

## ĐỊNH LƯỢNG NGŨ NGHĨA KHOẢNG CỦA ĐẠI SỐ GIA TỬ VỚI VIỆC BỔ SUNG MỘT GIA TỬ ĐẶC BIỆT\*

NGUYỄN CÁT HỒ<sup>1</sup>, TRẦN THÁI SƠN<sup>1</sup>, PHẠM ĐÌNH PHONG<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Viện Công nghệ thông tin, Viện khoa học và công nghệ Việt Nam*

<sup>2</sup>*Công ty Prévoir Việt Nam*

**Tóm tắt.** Bài báo này trình bày một phương pháp lượng hóa mới của đại số gia tử, khác với phương pháp cũ là một toán tử nhân tạo  $h_0$  được thêm vào để mô hình hóa ngữ nghĩa của các hạng từ phụ thuộc ngữ cảnh. Mục đích của phương pháp mới là cho phép biểu diễn sự thay đổi ngữ nghĩa của một hạng từ  $x$  có độ dài  $k$  khi xuất hiện trong bối cảnh của tập  $X_{(k+1)}$  các hạng từ có độ dài không vượt quá  $k + 1$ , vì vậy ý nghĩa của hạng từ sẽ bị thay đổi khi các hạng từ liền kề thay đổi. Do đó, khi  $x$  trong ngữ cảnh  $X_{(k)}$  được đưa vào xuất hiện trong ngữ cảnh  $X_{(k+1)}$  thì ngữ nghĩa của nó được biểu diễn bởi biểu thức  $h_0x$ . Trong nghiên cứu này, một đại số gia tử  $AX^*$  được mở rộng từ đại số gia tử  $AX$  được phát triển để mô hình hóa ngữ nghĩa phụ thuộc ngữ cảnh của các hạng từ của  $AX$ . Các khái niệm mới về độ đo tính mờ, khoảng tính mờ và ánh xạ định lượng ngữ nghĩa khoảng của các hạng từ cũng được nghiên cứu và giới thiệu. Bài báo cũng chỉ ra rằng các tập mờ hình thang có thể được xây dựng cho các ứng dụng theo một cơ chế hình thức hóa toán học.

**Abstract.** This paper introduces a new method of quantification of hedge algebras, which is different from the ordinary method by the fact that an artificial hedge  $h_0$  should be added to model the context-dependent semantics of terms. It is aimed to represent the change of the semantics of any term  $x$  of length  $k$  appeared in the context  $X_{(k+1)}$  of terms with the length  $k + 1$ , so the meaning of a term will be changed when its adjacent terms are changed. Then, when  $x$  in the context  $X_{(k)}$  is presented in  $X_{(k+1)}$ , its semantics is represented by the expression  $h_0x$ . In this study, an enlarged hedge algebra  $AX^*$  of a given hedge algebra  $AX$  will be developed to model context-dependent semantics of terms of  $AX$ . New concepts of fuzziness measure, fuzziness intervals and interval quantifying mappings of terms are also introduced and examined. It is shown that trapezoidal fuzzy sets can be constructed to utilize a mathematical formalism.

### 1. MỞ ĐẦU

Đại số gia tử (DSGT) là một cách tiếp cận mới cho việc xử lý ngôn ngữ tự nhiên trong các bài toán thuộc lĩnh vực điều khiển, ra quyết định, lập luận xấp xỉ, ... Một điểm cơ bản, cũng là tính ưu việt của cách tiếp cận này so với lý thuyết tập mờ cổ điển của Zadeh, là mô

---

\* Bài báo được thực hiện với sự hỗ trợ từ quỹ phát triển KHCVN (Nafosted), mã số 102.01-2011.06.

hình hóa được quan hệ thứ tự vốn có của tập các giá trị của biến ngôn ngữ (như “rất trẻ” < “trẻ” < “khá trẻ” <...< “khá già” < “già” < “rất già”). Để có thể ứng dụng rộng rãi lý thuyết ĐSGT trong nhiều lĩnh vực, ta phải đưa ra phương pháp lượng hóa các giá trị của biến ngôn ngữ với các khái niệm định lượng của ĐSGT, chẳng hạn như khái niệm ánh xạ định lượng ngữ nghĩa (ĐLNN), độ đo tính mờ của ĐSGT hay các khoảng tính mờ của các hạng từ của ĐSGT [3, 4]. Trong các nghiên cứu cho đến nay, tiên đề sau ([4]) thường được công nhận:

$$fm(c^-) + fm(c^+) = 1 \text{ và } \sum \{fm(hx) : h \in H\} = fm(x) \quad (1.1)$$

tức là tổng độ đo tính mờ của các từ nguyên thủy bằng độ dài miền tham chiếu của biến ngôn ngữ và độ đo tính mờ của hạng từ bất kỳ của ĐSGT bằng tổng độ đo tính mờ của tất cả các hạng từ sinh ra từ  $x$  do tác động của tất cả các gia tử thuộc  $H$ . Với giả thiết này, mọi độ đo tính mờ của ĐSGT sẽ xác định một cách duy nhất một *khoảng tính mờ* cho mỗi hạng từ và tập các khoảng tính mờ  $X_k$  của tất cả các hạng từ có cùng độ dài  $k$  của một ĐSGT sẽ tạo nên một phân hoạch trên miền giá trị định lượng chuẩn hóa  $[0, 1]$  của ĐSGT và giá trị ĐLNN của mỗi hạng từ của ĐSGT sẽ là một điểm nằm trong khoảng tính mờ của hạng từ đó.

Trong một số ứng dụng, chẳng hạn bài toán trích rút các luật mờ từ tập dữ liệu hay truy vấn dữ liệu trong CSDL thông tin ngôn ngữ, đòi hỏi phải giải bài toán xây dựng các khoảng lân cận ngữ nghĩa của tập  $X_{(k)}$  các hạng từ có độ dài *không lớn hơn*  $k$  của ĐSGT sao cho chúng lập thành phân hoạch của  $[0, 1]$  và được gọi là các khoảng tương tự mức  $k$  của các hạng từ. Vì các khoảng tính mờ của các hạng từ có cùng độ dài  $k'$  lập thành một phân hoạch, chúng sẽ được sử dụng để tính các *khoảng tương tự* mức  $k$ . Để làm việc này chỉ cần đòi hỏi lấy  $k' \geq k + 2$  và phân cụm các khoảng tính mờ mức  $k'$  sao cho các khoảng tương tự mức  $k$  mong muốn là hợp của các khoảng tính mờ trong mỗi cụm [5].

Tuy nhiên, điều kiện (1.1) là khá chặt, thiếu mềm dẻo trong biểu diễn ngữ nghĩa các hạng từ và trong ứng dụng vào việc giải một số bài toán. Ngoài ra, chính ràng buộc (1.1) dẫn đến các khoảng tính mờ của các hạng từ trong  $X_k$  đã đủ lấp đầy miền tham chiếu  $[0, 1]$  nên không còn không gian cho việc xây dựng các khoảng lân cận ngữ nghĩa cho các hạng từ độ dài nhỏ hơn  $k$ , dẫn đến nhu cầu xây dựng hệ khoảng tương tự mức  $k$ , làm phức tạp thêm phương pháp luận. Vì lý do đó, bài báo này đề xuất một cách tạo phân hoạch mờ mới, tự nhiên, mềm dẻo hơn bằng việc chấp nhận giả thiết  $\sum \{fm(hx) : h \in H\} = \lambda \leq fm(x)$ , nhờ đó có thêm không gian để định nghĩa tham số mới, nghĩa là thêm bậc tự do để điều chỉnh thích nghi. Khi đó giả thiết (1.1) chỉ là trường hợp riêng khi  $\lambda = fm(x)$ , ta có trường hợp bình thường như các tác giả đã làm. Ý tưởng giải quyết vấn đề đặt ra là tận dụng gia tử đặc biệt  $h_0$  trong các nghiên cứu [4, 5], trong đó  $h_0$  chỉ đóng vai trò kĩ thuật hình thức để bảo đảm rằng  $x \in H(x), \forall x \in X$ , và đơn giản hóa một số phát biểu hình thức các mệnh đề của ĐSGT. Chúng ta sẽ tận dụng tính chất  $h_0x = x, \forall x \in X$ , và gán tính chất ngữ nghĩa cho  $h_0$  trong việc mô tả ngữ nghĩa của hạng từ phụ thuộc vào ngữ cảnh nó xuất hiện. Chẳng hạn, ngữ nghĩa của một hạng từ sinh  $c$  khi xem nó xuất hiện trong tập các hạng từ  $X_1$  sẽ có tính khái quát hơn (generality) khi nó xuất hiện trong tập  $X_{(2)}$  gồm các từ có độ dài không quá 2. Như vậy, về mặt kí hiệu (cú pháp),  $c$  trong  $X_1$  hay trong  $X_{(2)}$  vẫn là một, nhưng ngữ nghĩa của  $c$  trong tập sau có tính riêng (specificity) hơn và nó có thể được biểu thị bằng  $h_0c$ . Với ý tưởng như vậy, gia tử  $h_0$  mang chức năng mô tả sự thay đổi ngữ nghĩa của các hạng từ theo ngữ cảnh.

