Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. 17, S. 4 (2001), 66–68

LƯỢC ĐỒ QUAN HỆ CÓ MỘT KHÓA DUY NHẤT

NGUYỄN XUÂN THÁI

Abstract. Let $S = \langle \Omega, F \rangle$ be a relation scheme. In [1] a necessary condition under which a subset X of Ω is a key, and a single formula for computing the intersection of all keys for S were given.

Basing on these results, we give a necessary and sufficient condition under which a relation scheme S has exactly one key. Some results concerning this type of relation scheme are also established.

Tóm tắt. Cho $S = \langle \Omega, F \rangle$ là một lược đồ quan hệ. Ho Thuan và Le Van Bao [1] đã đưa ra một điều kiện cần để một tập con X của Ω là khóa, và một công thức đơn giản tính giao của tập tất cả các khóa của S.

Dựa trên các kết quả đó, chúng tôi đưa ra một điều kiện cần và đủ để một lược đồ quan hệ S có đúng một khóa. Một số kết quả liên quan tới kiểu lược đồ quan hệ này cũng đã được thiết lập.

1. MỞ ĐẦU

Trong mục này chúng tôi nhắc lại hai kết quả đã được công bố trong [1], cần cho việc chứng minh các kết quả trong mục sau.

Một số khái niệm và kết quả quan trọng của lý thuyết các hệ cơ sở dữ liệu (CSDL) quan hệ như quan hệ và lược đồ quan hệ, phụ thuộc hàm, hệ tiên đề Armstrong, thuật toán tính bao đóng của một tập thuộc tính, các định nghĩa khóa và siêu khóa... có thể tìm thấy, chẳng hạn trong [1] và [3].

Về các kí hiệu, chúng tôi sử dụng theo [1].

Cho $S = \langle \Omega, F \rangle$ là một lược đồ quan hệ, trong đó:

$$\Omega = \{A_1, \dots, A_n\},$$
$$F = \{L_j \to R_j \mid L_j, R_j \subseteq \Omega,\ L_j \cap R_j = \emptyset,\ j = 1, \dots, p\}.$$

Kí hiệu $L = \bigcup_{j=1}^{n} L_j$, $R = \bigcup_{j=1}^{n} R_j$, $G = \bigcap_{K_i \in K(S)} K_i$ với $K(S)$ là tập tất cả các khóa của S.

Sau đây là 2 kết quả được lấy từ [1].

Định lý 1.1. (Định lý 1 trong [1]) *Cho $S = \langle \Omega, F \rangle$ là một lược đồ quan hệ và $X \subseteq \Omega$ là một khóa của S. Khi đó*

$$\Omega \setminus R \subseteq X \subseteq (\Omega \setminus R) \cup (L \cap R). \tag{1}$$

Định lý 1.2. (Định lý 4 trong [1]) *Cho $S = \langle \Omega, F \rangle$ là một lược đồ quan hệ. Khi đó:*

$$G = \Omega \setminus R. \tag{2}$$

2. LƯỢC ĐỒ QUAN HỆ CÓ MỘT KHÓA DUY NHẤT

Trong những điều kiện nhất định, một lược đồ quan hệ $S = \langle \Omega, F \rangle$ có thể có một khóa duy nhất.

Định lý sau đây cho một điều kiện cân và đủ để một lược đồ quan hệ có tính chất nói trên.

Định lý 2.1. *Cho $S = \langle \Omega, F \rangle$ là một lược đồ quan hệ. Điều kiện cần và đủ để lược đồ quan hệ S có một khóa duy nhất là $(\Omega \setminus R)^+ = \Omega$.*

Chứng minh

a) Giả sử $S = \langle \Omega, F \rangle$ có một khóa duy nhất K ($K \subseteq \Omega$). Theo Định lý 1.2, $K = \Omega \setminus R$. Vậy

$$(\Omega \setminus R)^+ = \Omega.$$

b) Giả sử với lược đồ $S = \langle \Omega, F \rangle$ ta có $(\Omega \setminus R)^+ = \Omega$. Vậy $\Omega \setminus R$ là siêu khóa và sẽ chứa trong nó ít nhất một khóa $K \subseteq \Omega \setminus R$.

Mặt khác theo Định lý 1.1, có $\Omega \setminus R \subseteq K$, suy ra $K = \Omega \setminus R$.

S cũng không thể có khóa $K' \neq K$ vì khi đó, theo Định lý 1.1., $K \not\subseteq K'$ là điều không thể có được (theo định nghĩa của khóa).

Vậy $K = \Omega \setminus R$ là khóa duy nhất của S.

Từ Định lý 2.1 ta có thể đặt vấn đề đi tìm một số tiêu chuẩn đủ để một lược đồ quan hệ $S = \langle \Omega, F \rangle$ có một khóa duy nhất.

Ta có các định lý sau:

Định lý 2.2. *Cho $S = \langle \Omega, F \rangle$ là một lược đồ quan hệ. Điều kiện đủ để S có một khóa duy nhất là $|L \cap R| \leq 1$.*

Chứng minh. Hai trường hợp phải xem xét:

a) $|L \cap R| = 0$, có nghĩa $L \cap R = \emptyset$.

