)$.

Ý nghĩa tiên đề này là ngữ nghĩa tương đối của h trong quan hệ với k không phụ thuộc vào từ mà chúng tác động.

Một định lý cũng cần cho lý giải về sau đã được chứng minh trong [10]:

Định lý 1. [10] *Tập L^k là tập tất cả các phần tử của X có k từ nhấn ($L^1 = G$, tập các phần tử sinh) sẽ phân bố đều trong đoạn $[x^k_{\min}, x^k_{\max}]$ khi và chỉ khi các phần tử của L^2 phân bố đều trong đoạn $[x^2_{\min}, x^2_{\max}]$, ở đó $x^k_{\min} = \min\{L^k\}$, $x^k_{\max} = \max\{L^k\}$.*

Trên cơ sở ĐSGT, trong [9] đã xây dựng các qui tắc cơ bản cho lập luận ngôn ngữ, trong đó có các qui tắc:

(*RMP: Rule of Modus Ponens*):
$$\frac{(P \to Q), P}{Q},$$

(*RPI: Rule of Propositional Inference*):
$$\frac{(P(x,u) \to Q(x,v))}{(\alpha P(x,u) \to \alpha Q(x,v))}.$$

3. TIẾP CẬN BÀI TOÁN MÔ HÌNH MỜ TRÊN CƠ SỞ ĐẠI SỐ GIA TỬ

Mô hình mờ (dạng đơn điều kiện) là một tập các mệnh đề mờ có dạng

$$\left[\begin{array}{llll} IF & X = A_1 & THEN & Y = B_1 \\ IF & X = A_2 & THEN & Y = B_2 \\ & \ldots\ldots & & \\ IF & X = A_n & THEN & Y = B_n \end{array}\right. \qquad \text{(I)}$$

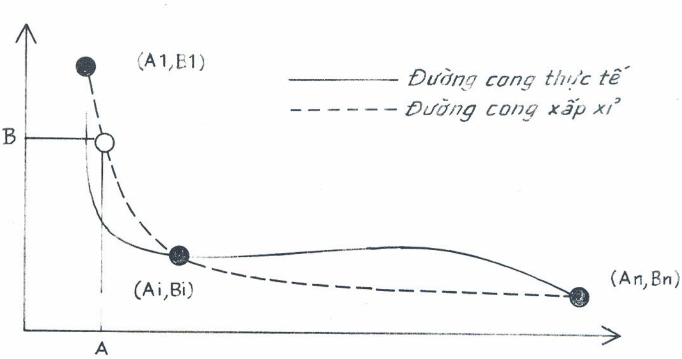
trong đó $A_1, A_2, ..., A_n$, $B_1, B_2, ..., B_n$ là các giá trị mờ. Việc nghiên cứu mô hình mờ được đặt ra để giải quyết các bài toán điều khiển mờ hay lập luận mờ trong hệ trợ giúp quyết định, hệ chuyên gia.... Các bài toán này tuy có khác nhau về hình thức nhưng chúng cùng phải giải quyết một vấn đề: khi đã có mô hình trên và có một giá trị đầu vào $X = A$ xác định (có thể là giá trị số hay là tập mờ), đòi hỏi phải xác định đầu ra $Y = B$. Đã có nhiều phương pháp được đưa ra để giải quyết vấn đề nêu trên [1, 2]. Điểm chung cơ bản của lý thuyết tập mờ là các phương pháp giải quyết của nó nhìn chung chỉ tốt trong những điều kiện cụ thể, lĩnh vực cụ thể mà không có phương pháp tốt cho tất cả các trường hợp. Để đánh giá phương pháp, có thể dùng khái niệm sai số của mô hình [8]. Có hai dạng sai số xảy ra khi sử dụng mô hình mờ. Thứ nhất là sai số xảy ra khi xác định giá trị (bằng số) của các giá trị biến ngôn ngữ được sử dụng trong mô hình (tức là sai số xảy ra do việc khử mờ). Thứ hai là sai số xảy ra khi ta sử dụng bản thân mô hình để mô phỏng một quá trình thực. Nói cách khác, sai số dạng này xảy ra khi ta dùng một phương pháp xấp xỉ nào đó để xấp xỉ đường cong thực tế. Trong bài báo này chúng tôi giới hạn trong đánh giá phương pháp qua dạng sai số thứ hai, xảy ra khi áp dụng phương pháp xấp xỉ dựa trên cơ sở Đại số gia tử. Sai số dạng một đã được nghiên cứu trong nhiều bài báo (xem [1, 8]).