Bài báo được bố cục gồm 5 mục. Ngoài mục mở đầu và kết luận thì mục 2 trình bày một cách mở rộng khái niệm độ đo tính mờ ĐSGT. Mục 3 trình bày cách xây dựng khoảng tính

mở mới và ánh xạ định khoảng ngữ nghĩa. Ý nghĩa của việc mở rộng lượng hóa dành cho các ứng dụng được nêu trong mục 4.

## 2. MỞ RỘNG KHÁI NIỆM ĐỘ ĐO TÍNH MỜ CỦA ĐẠI SỐ GIA TỬ

Mặc dù tập mờ được xem như là mô hình định tính của các từ ngôn ngữ mờ nhưng chúng lại vốn là những đại lượng lượng hóa. ĐSGT là mô hình định tính và là đại số trừu tượng, nên để tính toán số được chúng cần phải được lượng hóa trên cơ sở ngữ nghĩa định tính. Có ba đặc trưng lượng hóa ĐSGT: độ đo tính mờ của ĐSGT, các khoảng tính mờ của các hạng từ và ánh xạ định lượng ngữ nghĩa. Trong mục này chúng ta sẽ mở rộng các khái niệm này nhằm xây dựng một cơ sở hình thức hóa linh hoạt hơn mô tả được ngữ nghĩa phụ thuộc ngữ cảnh. Do đó, cho phép mở rộng khả năng ứng dụng của ĐSGT.

Có thể diễn giải điều ngữ nghĩa phụ thuộc ngữ cảnh như sau. Khi ta xét các phần tử của ĐSGT có độ dài  $k$  nào đó, chẳng hạn  $k = 2$ , ta có các từ “rất trẻ”, “khá trẻ”, “tương đối trẻ”, .... Tất cả các từ này tạo nên ngữ nghĩa của bản thân khái niệm “trẻ” như là một phần tử của ĐSGT có độ dài  $k = 1$ . Tuy nhiên, nếu như trong đánh giá, đồng thời với việc sử dụng các từ có độ dài  $k = 2$  “rất trẻ”, “khá trẻ”, ..., nghĩa là từ “trẻ” vẫn được sử dụng để đánh giá, thì lúc này ngữ nghĩa của “trẻ” không còn bao hàm tất cả các từ “rất trẻ”, “khá trẻ”, “tương đối trẻ”, ... nữa mà chỉ là một từ “bình đẳng” với các từ có độ dài 2 khác. Khi đó, trong thực tế ngữ nghĩa của “trẻ” có tính cá biệt hơn, ít khái quát hơn hay là ngữ nghĩa của trẻ bị thu hẹp hơn so với khi nó có mặt trong ngữ cảnh chỉ có sự xuất hiện của các từ có độ dài 1. Có nghĩa độ đo tính mờ của “trẻ” trong ngữ cảnh các từ độ dài 2 cũng sẽ chỉ chiếm một phần trên đoạn độ đo tính mờ  $fm(\text{“trẻ”})$  ban đầu khi nó xuất hiện cùng với các phần tử có độ dài  $k = 2$  khác.

Một ý tưởng quan trọng và cốt yếu của phương pháp tiếp cận bằng đại số, khác với cách tiếp cận bằng tập mờ, là nó mô phỏng bản chất của thông tin mờ là *tính mờ* của thông tin. Mô hình hóa và hình thức hóa tính mờ quyết định cách thức lượng hóa ngữ nghĩa ngôn ngữ. Trong cách tiếp cận đó, ngữ nghĩa phụ thuộc vào ngữ cảnh của từ có thể “sinh ra” bằng một gia tử nhân tạo  $h_0$  và nó mang một tính mờ nào đó. Ta có thể mô tả tính mờ này như sau:

Trong nghiên cứu ứng dụng ĐSGT vào một số bài toán ứng dụng, giả thiết  $\sum \{fm(hx) : h \in H\} = fm(x)$  tuy đẹp về lý thuyết nhưng hơi chặt và do đó thiếu mềm dẻo trong thích nghi với các ứng dụng khác nhau. Trong nghiên cứu này chúng tôi giảm nhẹ bằng giả thiết  $\sum \{fm(hx) : h \in H\} = \lambda(x) < fm(x)$ . Có thể thấy các khoảng độ đo tính mờ  $fm(hx)$  không lấp đầy khoảng độ đo tính mờ  $fm(x)$ . Khoảng trống còn lại (bằng  $fm(x) - \lambda(x)$ ) ta sẽ coi là độ đo tính mờ của  $x$  khi “co” trong ngữ cảnh của sự hiện diện các từ  $hx$ , với  $h \in H$ . Để có sự thống nhất trong khuôn khổ hình thức hóa của ĐSGT, ta có thể coi như khoảng trống đó được sinh ra bởi một gia tử nhân tạo “đồng nhất”  $h_0$ , nghĩa là phần tử  $h_0x = x$  [3]. Nghĩa là ngữ nghĩa của phần tử  $x$  xuất hiện trong ngữ cảnh cùng xuất hiện với các phần tử có độ dài lớn hơn hoặc bằng  $l(x) + 1$  sẽ bị “co” lại khi vẫn là nó. Vì độ dài khoảng còn lại là  $fm(x) - \lambda(x)$  nhỏ hơn độ dài khoảng tính mờ  $\mathfrak{F}(x)$ , nên việc sử dụng  $h_0$  và gán cho nó ngữ nghĩa tác động như các gia tử bình thường khác để mô phỏng ngữ nghĩa của  $x$  thay đổi và được xem như là bị tác động bởi một gia tử đặc biệt  $h_0$ , được gọi là gia tử “co”. Hiệu quả “co” được biểu thị

bằng đại lượng  $\mu(h_0)$  và được hiểu là độ đo tính mờ của gia tử  $h_0$  như sau:

$$\mu(h_0) = \frac{fm(x) - \lambda(x)}{fm(x)}$$

Gia tử nhân tạo không phải là sáng kiến gì mới. Zadeh đã từng đưa vào một số toán tử như vậy như toán tử “plus”, “minus”, ... nhằm đạt được một tính chất biểu diễn ngữ nghĩa ngôn ngữ nhất định [11]. Trong lý thuyết ĐSGT đã từng đưa vào gia tử nhân tạo  $h_0$ , nhưng chỉ mang tính kỹ thuật hình thức để đơn giản hóa các phát biểu mệnh đề khi xem nó như toán tử đồng nhất  $I$  (toán tử đơn vị), nghĩa là  $Ix = x, \forall x \in X$ . Tương tự, ta cần giả thiết là gia tử co nhân tạo  $h_0$  chỉ sinh ra phần tử  $h_0x$ , với  $x \in X$ , mà không thể tham gia sinh thêm các từ mới từ phần tử  $h_0x \notin X$ , nghĩa là ta phải giả thiết nó có tính chất  $\sigma h'_0x = h'_0x$ , trong đó  $\sigma \in H^*$ , tập tất cả các xâu gia tử.