Khi đó theo điều kiện cần (1) của Định lý 2.2, S sẽ có một khóa duy nhất là $\Omega \setminus R$.

b) $|L \cap R| = 1$.

Ta sẽ chứng minh rằng khi đó $(\Omega \setminus R) \cup (L \cap R)$ không là khóa của lược đồ $S = \langle \Omega, F \rangle$.

Thực vậy, nếu $(\Omega \setminus R) \cup (L \cap R)$ là khóa của S thì, theo (1) khóa đó là duy nhất.

Khi đó $G(S) = (\Omega \setminus R) \cup (L \cap R) \neq \Omega \setminus R$, mâu thuẫn với (2).

Vậy lược đồ $S = \langle \Omega, F \rangle$ có một khóa duy nhất.

Thí dụ 1. Cho lược đồ quan hệ

$$S = \langle \{A, B, C, D\}, F = \{A \to B, C \to D\} \rangle.$$

Ta có $L = AC$, $R = BD$, $L \cap R = \emptyset$.

Vậy lược đồ quan hệ S có một khóa duy nhất là $\Omega \setminus R = AC$.

Thí dụ 2. Cho lược đồ quan hệ

$$S = \langle \{A, B, C, D, E\}, \{A \to BC, AB \to E\} \rangle.$$

Ta có $L = AB$, $R = BCE$, $L \cap R = B$.

Vậy lược đồ quan hệ S có một khóa duy nhất là $\Omega \setminus R = AD$.

Định lý 2.3. *Cho $S = \langle \Omega, F \rangle$ là một lược đồ quan hệ. Điều kiện đủ để S có một khóa duy nhất là :*

$$\forall i \ (R_i \cap L) \neq \emptyset \Rightarrow L_i \cap R = \emptyset).$$

Chứng minh. Kí hiệu

$$I = \{i \mid R_i \cap L \neq \emptyset\}.$$

Theo giả thiết của định lý, dễ thấy là:

$$L \cap R = L \cap \Big(\bigcup_{i \in I} R_i\Big) \subseteq \bigcup_{i \in I} R_i \quad \text{và} \quad \bigcup_{i \in I} L_i \subseteq L \setminus R.$$

Từ đó:

$$L \setminus R \xrightarrow{*} \bigcup_{i \in I} L_i \xrightarrow{*} L \cap R. \tag{3}$$

Kết hợp với $L \setminus R \xrightarrow{*} L \setminus R$, cho:

$$L \setminus R \xrightarrow{*} R.$$

Mặt khác rõ ràng $L \setminus R \subseteq \Omega \setminus R$. Theo thuật toán xác định bao đóng của một tập thuộc tính, có:

$$(\Omega \setminus R)^+ \supseteq (\Omega \setminus R) \cup R = \Omega,$$

chứng tỏ lược đồ quan hệ S có một khóa duy nhất.

Thí dụ 3. Cho lược đồ quan hệ

$$S = \langle \{A, B, C, D, E, G\}, \{A \to BD, BC \to DE, AG \to BE\} \rangle.$$

Ta có: $L = ABCG$, $R = BDE$.

Dễ thấy là lược đồ quan hệ S thỏa các điều kiện của Định lý 2.3. và S có một khóa duy nhất là $(\Omega \setminus R) = ACG$.

Chú ý: Ý nghĩa của các định lý 2.2 và 2.3 là giúp ta khẳng định được lược đồ quan hệ S có một khóa duy nhất $K = \Omega \setminus R$ mà không cần kiểm tra đẳng thức $(\Omega \setminus R)^+ = \Omega$.

Định lý 2.4. *Cho $S = \langle \Omega, F \rangle$ là một lược đồ quan hệ có một khóa duy nhất. Khi đó S ở dạng chuẩn BCNF ($S \in$ BCNF) nếu và chỉ nếu S ở dạng chuẩn 3NF ($S \in 3NF$).*

Chứng minh

a) Giả thiết $S \in$ BCNF. Khi đó rõ ràng $S \in$ 3NF.

b) Giả thiết $S \in$ 3NF và có khóa duy nhất $K = \Omega \setminus R$. Giả sử $S \notin$ BCNF.

Suy ra tồn tại một phụ thuộc hàm $X \xrightarrow{*} A$ đúng trên S với $X^+ \neq \Omega$ và $A \in K \setminus X$, tức A là thuộc tính khóa (do $S \in$ 3NF).

Khi đó, dễ thấy $X \cup (K \setminus \{A\})$ là siêu khóa và chứa một khóa $K' \neq K$ (vì $A \notin K'$). Điều mâu thuẫn này chứng tỏ $S \in$ BCNF.

Chú ý: Định lý 2.4 chính là Định lý 5.8 trong [2] với một chứng minh khác.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Ho Thuan and Le Van Bao, Some results about keys of relational schemas, *Acta Cybernetica*, Szeged, Hungary, Tom **7**, Fasc 1 (1985).

[2] Paolo Atzeni and Valeria De Antonellis, *Relational Database Theory*, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc. 1993.

[3] Ullman J., *Principles of Database Systems*, Computer Science Press, 2d edition, 1982.

Nhận bài ngày 16 - 2 - 2001
Nhận lại sau khi sửa ngày 10 - 5 - 2001

Học viện Hành chính Quốc gia