Trước hết, ta chứng minh một định lý cần dùng cho phương pháp xấp xỉ sẽ được đưa ra.

Định lý 2. *Cho Đại số gia tử tuyến tính mở rộng $H = \langle X, H, G \leq \rangle$, h và p là hai gia tử và u là phần tử của X. Các phần tử hpu, phu luôn nằm giữa hu và pu.*

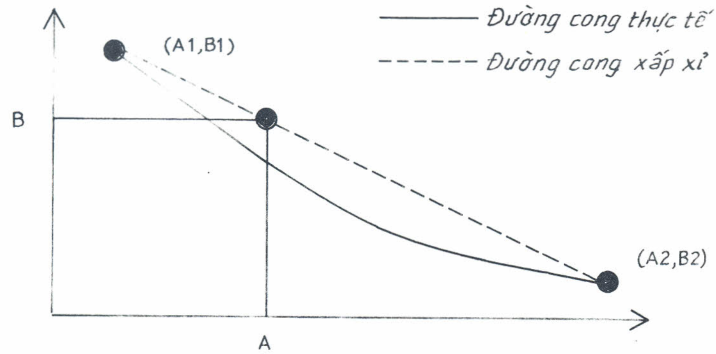
Chứng minh. Để xác định, giả sử $hu < pu$. Theo Tính chất 1 ở trên, do $hu \notin H(pu)$ ta suy ra $hu < H(pu)$ tức $hu < hpu$. Tương tự ta có $phu < pu$. Đồng thời, cũng theo Tính chất 1, ta có $phu < hpu$. Như vậy, ta có $hu < phu < hpu < pu$. Trong trường hợp $pu < hu$ ta sẽ có các bất đẳng thức theo chiều ngược lại.

Trước khi đưa ra phương pháp xấp xỉ mô hình dựa trên cơ sở Đại số gia tử, ta sẽ xem xét phương pháp xấp xỉ mô hình trong trường hợp số, tức là trường hợp các giá trị A_i, B_i đều là số (không mờ). Một trong những phương pháp phổ biến trong trường hợp này là xem cặp số (A_i, B_i) như điểm tọa độ trên mặt phẳng (hình 1). Khi đó qua n điểm (A_i, B_i) của mặt phẳng tọa độ có thể vẽ được một đường cong (nhìn chung bậc $n-1$). Đường cong này là đường cong xấp xỉ đường cong thực tế. Với điểm A cho trước trên trục hoành, dễ dàng xác định được điểm B tương ứng trên trục tung dựa trên đường cong đó.



Hình 1

Bây giờ ta xét mô hình mờ (I). Ta cũng sẽ coi n cặp tập mờ (A_i, B_i) là n cặp tọa độ trên mặt phẳng. Thay vì xây dựng một đường cong bậc $n-1$ đi qua n điểm tọa độ, ta nối n điểm bằng các đoạn thẳng, tạo nên một đường gấp khúc. Với một điểm A trên trục hoành, ta cũng dễ dàng xác định được điểm B tương ứng trên trục tung (hình 2). Thực chất của phương pháp này là xác định điểm B theo khoảng cách dựa trên cảm nhận là nếu giá trị biến ngôn ngữ A nằm giữa hai giá trị biến ngôn ngữ A_1 và A_2 theo tỉ lệ (về khoảng cách) $k = \rho(A_1, A)/\rho(A, A_2)$ thì $\rho(B_1, B)/\rho(B, B_2) = k$. Từ đó có thể xác định B nếu biết A.