Tóm lại, việc mở rộng thêm gia tử  $h_0$  là một đòi hỏi tự nhiên và nó biểu thị sự thay đổi ngữ nghĩa của các từ theo ngữ cảnh. Việc mở rộng một ĐSGT  $AX$  được thực hiện như sau.

**Định nghĩa 2.1.** Mở rộng ngữ cảnh của một ĐSGT  $AX = (X, G, H, \leq)$  là ĐSGT  $AX^* = (X^*, C, G, H^{ex}, \leq)$ , trong đó  $C$  cũng là tập các hằng tử của  $AX^*$ ,  $H^{ex} = H_I \cup h_0 = H^+ \cup H^- \cup \{I, h_0\}$ , ở đó  $H^- = \{h_{-1}, h_{-2}, \dots, h_{-q}\}, h_{-1} < h_{-2} < \dots < h_{-q}$  và  $H^+ = \{h_1, h_2, \dots, h_p\}, h_1 < h_2 < \dots < h_p$ , nghĩa là  $H_I = H \cup I, X^* = X \cup \{h_0x | x \in X\}$  và  $\leq$  là quan hệ thứ tự mở rộng của  $X$  trên  $X^*$ , nếu nó thỏa các tiên đề bổ sung sau:

$$(AD1) \quad h_0x \notin H(G) = \{\sigma c | c \in G\} \text{ và } hh_0x = h_0x.$$

$$(AD2) \quad h_px \geq x \Rightarrow h_{-q}x \leq \dots \leq h_{-1}x \leq h_0x \leq h_1x \leq \dots \leq h_px \quad (2.1^{ex})$$

$$h_px \leq x \Rightarrow h_px \leq \dots \leq h_1x \leq h_0x \leq h_{-1}x \leq \dots \leq h_{-q}x \quad (2.2^{ex})$$

(AD2 biểu thị tính “co” của  $h_0$ , nghĩa là hạng từ  $h_0x$  luôn nằm giữa các hạng từ được tạo nên từ các gia tử thuộc  $H^+$  và  $H^-$ , đẳng thức xảy ra chỉ khi  $x$  có dạng  $x = h_0y$  tức là điều kiện AD1).

Dễ thấy rằng ĐSGT  $AX^*$  là một sự mở rộng đơn giản của  $AX$  vì các phần tử bổ sung thêm chỉ bao gồm các phần tử có dạng  $h_0x, x \in X$ , thỏa (2.1<sup>ex</sup>) và (2.2<sup>ex</sup>). Nhớ rằng, trong ĐSGT  $AX$  ta đã có:

$$h_px \geq x \Rightarrow h_{-q}x \leq \dots \leq h_{-1}x \leq x \leq h_1x \leq \dots \leq h_px \quad (2.1)$$

$$h_px \leq x \Rightarrow h_px \leq \dots \leq h_1x \leq x \leq h_{-1}x \leq \dots \leq h_{-q}x \quad (2.2)$$

Vì quan hệ thứ tự  $\leq$  là bắc cầu, ta suy ra:

$$\{0\} \leq H^{ex}(c^-) \leq \{W\} \leq H^{ex}(c^+) \leq \{1\} \quad (2.3)$$

$$h_px \geq x \Rightarrow H^{ex}(h_{-q}x) \leq \dots \leq H^{ex}(h_{-1}x) \leq x \leq H^{ex}(h_1x) \leq \dots \leq H^{ex}(h_px) \quad (2.4)$$

$$h_px \leq x \Rightarrow H^{ex}(h_px) \leq \dots \leq H^{ex}(h_1x) \leq x \leq H^{ex}(h_{-1}x) \leq \dots \leq H^{ex}(h_{-q}x) \quad (2.5)$$

$$h_px \geq x \Rightarrow H^{ex}(h_{-q}x) \leq \dots \leq H^{ex}(h_{-1}x) \leq h_0x \leq H^{ex}(h_1x) \leq \dots \leq H^{ex}(h_px) \quad (2.6)$$

$$h_px \leq x \Rightarrow H^{ex}(h_px) \leq \dots \leq H^{ex}(h_1x) \leq h_0x \leq H^{ex}(h_{-1}x) \leq \dots \leq H^{ex}(h_{-q}x) \quad (2.7)$$

Nghĩa là cả  $x$  và  $h_0x$  đều nằm xen giữa  $H^{ex}(h_{-1}x)$  và  $H^{ex}(h_1x)$ . Tuy nhiên, ta thấy  $x$  và  $h_0x$  không có quan hệ thứ tự với nhau. Điều này phù hợp với tính chất “co” của gia tử  $h_0$ : ngữ nghĩa của  $h_0x$  bị ngấm trong ngữ nghĩa của  $x$ .

Lưu ý rằng vì  $h_0$  là gia tử nhân tạo không có trong ngôn ngữ tự nhiên, nên nếu nó xuất hiện, thì chỉ xuất hiện một lần ở đầu một xâu  $x$ , tức là nó có dạng  $x = h_0h_m\dots h_1c$ , với  $h_j \neq h_0$ . Ta có thể coi  $h_0$  là gia tử dừng hay gia tử trợ và vì vậy khi  $h_0$  đã xuất hiện trong  $x$  thì ta quy ước mọi  $h$  (kể cả  $h_0$ ) tác động vào  $x$  đều không có tác dụng nữa, nghĩa là  $hh_0x = h_0x$ .

**Ví dụ 2.1.** Ta có các phần tử sinh  $G = \{0, \text{“trẻ”}, W, \text{“già”}, 1\}$ , gia tử âm  $H^- = \{\text{“ít”}\}$  và gia tử dương  $H^+ = \{\text{“rất”}\}$ . Ở đây ta có thể coi  $W = \text{“trung niên”}$ .

Với  $k = 2$ , ta có  $X_{(2)} = \{0, \text{“rất trẻ”}, \text{“trẻ”}, \text{“ít trẻ”}, W, \text{“ít già”}, \text{“già”}, \text{“rất già”}, 1\}$ . Trong ngữ cảnh này, hai hạng từ “trẻ” và “già” vẫn xuất hiện cùng với các hạng từ có độ dài 2 khác nhưng ngữ nghĩa của chúng bị co lại. Trong  $AX^*$ , tập  $X_2^* = \{0 = h_00, \text{“rất trẻ”}, \text{“}h_0\text{ trẻ”}, \text{“ít trẻ”}, W = h_0W, \text{“ít già”}, \text{“}h_0\text{ già”}, \text{“rất già”}, 1 = h_01\}$  biểu thị ngữ nghĩa phụ thuộc ngữ cảnh xác định bởi  $X_{(2)}$  của các từ tương ứng trong  $X_{(2)}$ .

Bây giờ ta mở rộng khái niệm độ đo tính mờ, một khái niệm cốt yếu của thông tin mờ như đã nói ở trên, đối với các hạng từ bổ sung mới  $h_0x$ . Ngoài ra để bảo đảm tính linh hoạt trong ứng dụng, ta giả thiết độ đo tính mờ của phần tử trung hòa là khác 0, tức  $fm(W) \neq 0$ . Khi đó, hệ tiên đề của độ đo tính mờ mới của  $AX$  là như sau:

**Định nghĩa 2.2.** Một hàm  $fm : X^* \rightarrow [0,1]$  được gọi là độ đo tính mờ của ĐSGT  $AX$  nếu nó thỏa các tính chất sau:

$$(fm1) \quad fm(c^-) + fm(W) + fm(c^+) = 1;$$

$$(fm2) \quad \sum_{h \in H^{ex}} fm(hu) = fm(u), \forall u \in H(G);$$

$$(fm3) \quad \forall h \in H^{ex}, \forall x, y \in H(\{c^-, c^+\}) \text{ thỏa } x, y \neq h_0z \text{ với một } z \text{ nào đó, } \frac{fm(hx)}{fm(x)} = \frac{fm(hy)}{fm(y)}.$$

Theo Định nghĩa 2.2 này, với một hàm thỏa mãn điều kiện (fm3) thì tỷ số  $fm(hx)/fm(x)$  là không phụ thuộc vào  $x$ , vì vậy ta gọi đó là độ đo tính mờ của gia tử  $h$  và ký hiệu là  $\mu(h)$ , nhớ rằng ở đây  $h$  bao gồm cả  $h_0$ .

Từ Định nghĩa 2.2, ta dễ dàng kiểm tra tính đúng đắn của mệnh đề sau, trong đó kí hiệu  $X_{(k)}^*$  là tập các hạng từ trong  $X^*$  có độ dài không lớn hơn  $k$ , với  $X_{(1)}^* = \{c^-, W, c^+\}$  trong đó  $W$  là hằng của ĐSGT còn  $c^-$  và  $c^+$  là hai hạng từ sinh (hạng từ nguyên thủy của biến).

**Mệnh đề 2.1.** Độ đo tính mờ  $fm$  được định nghĩa như trong Định nghĩa 2.2 thỏa các tính chất sau:

$$(1) \quad \sum_{x \in X_{(k)}^*} fm(x) = 1 \text{ với } \forall k. \text{ Trường hợp } k = 1, \text{ ta có } fm(c^-) + fm(W) + fm(c^+) = 1;$$

$$(2) \quad \sum_{h \in H^{ex}} \mu(h) = 1;$$

$$(3) \quad fm(hx) = \mu(h).fm(x), \text{ với } \forall h \in H^{ex} \text{ và } \forall x \in H(\{c^-, c^+\});$$

$$(4) \quad fm(x) = \mu(h_n)\dots\mu(h_1)fm(c) \text{ với } x = h_n\dots h_1c, c \in \{c^-, c^+\}.$$

Lưu ý là trong Tính chất (4) ở trên theo quy ước các  $h_j$  phải thỏa  $h_j \neq h_0$ , trừ trường hợp  $j = n$  vì khi có  $h_0$  xuất hiện trong  $x$  thì  $h_n = h_0$ . Tính chất (1) là sự khác biệt cốt yếu về ngữ nghĩa các hạng từ so với cách lượng hóa truyền thống.

**Ví dụ 2.2.** Giả sử ta có gia tử âm  $H^- = \{L\}$ , gia tử dương  $H^+ = \{V\}$  và các giá trị của độ đo tính mờ tại mức  $k = 1$  như sau:  $fm(c^-) = 0.4$ ,  $fm(c^+) = 0.4$ ,  $fm(W) = 0.2$ ,  $\mu(L) = 0.4$ ,  $\mu(V) = 0.4$ ,  $\mu(h_0) = 0.2$ . Khi đó các khoảng tính mờ mức 2 và 3 được tính như sau:

+ Tại mức  $k = 2$ :

$$fm(Vc^-) = \mu(V) \times fm(c^-) = 0.4 \times 0.4 = 0.16$$

$$fm(h_0c^-) = \mu(h_0) \times fm(c^-) = 0.2 \times 0.4 = 0.08$$

$$fm(Lc^-) = \mu(L) \times fm(c^-) = 0.4 \times 0.4 = 0.16$$

$$fm(W) = 0.2$$

$$fm(Lc^+) = \mu(L) \times fm(c^+) = 0.4 \times 0.4 = 0.16$$

$$fm(h_0c^+) = \mu(h_0) \times fm(c^+) = 0.2 \times 0.4 = 0.08$$

$$fm(Vc^+) = \mu(V) \times fm(c^+) = 0.4 \times 0.4 = 0.16$$

Ta thấy rằng:  $fm(Vc^-) + fm(h_0c^-) + fm(Lc^-) + fm(W) + fm(Lc^+) + fm(h_0c^+) + fm(Vc^+) = 0.16 + 0.08 + 0.16 + 0.2 + 0.16 + 0.08 + 0.16 = 1$ .

+ Tại mức  $k = 3$ :

$$fm(VVc^-) = \mu(V) \times fm(Vc^-) = 0.4 \times 0.16 = 0.064$$

$$fm(h_0Vc^-) = \mu(h_0) \times fm(Vc^-) = 0.2 \times 0.16 = 0.032$$

$$fm(LVc^-) = \mu(V) \times fm(Lc^-) = 0.4 \times 0.16 = 0.064$$

$$fm(h_0h_0c^-) = fm(h_0c^-) = 0.08, \text{ vì } h_0h_0c^- = h_0c^-$$

$$fm(LLc^-) = \mu(L) \times fm(Lc^-) = 0.4 \times 0.16 = 0.064$$

$$fm(h_0Lc^-) = \mu(h_0) \times fm(Lc^-) = 0.2 \times 0.16 = 0.032$$

$$fm(VLc^-) = \mu(V) \times fm(Lc^-) = 0.4 \times 0.16 = 0.064$$

$$fm(W) = 0.2$$

$$fm(VLc^+) = \mu(L) \times fm(Lc^+) = 0.4 \times 0.16 = 0.064$$

$$fm(h_0Lc^+) = \mu(h_0) \times fm(Lc^+) = 0.2 \times 0.16 = 0.032$$

$$fm(LLc^+) = \mu(L) \times fm(Lc^+) = 0.4 \times 0.16 = 0.064$$

$$fm(h_0h_0c^+) = fm(h_0c^+) = 0.08, \text{ vì } h_0h_0c^+ = h_0c^+$$

$$fm(LVc^+) = \mu(L) \times fm(Vc^+) = 0.4 \times 0.16 = 0.064$$

$$fm(h_0Vc^+) = \mu(h_0) \times fm(Vc^+) = 0.2 \times 0.16 = 0.032$$

$$fm(VVc^+) = \mu(V) \times fm(Vc^+) = 0.4 \times 0.16 = 0.064$$

Ta thấy ngay rằng:  $fm(VVc^-) + fm(h_0Vc^-) + fm(LVc^-) + fm(h_0h_0c^-) + fm(VLc^-) + fm(h_0Lc^-) + fm(LLc^-) + fm(W) + fm(LLc^+) + fm(h_0Lc^+) + fm(VLc^+) + fm(h_0h_0c^+) + fm(LVc^+) + fm(h_0Vc^+) + fm(VVc^+) = 0.064 + 0.032 + 0.064 + 0.08 + 0.064 + 0.032 + 0.064 + 0.2 + 0.064 + 0.032 + 0.064 + 0.08 + 0.064 + 0.032 + 0.064 = 1$ .

### 3. KHÁI NIỆM KHOẢNG TÍNH MỜ CỦA HẠNG TỪ VÀ ÁNH XẠ ĐỊNH LƯỢNG KHOẢNG CỦA ĐSGT

Trước khi định nghĩa hệ khoảng tính mờ mới, để cho tiện trình bày chúng ta nhắc lại khái niệm so sánh giữa hai tập hợp trong không gian có thứ tự  $(X, \leq)$ : Với  $K_1, K_2 \subseteq X$ , ta có quan hệ  $K_1 \subseteq K_2$  nếu và chỉ nếu  $\forall a \in K_1, b \in K_2$  ta đều có  $a \leq b$ . Trong trường hợp một trong các tập  $K_1$  và  $K_2$  là tập một phần tử, chẳng hạn  $K_2 = \{c\}$  với  $c \in X$ , thì để đơn giản quan hệ  $K_1 \leq \{c\}$  có thể viết là  $K_1 \leq c$ .