Hình 2

Về tính hợp lý của phương pháp, có thể nêu ra các nhận xét sau:

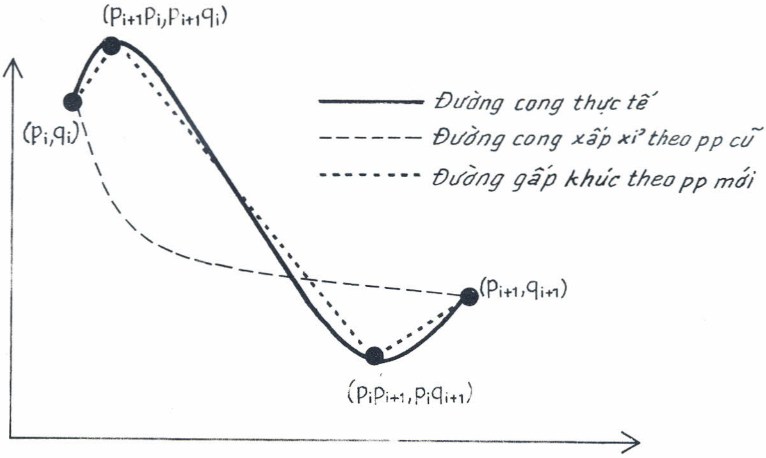
1. Cảm nhận về khoảng cách là khá hợp lý về mặt ngữ nghĩa (xem thêm [10,11]).

2. Về sai số phương pháp, thoạt đầu ta thấy có vẻ như đường gấp khúc là một xấp xỉ khá thô của đường cong thực tế. Tuy nhiên, có thể thấy nếu ta có càng nhiều điểm tọa độ và việc phân bố các điểm tọa độ này là tương đối "đều" thì đường gấp khúc càng tiến dần đến đường cong thực tế. Ta sẽ xem xét kỹ vấn đề này. Để tiện cho việc phân tích, ta viết lại mô hình mờ (I) ở dạng sau:

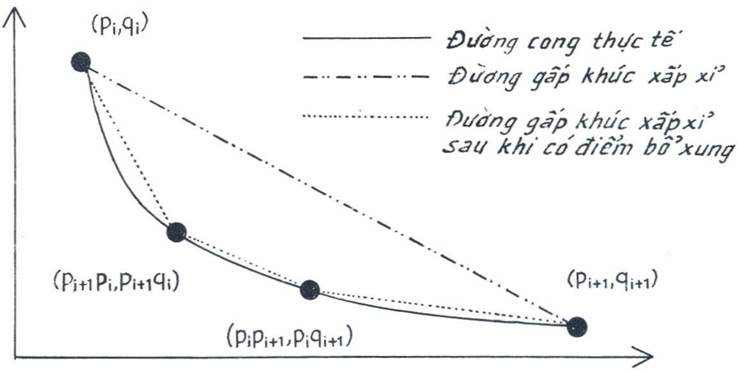
$$\left[\begin{array}{llll} IF & X = p_1 u & THEN & Y = q_1 v \\ IF & X = p_2 u & THEN & Y = q_2 v \\ & \cdots\cdots & & \\ IF & X = p_n u & THEN & Y = q_n v \end{array}\right. \tag{II}$$

ở đó, u và v là các phần tử sinh nguyên thủy, p_i và q_i là các xâu gia tử, $1 \le i \le n$. Ngoài ra $p_1 < p_2 < \cdots < p_n$. Giữa hai điểm sát nhau trên trục hoành $p_i u$ và $p_{i+1} u$ theo Định lý 2 có các điểm $p_i p_{i+1} u$ và $p_{i+1} p_i u$. Đồng thời, theo qui tắc lập luận (RPI) ta sẽ có IF $X = p_i n p_{i+1} u$ THEN $Y = p_i q_{i+1} v$ và IF $X = p_{i+1} p_i u$ THEN $Y = p_{i+1} q_i v$. Ta sẽ xem xét vị trí tương đối của các điểm $p_i q_{i+1} v$ và $p_{i+1} q_i v$ trên trục tung. Do tập các gia tử là một tập sắp thứ tự toàn phần nên có các khả năng sau xảy ra:

- $p_i < q_{i+1} < q_i < p_{i+1}$. Khi đó cũng theo Định lý 1, $p_i < p_i q_{i+1} < q_{i+1}$ và $q_i < p_{i+1} q_i < p_{i+1}$, nghĩa là các điểm $p_i q_{i+1} v$ và $p_{i+1} q_i v$ sẽ nằm ngoài $q_i v$ và $q_{i+1} v$ trên trục tung. Trường hợp này hai mệnh đề quan trọng mới sinh ra sẽ đặc biệt quan trọng vì nó tạo ra các điểm cực trị mới trên đồ thị của đường cong xấp xỉ. Nếu không có các cặp tọa độ mới $(p_i p_{i+1}, p_i q_{i+1})$ và $(p_{i+1} p_i, p_{i+1} q_i)$ này, các đường cong xấp xỉ, dù được xây dựng trên cơ sở lý thuyết tập mờ hay Đại số gia tử sẽ đều cho sai số lớn (xem hình 3).
- $p_i < q_i < q_{i+1} < p_{i+1}$. Theo Định lý 1, ta có $p_i q_{i+1} < q_{i+1}$. Ta sẽ chứng minh $q_i < p_i q_{i+1}$. Thật vậy, theo định nghĩa, giả sử có phần tử sinh t, sao cho $t < q_i t$ hoặc $t < p_i q_{i+1} t$, cần chứng minh $q_i t < p_i q_{i+1} t$. Nếu có $t < q_i t$ thì do $q_i < q_{i+1}$ nên $q_i t < q_{i+1} t$. Do $q_i t \notin H(q_{i+1} t)$ nên $q_i t < H(q_{i+1} t)$ tức $q_i t < p_i q_{i+1} t$. Nếu có $t < p_i q_{i+1} t$ thì do $p_i < p_i q_{i+1}$ (theo Định lý 1) nên ta cũng có $t < p_i t < q_i t$ và ta quay lại trường hợp trên. Trường hợp với t có các dấu bất đẳng thức ngược lại chứng minh hoàn toàn tương tự. Tóm lại, ta có $q_i < p_i q_{i+1} < q_{i+1}$. Tương tự với $p_{i+1} q_i$. Ta sẽ có đường gấp phúc xấp xỉ mới gần đường cong thực tế hơn (xem hình 4).



Hình 3



Hình 4

- $q_i < p_i < q_{i+1} < p_{i+1}$. Theo Định lý 1, $p_i < p_i q_{i+1} < q_{i+1}$. Do đó $q_i < p_i q_{i+1} < q_{i+1}$. Với $p_{i+1}q_i$ thì cũng chứng minh tương tự như trên, ta có $p_{i+1}q_i < q_{i+1}$. Tóm lại cả $p_{i+1}q_i$ và $p_i q_{i+1}$ đều nằm giữa q_{i+1} và q_i.
- $q_{i+1} < p_i < q_i < p_{i+1}$. Trường hợp này dễ thấy $p_i q_{i+1}$ nằm giữa q_{i+1} và q_i còn $p_{i+1}q_i$ nằm ngoài q_{i+1} và q_i. Ta có thêm một điểm cực trị nằm giữa p_i và p_{i+1}.
- $p_i < q_i < p_{i+1} < q_{i+1}$. Khi đó cả $p_{i+1}q_i$ và $p_i q_{i+1}$ đều nằm giữa q_{i+1} và q_i.
- $p_i < q_{i+1} < p_{i+1} < q_i$. Khi đó $p_{i+1}q_i$ nằm giữa q_{i+1} và q_i, còn $p_i q_{i+1}$ nằm ngoài. Ta có một điểm cực trị nằm giữa p_i và p_{i+1}.
- $p_i < p_{i+1} < q_{i+1} < q_i$. Khi đó $p_{i+1}q_i$ nằm giữa q_{i+1} và q_i, còn $p_i q_{i+1}$ nằm ngoài. Ta có một điểm cực trị nằm giữa p_i và p_{i+1}.
- $p_i < p_{i+1} < q_i < q_{i+1}$. Khi đó $p_i q_{i+1}$ nằm giữa q_{i+1} và q_i, còn $p_{i+1}q_i$ nằm ngoài. Ta có một điểm cực trị nằm giữa p_i và p_{i+1}.
- $q_i < q_{i+1} < p_i < p_{i+1}$. Khi đó $p_{i+1}q_i$ nằm giữa q_{i+1} và q_i, còn $p_i q_{i+1}$ nằm ngoài. Ta có một điểm cực trị nằm giữa p_i và p_{i+1}.
- $q_{i+1} < q_i < p_i < p_{i+1}$. Khi đó $p_i q_{i+1}$ nằm giữa q_{i+1} và q_i, còn $p_{i+1}q_i$ nằm ngoài. Ta có một điểm cực trị nằm giữa p_i và p_{i+1}.
- $q_i < p_i < p_{i+1} < q_{i+1}$. Khi đó $p_i q_{i+1}$ và $p_{i+1}q_i$ nằm giữa q_{i+1} và q_i.
- $q_{i+1} < p_i < p_{i+1} < q_i$. Khi đó $p_i q_{i+1}$ và $p_{i+1}q_i$ nằm giữa q_{i+1} và q_i.