Gọi  $PI([0, 1])$  (PI: Power set of Intervals) là tập tất cả các khoảng con của đoạn  $[0, 1]$ . Ta luôn luôn quy ước là các khoảng đều đóng ở đầu mút trái và mở ở đầu mút phải, trừ khi đầu mút phải là giá trị 1. Ta có khái niệm khoảng tính mờ của các hạng từ của  $X^*$ ,  $\mathfrak{S}_{fm}(x), x \in X_{(k)}^* = \{x \in X^* : l(x) \leq k\} \cup \{W\}$ , dựa trên hệ tiên đề của độ đo tính mờ mới được cho trong Định nghĩa 2.2 như sau:

**Định nghĩa 3.1.** Cho  $AX^* = (X^*, C, G, H^{ex}, \leq)$  là một ĐSGT tuyến tính và một độ đo tính mờ  $fm : X^* \rightarrow [0, 1]$  thỏa Định nghĩa 2.2. Khi đó, với mỗi  $k > 0$ , mỗi hạng từ  $x$  của  $X_{(k)}^*$  được liên kết với một khoảng trong  $PI([0, 1])$ , gọi là khoảng tính mờ mức  $k$  của  $x$  và kí hiệu là  $Km_k(x)$  và nó được xây dựng theo thủ tục quy nạp theo độ dài hạng từ  $l(x)$  bằng Thuật toán 3.1 dưới đây:

**Thuật toán 3.1.** Thuật toán xây dựng các khoảng tính mờ

**Điều vào:** Các hạng từ sinh  $X_{(1)}^* = \{c^-, W, c^+\}$ , các tham số của ĐSGT  $AX^*$  và số  $k$  là độ dài tối đa của các hạng từ.

**Điều ra:**  $\mathfrak{S}$  là tập các khoảng với nhãn là các hạng từ ngôn ngữ trong  $X_{(k)}^*$ .

*Khởi tạo*  $j = 1$  và tập  $\mathfrak{S}$  bằng rỗng.

*Bước 1:* Với  $j = 1$ , xây dựng các khoảng  $I(x) \subseteq [0, 1]$ , với  $x \in X_{(1)}^*$  sao cho  $|I(x)| = fm(x)$  và nếu  $x < x'$  thì  $I(x) < I(x')$ .  $\mathfrak{S} = \mathfrak{S} \cup I(x)$ , là tập chứa các khoảng của các hạng từ của  $X_{(1)}^*$  có thứ tự tương đồng với thứ tự giữa các hạng từ của chúng và là phân hoạch của  $[0, 1]$ .

Nếu  $k = 1$  thì dừng, ngược lại nếu  $k > 1$  thì thực hiện *Bước 2*.

*Bước 2:*  $j = j + 1$ ;

Xây dựng các khoảng của các hạng từ  $x \in X_{(j)}^*$  như sau:

(i) Với các hạng từ  $x$  thỏa  $l(x) < j - 1$ , giữ nguyên các khoảng  $I(x) \in \mathfrak{S}$ ;

(ii) Với mỗi  $y$  thỏa  $l(y) = j - 1$ , xây dựng các khoảng con  $I(hy) \subseteq I(y)$  với  $I(y) \in \mathfrak{S}$  sao cho  $|I(hy)| = \mu(h)|I(y)|$ ,  $h \in H^{ex}$ , và chúng có thứ tự tương đồng với thứ tự của các hạng từ của chúng.

$\mathfrak{S} = \mathfrak{S} \cup I(y)$ , tập các khoảng được gán tương ứng cho các hạng từ trong  $X_{(j)}^*$  ;

*Bước 3 (bước lặp):* Lặp lại *Bước 2* cho đến khi  $j = k$ .

Sau khi thuật toán kết thúc, ta thu được  $\mathfrak{S}$  là tập các khoảng với nhãn là các hạng từ ngôn ngữ trong  $X_{(k)}^*$ . Mỗi khoảng trong  $\mathfrak{S}$  có nhãn  $h_0x$  gọi là khoảng tính mờ mức  $k$  của  $x$ , còn khoảng với nhãn  $x$  khác gọi là khoảng tính mờ mức  $k$  của chính hạng từ  $x$ . Khoảng tính

mờ mức  $k$  của  $x$  được kí hiệu là  $Km_k(x), x \in X_{(k)}^*$ . Lưu ý rằng, tại *bước 2* của thuật toán có sự xuất hiện của các khoảng  $I(h_0y)$ , với  $y \in X_{(j)}^*$  và  $l(y) = j - 1$ . Hợp của các khoảng  $I(h_0y)$  và  $I(hy)$  phủ khoảng  $I(y)$ .

Để dàng nhận thấy độ phức tạp của thuật toán 3.1 là  $O(\sum_{1 \leq j \leq k-1} (|X_j| |H^{ex}| + |C(X_j)|) + 3) \approx O((k-1)|X_{k-1}^*| |H^{ex}|)$ , trong đó  $|C(X_j)|$  và  $|X_j|$  lần lượt là số hạng từ tại mức  $j$  là hằng tử và không phải hằng tử.

Thật vậy, tại *bước 1* của thuật toán ta có ba khoảng tính mờ của các hạng từ  $c^+, W$  và  $c^-$  được xây dựng. Tại các bước tiếp theo, sau khi các gia tử tác động lên các hạng từ mức  $j - 1$  không phải là hằng tử sẽ sinh ra  $|X_{j-1}| |H^{ex}|$  hạng từ mới mức  $j$ , các khoảng tính mờ của chúng cũng được xây dựng. Các khoảng tính mờ của các hằng tử sẽ được giữ nguyên nhưng được sử dụng để tính các khoảng tính mờ có thứ tự tiếp theo. ■

Từ cách xây dựng các khoảng tính mờ theo Thuật toán 3.1 và Mệnh đề 2.1, ta có:

**Định lý 3.1.** *Thuật toán 3.1 về xây dựng các khoảng tính mờ là đúng đắn và các khoảng tính mờ của  $X_{(k)}^*$  có các tính chất sau:*

(1) *Với mỗi  $x$  thỏa  $l(x) = k$ , khoảng tính mờ mức  $k$  của  $x$ ,  $Km_k(x)$ , thỏa  $|Km_k(x)| = fm(x)$ , còn với  $x$  mà  $l(x) < j \leq k$ ,  $Km_k(x) = I(h_0x)$  và  $|Km_k(x)| = \mu(h_0)fm(x)$ , tức là các hạng từ độ dài ngắn hơn  $j$  có mặt trong ngữ cảnh cùng các hạng từ độ dài  $j$  sẽ có ngữ nghĩa bị “co lại”;*

(2) *Với mọi  $x \in X_{(k)}^*$  thỏa  $l(x) = j < k$ , ta có  $Km_k(x) = I(h_0x)$  và  $|Km_k(x)| = \mu(h_0)fm(x)$ . Với  $x$  thỏa  $l(x) = j \leq k - 2$ , ta có  $Km_k(x) = Km_{k-1}(x)$ ;*

(3) *Tập tất cả các khoảng tính mờ mức  $k$ ,  $FI_{(k)} = \{Km_k(x), x \in X_{(k)}^*\}$ , có các tính chất sau:*

a- *Đối với hạng từ hằng  $W$ , ta có  $Km_k(W) = Km_1(W)$ ;*

b- *Với mỗi  $x \in H(\{c^-, c^+\})$  thỏa  $l(x) = k - 1$ , tập các khoảng tính mờ  $\{Km_k(hx) : h \in H^{ex}\}$  là một phân hoạch nhị phân của khoảng tính mờ  $Km_{k-1}(x)$  mức  $k - 1$  của  $x$ ;*

c- *Các khoảng tính mờ trong  $FI_{(k)}$  có thứ tự tương đồng với thứ tự của các hạng từ của chúng và lập thành một phân hoạch nhị phân của đoạn  $[0, 1]$ .*

*Chứng minh.* Theo Thuật toán 3.1, các khoảng tính mờ của các hạng từ trong  $X_{(k)}^*$  được xây dựng đệ quy theo độ dài của các hạng từ, chúng ta sẽ chứng minh (1) - (3) song song với việc chứng minh tính đúng đắn của Thuật toán 3.1 bằng quy nạp theo độ dài  $l(x)$ .

Với  $j = 1$  thì  $l(x) = 1$ , theo Bước 1 của Thuật toán 3.1, ta có  $Km_1(x)$  với  $x \in X_{(1)}^* = \{c^-, W, c^+\}$  là hệ khoảng duy nhất và tạo thành một phân hoạch của  $[0, 1]$  vì  $c^- < W < c^+$  nên  $I(c^-) < I(W) < I(c^+)$  và do  $|I(x)| = fm(x)$  và  $fm(c^-) + fm(W) + fm(c^+) = 1$  theo tiên đề ( $fm1$ ). Vì các bước sau của việc xây dựng khoảng mờ, khoảng  $I(W)$  được giữ nguyên nên khẳng định a của (3) được chứng minh.

Với  $j > 1$ , ta có hai trường hợp:

+ Trường hợp 1: với các hạng từ  $y$  thỏa  $0 < l(y) < j - 1$  đã bị tác động bởi gia tử  $h_0$  nên ngữ nghĩa không bị co lại, tức là  $h_0h_0y = h_0y$  nên  $fm(h_0h_0y) = fm(h_0y) = \mu(h_0)fm(y)$  và do đó khoảng  $I(y)$  được giữ nguyên.



+ Trường hợp 2: với hạng từ  $y$  thỏa  $l(y) = j - 1 > 0$  chưa bị tác động bởi gia tử  $h_0$ , theo (2), Mệnh đề 2.1, ta có  $\sum_{h \in H^{ex}} \mu(h) = 1$  và do  $|I(hy)| = \mu(h)|I(y)|$ , nên ta luôn luôn có thể phân hoạch khoảng  $I(y)$  thành các khoảng con  $I(hy) \subseteq I(y)$ ,  $h \in H^{ex}$ , thuộc  $PI([0, 1])$  sao cho thứ tự của chúng tương đồng với thứ tự của các hạng từ  $hy$ ,  $h \in H^{ex}$ . Như vậy, ứng với mỗi hạng từ  $hy$ ,  $h \in H^{ex}$ , được gán duy nhất một khoảng con của khoảng  $I(y)$ .

Từ hai trường hợp trên ta có tính đúng đắn của Bước 2 và Khẳng định (1) được chứng minh.

Ngoài ra, vì với  $y$  thỏa  $l(y) = 1$ , tức là  $y \in X_{(1)}^*$ , ta có  $|I(y)| = fm(x)$ , nên cách xây dựng quy nạp và theo (3), Mệnh đề 2.1, bảo đảm rằng, với mọi  $h \in H^{ex}$ ,

$$|I(hy)| = \mu(h)fm(y) = fm(hy) \quad (3.1)$$

Lập luận quy nạp theo độ dài các hạng từ, ta suy ra mỗi hạng từ  $x \in X_{(j)}^*$  trong Bước 3 có khoảng tính mờ  $Km_k(x)$  mức  $k$  của riêng nó. Điều này chứng tỏ Thuật toán 3.1 là đúng đắn.

Khẳng định (2) dễ dàng suy ra từ tác vụ (i) trong Bước 2 của Thuật toán 3.1 khi  $j = k$  và dựa theo quy ước với  $h = h_0$  trong biểu thức  $h_0y$  thì  $Km_k(y) = I(h_0y) = \mu(h_0)fm(y)$ .

Cũng như vậy, tính chất b, (3) của định lí được chứng minh do các khoảng con  $I(hy) \subseteq I(y)$ ,  $h \in H^{ex}$ , là một phân hoạch của  $I(y)$  và khẳng định (3.1) khi  $y$  thỏa  $l(y) = k - 1$ .

Bây giờ ta chỉ còn chứng minh khẳng định c, (3) của định lí. Xét hai hạng từ bất kì  $x = h_m h_{m-1} \dots h_1 c$ ,  $x' = k_n k_{n-1} \dots k_1 c' \in X_{(k)}^*$  thỏa  $x < x'$ . Nếu  $c \neq c'$ , ta rút ra  $c < c'$ . Theo cách xây dựng trong Thuật toán 3.1,  $Km_k(x)$  và  $Km_k(x')$  tương ứng là các khoảng con của  $I(c)$  và  $I(c')$  và, do  $c < c'$  kéo theo  $x < x'$ , chúng có thứ tự tương hợp với thứ tự của  $x$  và  $x'$ .

Nếu  $c = c'$ , ta có thể giả thiết  $u = h_{j-1} \dots h_1 c$  là xâu hậu tố (suffix) chung lớn nhất của hai xâu  $x$  và  $x'$ . Vì  $x < x'$  dẫn đến bất đẳng thức  $h_j u < k_j u$  và, do đó, ta có  $I(h_j u) < I(k_j u)$ , theo cách xây dựng trong Thuật toán 3.1. Vì  $Km_k(x)$  và  $Km_k(x')$  tương ứng là các khoảng con của  $I(h_j u)$  và  $I(k_j u)$ , lập luận tương tự như trên, ta kết luận chúng có thứ tự tương hợp với thứ tự của  $x$  và  $x'$ . Định lí hoàn toàn được chứng minh. ■

Cho đến nay, ánh xạ định lượng của DSGT được giả thiết là hàm, tức là giá trị là phần tử của  $[0, 1]$ . Trong bài báo này chúng tôi mở rộng sang giá trị khoảng thay cho giá trị số.

**Định nghĩa 3.2.** Cho  $AX^*$  là DSGT tuyến tính và tự do, ánh xạ  $f : X^* \rightarrow PI([0, 1])$  được gọi là ánh xạ định lượng khoảng của  $AX^*$  nếu nó thỏa các điều kiện sau:

(IQ1)  $f$  bảo toàn thứ tự trên  $X^*$ , tức là  $x \leq y$  kéo theo  $f(x) \leq f(y)$ , với  $\forall x, y \in X^*$ ;

(IQ2)  $f(X)$  là tập trù mật trong  $[0, 1]$ .

Điều kiện (IQ1) và (IQ2) là đòi hỏi tự nhiên bởi các ánh xạ định lượng khoảng phải là song ánh và bảo toàn thứ tự ngữ nghĩa của các giá trị ngôn ngữ.

Khái niệm ánh xạ định lượng khoảng ở trên có quan hệ chặt chẽ với khái niệm độ đo tính mờ và do đó có quan hệ mật thiết với khái niệm các khoảng tính mờ.

Bây giờ ta xây dựng một ánh xạ  $f : X^* \rightarrow \mathfrak{S}$  thỏa  $f(x) = I_{l(x)+1}(h_0x)$ . Định lý sau giúp ta khẳng định điều này.

**Định lý 3.2.** Cho độ đo tính mờ  $fm$  của DSGT  $AX^*$ . Khi đó ánh xạ  $f$  được định nghĩa như sau là ánh xạ định lượng khoảng:

$$f(x) = Km_{l(x)+1}(h_0x) \rightarrow PI[0, 1], \text{ với } \forall x \in X^* \tag{3.2}$$

với lưu ý rằng nếu, chẳng hạn,  $x = h_0z$ , thì  $f(x) = Km_{l(x)+1}(h_0x) = Km_{l(x)}(h_0z)$ .

*Chứng minh.* Ta sẽ chứng minh ánh xạ  $f(x)$  được định nghĩa như trên thỏa các điều kiện trong Định nghĩa 3.2.

Giả sử  $x \leq y$ , với  $x, y \in X^*$ . Ta chứng minh theo các trường hợp sau:

+  $x$  và  $y$  có cùng độ dài:

Với  $x, y \in X_1^*$  thì, theo cách xây dựng, các khoảng tính mờ của chúng thỏa  $Km_1(x) \leq Km_1(y)$ . Vì  $Km_j(h_0u) \subseteq Km_{j-1}(u)$ , với  $j = l(u) + 1$  và mọi  $u \in X$ , ta suy ra  $f(x) \leq f(y)$ .

Với  $x, y \in X_k^*$ , nghĩa là  $l(x) = l(y) = k > 1$ , thì theo cách xây dựng, các khoảng tính mờ của  $x$  và  $y$  có thứ tự tương đồng với chúng, nên ta có  $Km_k(x) \leq Km_k(y)$ . Tương tự như trên, ta suy ra  $f(x) \leq f(y)$ .