Có thể rút ra các nhận xét sau:

1. Với cách tiếp cận dựa trên ĐSGT, trong những trường hợp nhất định như đã phân tích (7 trên 12 trường hợp), có thể sinh ra những điểm cực trị mới của đường gấp khúc xấp xỉ, làm giảm đáng kể sai số của phương pháp. Trong những trường hợp còn lại các điểm sinh ra, căn cứ vào Định lý 1, sẽ phân bố tương đối đều, làm tăng độ chính xác của đường gấp khúc xấp xỉ.

2. Như vậy đây là một phương pháp đơn giản nhưng lại cho kết quả tốt trong việc giải các bài toán có liên quan đến mô hình mờ, khi các tham số được biểu diễn dưới dạng các từ của ngôn ngữ tự nhiên.

4. KẾT LUẬN

Bài này đã đưa ra một phương pháp tiếp cận trên cơ sở ĐSGT để giải quyết bài toán lập luận mờ và chứng minh tính hợp lý của phương pháp. Trong các phương pháp dựa trên cơ sở ĐSGT nói chung, sai số mô hình xảy ra khi xác định các giá trị biến ngôn ngữ (trên trục số) còn phải cần các nghiên cứu tiếp theo. Trong thực tế, con người khó sử dụng các từ có trên 3 từ nhấn. Do đó, trong thực tiễn có thể chỉ xấp xỉ đến những từ có 3 từ nhấn và với một giá trị đầu vào, ta sẽ lấy giá trị biến ngôn ngữ gần nhất trong tập các từ được sinh ra với nhiều nhất 3 từ nhấn để thay thế và để xác định đầu ra tương ứng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Cao Z. and Kandel A., Applicability of some fuzzy implication operators, *Fuzzy Sets and Systems* **31** (1989) 151–186.

[2] Fukami S, Misumoto M, Tanaka K., Some consideration on fuzzy conditional inference, *Fuzzy Sets and Systems* **4** (1980) 243–273.

[3] Nguyen Cat Ho, Fuzzines in the structure of linguistic truth values: a fundation for development of fuzzy reasoning, *Proc. of Inter. Symposium on Multivalued Logic*, Boston University, MA (IEEE Computer Society Press, 1987), 325–335

[4] Nguyen Cat Ho, A method in linguistic reasoning on a knowledge base representing by sentences with linguistic belief degree, *Fundamenta Informaticae* **28** (1996) 247–259.

[5] Nguyen Cat Ho and W. Wechler, Hedge algebras: an algebraic approach to structure of sets of linguistic truth values, *Fuzzy Sets and Systems* **35** (1990) 281–293.

[6] Nguyen Cat Ho and W. Wechler, Extended Hedge algebras and their application to fuzzy logic, *Fuzzy Sets and Systems* **52** (1992) 259–281.

[7] Nguyen Cat Ho, Tran Dinh Khang, Huynh Van Nam, Nguyen Hai Chau, Hedge algebras, linguistic - valued logic and their application to fuzzy reasoning, *International Journal of Uncertainly, Fuzzines and Knowledge-Base Systems* **7** (1999) 347–361.

[8] Nguyễn Cát Hồ, Trần Thái Sơn, Về sai số của mô hình mờ, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **13** (1) (1997) 16–30.

[9] Nguyễn Cát Hồ, Trần Thái Sơn, Logic mờ và quyết định mờ dựa trên cấu trúc thứ tự của giá trị ngôn ngữ, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **9** (4) (1993) 1–9.

[10] Nguyễn Cát Hồ, Trần Thái Sơn, Về khoảng các giữa các giá trị của biến ngôn ngữ trong Đại số gia tử và bài toán sắp xếp mờ, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **11** (1) (1995) 10–20.

[11] Trần Thái Sơn, Lập luận xấp xỉ với giá trị của biến ngôn ngữ, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **15** (2) (1999) 6–10.

[12] Zadeh A. A,, Outline of new approach to the analysis of Complex Systems and Decision Process, *IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics SMC* **3** (1973).

Nhận bài ngày 30 - 7 - 2001

Viện Công nghệ thông tin