+  $x$  và  $y$  không cùng độ dài:

Đầu tiên ta giả sử  $l(x) < l(y)$ . Khi đó  $y = h_j \dots h_1z$ , với  $l(z) = l(x)$  và  $h_j \neq h_0$ . Vì tập  $X^*$  là tuyến tính nên hoặc  $x = z$ , hoặc hạng từ này nhỏ hơn hạng từ kia, chẳng hạn  $x < z$ . Trường hợp  $x = z$ , ta suy ra  $x \leq h_1x$ , vì trái lại thì  $x > H_I(h_1x) \ni y$ , mâu thuẫn với giả thiết  $x \leq y$ . Theo cách xây dựng các khoảng tính mờ, ta có  $Km_{l(x)+1}(h_0x) \leq Km_{l(x)+1}(h_1x)$  và  $Km_{l(x)+1}(h_1x) \supseteq Km_{l(x)+1}(y) \supseteq Km_{l(y)+1}(h_0y)$ . Nghĩa là ta có  $f(x) \leq f(y)$ . Trường hợp  $x < z$ , ta có  $Km_{l(x)+1}(x) \leq Km_{l(x)+1}(z)$ . Lập luận tương tự ta cũng thu được  $f(x) \leq f(y)$ .

Trường hợp  $l(x) > l(y)$ , ta lập luận tương tự như trên và cũng chứng minh được  $f(x) \leq f(y)$ .

Bây giờ ta sẽ chứng tỏ  $f(X)$  trù mật trong  $[0,1]$ , nghĩa là với mọi khoảng mở  $I$  của đoạn  $[0,1]$ , đều tồn tại  $x \in X$  sao cho  $f(x) \cap I \neq \emptyset$ .

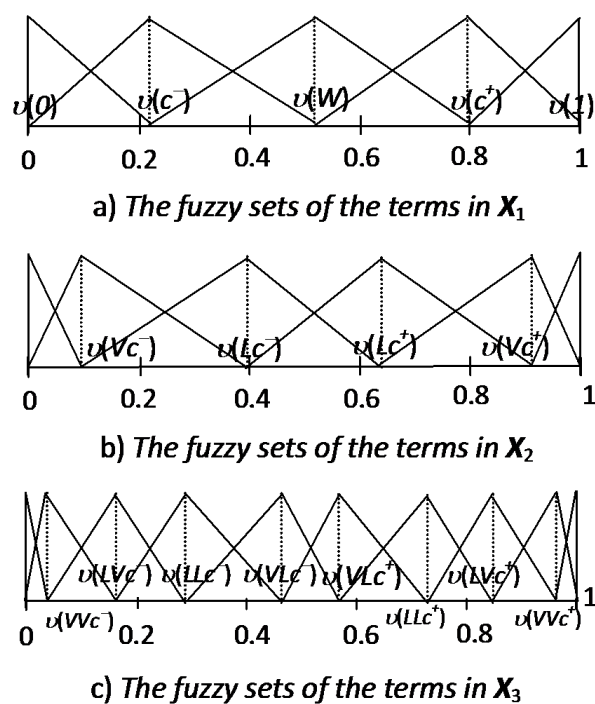
Thực vậy, đặt  $\lambda = \max\{fm(c^-), fm(c^+), \mu(h)|h \in H\}$  và chọn số nguyên  $m > 0$  sao cho  $\lambda^m < |I|/2$ . Theo (3) trong Mệnh đề 2.1, ta có  $|Km_{l(x)}(x)| = fm(x) \leq \lambda^m$ , với mọi  $x \in X_m$ . Theo điểm c) trong (3), Định lý 3.1, tập tất cả các khoảng tính mờ mức  $m$ ,  $FI(m) = \{Km_m(x), x \in X_k^*\}$ , phủ đoạn  $[0, 1]$ , phải tồn tại một hạng từ  $u \in X_{(m)}$  sao cho  $Km_{l(u)}(u) \cap I \neq \emptyset$ . Trường hợp có một hạng từ  $u$  như vậy mà  $l(u) < m$ , thì  $Km_m(u) = Km_{l(u)}(h_0u) = f(u)$ . Nghĩa là ta thu được  $f(u) \cap I \neq \emptyset$ . Trường hợp không có hạng từ  $u$  nào như vậy thỏa  $l(u) < m$ , thì chỉ có những khoảng tính mờ của các từ độ dài  $m$  phủ khoảng  $I$ . Vì với mọi  $u$  độ dài  $m$  ta đều có  $|Km_m(u)| \leq \lambda^m < |I|/2$  nên phải có  $v$  sao cho  $Km_m(v) \subseteq I$  và do đó ta có  $Km_{m+1}(h_0u) \subseteq I$ . Điều này cũng chứng tỏ  $f(u) \cap I \neq \emptyset$ .

Như vậy ta đã chứng minh rằng  $f$  là một ánh xạ định lượng khoảng. ■

#### 4. Ý NGHĨA ỨNG DỤNG CỦA VIỆC MỞ RỘNG LƯỢNG HÓA

Việc lượng hóa theo cách truyền thống đã đem lại những thành công bước đầu trong ứng dụng ĐSGT vào các lĩnh vực điều khiển hệ thống [8, 9, 10], hệ điều khiển giao động trong chống động đất và bài toán thiết kế các hệ phân lớp mờ [5, 6]. Trong những ứng dụng như vậy, các hạng từ ngôn ngữ sử dụng trong biểu diễn các luật mờ (tri thức mờ) cần được biểu thị bằng tập mờ, và rất thường hay dùng trong ứng dụng là tập mờ tam giác hay tập mờ hình

thang đo tính toán với chúng đơn giản. Tuy vậy, trong tiếp cận trên cơ sở lý thuyết tập mờ, việc xây dựng các tập mờ thường dựa vào trực giác của người thiết kế, đặc biệt đối với việc gán nhãn ngôn ngữ cho chúng thì có thể làm như vậy, kể cả khi ứng dụng các thuật giải tiến hóa tối ưu đa mục tiêu.



Hình 4.1. Các tập mờ được thiết kế cho thuộc tính thứ ba của Mammographic

Trong cách tiếp cận dựa trên ĐSGT, tập mờ của các hạng từ ngôn ngữ được tích hợp với nhau, dựa trên cơ chế hình thức hóa chặt chẽ, trong đó các tham số tính mờ của ĐSGT sinh ra các tập mờ của tất cả các hạng từ ngôn ngữ của ĐSGT hay biến ngôn ngữ. Nghĩa là các đại lượng xác định các tập mờ bị ràng buộc với nhau và được hiệu chỉnh thích nghi nhờ các tham số tính mờ. Trong phương pháp lượng hóa ĐSGT theo cách thông thường, các tham số cho mỗi biến ngôn ngữ như vậy bao gồm  $fm(c^+)$ ,  $\mu(h)$ ,  $h \in H \setminus \{V\}$  và  $k$ , tương ứng là độ đo tính mờ của một hạng từ sinh,  $|H| - 1$  độ đo tính mờ của các gia tử và một tham số  $k$  nguyên dương để giới hạn độ dài của các hạng từ ngôn ngữ, do đó giới hạn số lượng các hạng từ của ĐSGT tương ứng.

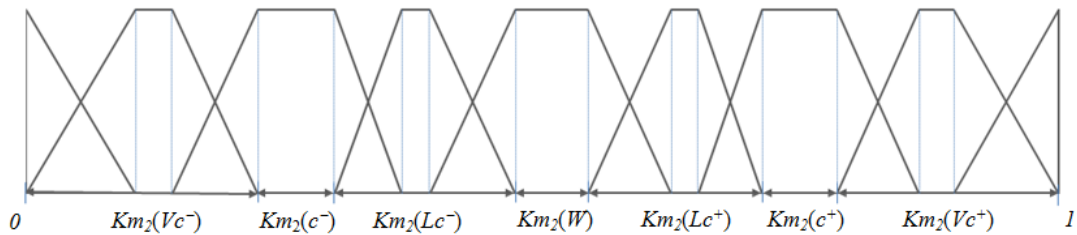
Với bộ giá trị các tham số đã cho các khoảng tính mờ của các hạng từ ngôn ngữ trong  $X_{(k)}^*$  sẽ được tính và các tập mờ tam giác của chúng được xây dựng bằng một thủ tục, chẳng hạn, được biểu diễn trên Hình 4.1 Hình này biểu diễn 3 phân hoạch mờ, biểu thị cho 3 thể hạt (granularity). Tuy nhiên, đến nay chưa có một cơ chế hình thức hóa cho một thủ tục để thiết kế các tập mờ hình thang tích hợp ngữ nghĩa với các hạng từ ngôn ngữ. Bài báo này cung cấp một cơ chế còn thiếu để thực hiện mong muốn này.

Với phương pháp lượng hóa mở rộng ĐSGT như đã trình bày trong nghiên cứu này, các tham số ngữ nghĩa để hiệu chỉnh thích nghi trong xây dựng tập mờ hình thang cho một ứng dụng bao gồm các độ đo tính mờ  $fm(c^-)$  của hạng từ sinh  $c^-$  và của hằng  $fm(W)$ ; các độ đo

tính mờ của  $|H|$  gia tử và tham số  $k$  nguyên dương hạn chế độ dài của các hạng từ ngôn ngữ.

Như vậy, so với phương pháp lượng hóa truyền thống, phương pháp mở rộng có nhiều hơn hai tham số hiệu chỉnh thích nghi, trong đó một tham số đo độ tính mờ của  $W$  và một tham số đo độ tính mờ của gia tử  $h_0$ .

Một ví dụ thử nghiệm trong bài toán thiết kế ngôn ngữ tích hợp với ngữ nghĩa dựa trên tập mờ hình thang để giải bài toán phân lớp đối với tập mẫu Haberman. Cần nhấn mạnh rằng, vì không có cơ chế hình thức hóa toán học liên kết ngữ nghĩa định tính của các hạng từ ngôn ngữ, nên không thể phát biểu bài toán thiết kế ngôn ngữ dựa trên phương pháp tiến hóa tối ưu trong các cách tiếp cận dựa trên lý thuyết tập mờ. Lý do đơn giản là vì mọi nhiệm vụ thiết kế tối ưu đều phải có thuật giải (algorithm) trên một cơ sở hình thức hóa toán học.



Hình 4.2. Kết quả thiết kế ngữ nghĩa tập mờ hình thang của thuộc tính thứ 2 của Haberman

Đối với cách tiếp cận ĐSGT, ngữ nghĩa định tính các hạng từ của một biến ngôn ngữ của một thuộc tính xác định ra các tham số ngữ nghĩa. Một khi các tham số được gán giá trị, tập các hạng từ được tối ưu được xác định là  $X_{(k)}^*$  và các khoảng tính mờ tích hợp với các hạng từ được sản sinh ra bằng một thủ tục. Để dễ quan sát, kết quả tính các khoảng tính mờ được biểu diễn trên Hình 4.2. Với cách xây dựng hình thang dựa trên các khoảng tính mờ được sinh ra cùng với các hạng từ như có thể nhận thấy trong hình vẽ, các tọa độ của mỗi đỉnh hình thang được xác định. Nghĩa là tập mờ hình thang được sinh ra bằng một thuật toán.

Như vậy ta có sơ sở hình thức hóa để đặt bài toán thiết kế tối ưu các hạng từ cho một bài toán phân lớp. Giải bài toán thiết kế các hạng từ ngôn ngữ tối ưu với ngữ nghĩa biểu thị bằng tập mờ hình thang cho ta lời giải tham số tối ưu. Chẳng hạn, với thuộc tính thứ 2 của tập mẫu này, giá trị tham số tối ưu là:  $fm(c^-) = 0.4738989$ ,  $fm(W) = 0.0705285$ ,  $\mu(L) = 0.3705716$ ,  $\mu(h_0) = 0.1567055$  và tham số  $k = 2$ . Với các giá trị tham số ngữ nghĩa tối ưu này, các tập mờ hình thang được xác định và biểu diễn trong Hình 4.2 Với hiệu quả phân lớp của hệ phân lớp mờ dựa trên hình thang được thiết kế cho bài toán phân lớp Haberman cao hơn so với hệ phân lớp sử dụng tập mờ tam giác được thiết kế bằng cùng một phương pháp luận chứng tỏ rằng phương pháp lượng hóa ĐSGT được đề xuất trong nghiên cứu này không chỉ có một cơ sở lý thuyết chặt chẽ mà còn hứa hẹn tạo ra một khả năng ứng dụng tiềm năng.

## 5. KẾT LUẬN

Bài báo trình bày một cách lượng hóa mới của ĐSGT, trong đó gia tử  $h_0$  được sử dụng trong việc mô tả ngữ nghĩa của hạng từ phụ thuộc ngữ cảnh. Kết quả nghiên cứu cho thấy, việc sử dụng gia tử  $h_0$  đáp ứng được yêu cầu hình thức hóa trong trình bày và nó mô tả được

sự thay đổi ngữ nghĩa theo ngữ cảnh cùng xuất hiện với các hạng từ khác. Phương pháp lượng hóa mới này mang tính tổng quát và mềm dẻo hơn về mặt lý thuyết và có thể được áp dụng trong điều khiển, khai phá dữ liệu và nhận dạng. Để chứng tỏ khả năng ứng dụng cao của phương pháp lượng hóa mới, các nghiên cứu tiếp theo sẽ tập trung vào việc xây dựng các hệ quả và các thuật toán dựa trên phương pháp lượng hóa mới của ĐSGT cho các bài toán điều khiển và phân lớp mờ.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] N. C. Ho, W. Wechler, Hedge algebras: an algebraic approach to structures of sets of linguistic domains of linguistic truth variables, *Fuzzy Sets and Systems*, **35** (3) (1990) 281–293.
- [2] N. C. Ho, W. Wechler, Extended algebra and their application to fuzzy logic, *Fuzzy Sets and Systems* **52** (1992) 259–281.
- [3] N. C. Ho, N. V. Long, Fuzziness measure on complete hedges algebras and quantifying semantics of terms in linear hedge algebras, *Fuzzy Sets and Systems* **158** (2007) 452–471.
- [4] Nguyen Cat Ho, Tran Thai Son, Tran Dinh Khang, Le Xuan Viet, Fuzziness Measure, Quantified semantic mapping and interpolative method of approximate reasoning in medical expert systems, *Journal of Computer Science and Cybernetics* **18** (3)(2002) 237–252.
- [5] Nguyễn Cát Hồ, Trần Thái Sơn, Dương Thăng Long, Tiếp cận đại số gia tử cho phân lớp mờ, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **25** (1) (2009) 53–68.
- [6] Nguyễn Cát Hồ, Trần Thái Sơn, Dương Thăng Long, Đại số gia tử hạn chế AX2 và ứng dụng cho bài toán phân lớp mờ, *Tạp chí Khoa học và Công nghệ* **48** (5) (2010) 23–26.
- [7] Nguyễn Cát Hồ, Trần Thái Sơn, Về khoảng cách giữa các giá trị của biến ngôn ngữ trong đại số gia tử, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học*, **11** (1) 10–20.
- [8] Cat-Ho Nguyen, Witold Pedrycz, Thai-Son Tran, Nhu-Lan Vu, Hai-Le Bui, and Thang-Long Duong, A hedge algebra approach to the design of fuzzy classifiers and fuzzy vibration control of structural systems against earthquakes, *Kỉ yếu Fair'11 Nghiên cứu cơ bản và ứng dụng CNTT, Biên Hòa, Đồng Nai* (Tháng 8/ 2011) 250–274.
- [9] Phạm Thanh Hà, "Phát triển các phương pháp lập luận mờ sử dụng Đại số gia tử và ứng dụng", Luận án Tiến sĩ, Viện Công nghệ thông tin, 2009.
- [10] Hai Le Bui, Nhu Lan Vu, Duc Trung Tran, Cat Ho Nguyen, Hedge-algebras-based fuzzy controller: application to active control of a fifteen-story building against earthquake, *Journal of Science and Technology* **49** (2) (2011) 13–30.
- [11] L.Zadeh, Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision process, *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics* SMC-3 1973.

Ngày nhận bài 13 - 8 - 2012

Ngày lại sau sửa ngày 02 - 12 - 2012