Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.20, S.4 (2004), 355–367

MỘT PHƯƠNG PHÁP LẬP LUẬN NGÔN NGỮ DỰA TRÊN ĐẠI SỐ GIA TỬ KHÔNG THUẦN NHẤT

LÊ XUÂN VINH

Trường Đại học Quy Nhơn

Abstract. The method in linguistic reasoning which was introduced in [7, 8], based on extended hedge algebras. This article is aimed to establish some new inference rules being applicable in linguistic reasoning to the case that fuzzy clauses contain "Not so". Its basis is non-homogeneous hedge algebras which have been investigated recently [9 - 12]. Thanks to the approach such as building the deductive system in classical logic, fuzzy deductive system and the consistency of the fuzzy knowledge base will be examinated.

Tóm tắt. Phương pháp lập luận trực tiếp trên ngôn ngữ đã được trình bày trong [7, 8] dựa trên đại số gia tử mở rộng. Mục đích của bài báo này là đưa ra một số qui tắc suy diễn mới nhằm mở rộng khả năng lập luận đối với các mệnh đề mờ chứa gia tử "Not so" mà cơ sở của nó là Đại số gia tử không thuần nhất đã được nghiên cứu gần đây [9 - 12]. Bằng cách tiếp cận như việc xây dựng hệ suy diễn trong logic kinh điển, hệ suy diễn mờ và tính phi mâu thuẫn của cơ sở tri thức mờ cũng được quan tâm nghiên cứu.

1. SƠ LƯỢC VỀ CƠ SỞ ĐẠI SỐ CHO PHƯƠNG PHÁP

Lập luận ngôn ngữ là phương pháp tìm các kết luận từ tập các khẳng định, trong đó kết luận và khẳng định đều ở dạng ngôn ngữ, bằng cách sử dụng các qui tắc suy diễn. Cơ sở của nó là logic giá trị ngôn ngữ. Chúng ta biết rằng mỗi loại logic đều có cơ sở đại số tương ứng, chẳng hạn logic kinh điển có cơ sở là đại số Bool, logic đa trị là đại số Lukasiewic.... Đại số gia tử (ĐSGT) có thể được xem như là một cơ sở đại số của logic giá trị ngôn ngữ và dựa trên ĐSGT mở rộng [5], các tác giả đã trình bày một phương pháp lập luận ngôn ngữ [7, 8]. Dựa trên những tính chất của ĐSGT không thuần nhất trong những nghiên cứu gần đây [9, 12], chúng tôi sẽ đưa ra một số qui tắc suy diễn mới để mở rộng khả năng xử lí các mệnh đề mờ chứa gia tử "Not so".

Chi tiết về ĐSGT không thuần nhất có thể xem trong [9 - 12]. Sau đây chúng ta chỉ trình bày khái quát một số khái niệm, tính chất cơ bản liên quan đến phương pháp lập luận ngôn ngữ.

Theo cách tiếp cận đại số, miền giá trị của biến ngôn ngữ có thể xem như một đại số sinh từ các khái niệm nguyên thủy bởi các phép toán một ngôi là các gia tử. Chẳng hạn *đúng, rất đúng, không đúng lắm, sai, rất sai, không sai lắm...* là các giá trị chân lý được sinh ra từ khái niệm *đúng, sai* bởi các gia tử *rất, không....* Xét giá trị *không đúng lắm* trong tập các giá trị chân lí trên. Theo ngữ nghĩa thông thường, *không* ở đây hoàn toàn không phải là phép toán logic phủ định mà nó chỉ làm giảm mức độ khẳng định của khái niệm *đúng* xuống một ít. Như vậy, *không* rõ ràng là một gia tử.

Một cách trực giác, *không đúng lắm, có thể đúng, gần đúng* có mức độ như nhau và cùng yếu hơn *đúng*. Hơn nữa, có thể cảm nhận rằng *rất gần đúng* và *rất có thể đúng* mạnh hơn *gần đúng, có thể đúng* nhưng *rất không đúng lắm* lại yếu hơn *không đúng lắm*. Chính tính chất "không thuần nhất" này gợi ý cho chúng tôi xây dựng cấu trúc đại số mới gọi là ĐSGT không thuần nhất [9].

ĐSGT không thuần nhất được kí hiệu là $\underline{X} = (X, G, LH, \leq)$, trong đó G là tập các phần tử sinh nguyên thủy, LH gồm các gia tử và một số toán tử khác được định nghĩa tương ứng với các phần tử trong dàn phân phối sinh tự do từ các gia tử cùng mức của tập các gia tử H, $\leq$ là quan hệ thứ tự bộ phận cảm sinh từ quan hệ ngữ nghĩa giữa các giá trị ngôn ngữ trong X cũng như giữa các gia tử. Qui ước kết quả tác động của toán tử $h \in LH$ lên giá trị $x \in X$ là hx thay vì $h(x)$. Như vậy, một giá trị ngôn ngữ nào đó trong X sẽ có dạng $x = h_n...h_1a$ với $a \in G$ và $h_i \in LH$, $i = 1, ..., n$.

Trong thực tế, chúng ta chỉ tác động hữu hạn lần các gia tử lên phần tử sinh nguyên thủy để nhấn mạnh ngữ nghĩa, tức là $n \leq p$ với p là một số tự nhiên cố định và đủ lớn. Khi đó ĐSGT không thuần nhất hữu hạn $\underline{X} = (X, G, LH, \leq)$ là một dàn, cận trên đúng và cận dưới đúng của hai phần tử bất kì $x, y \in X$ là $x \cup y$ và $x \cap y$ được tính bởi các công thức trong [11, 12].

Hơn nữa, các biến ngôn ngữ thường có đúng hai phần tử sinh có ngữ nghĩa ngược nhau như *đúng - sai, nhanh - chậm, già - trẻ*.... Khi đó $G = \{a^+, a^-\}$ với $a^+ \neq a^-$, gọi a^+ là phần tử sinh dương và a^- là phần tử sinh âm. Phần tử $y = h_n...h_1a^-$ được gọi là phần tử đối xứng của $x = h_n...h_1a^+$ và ngược lại. ĐSGT không thuần nhất được gọi là đối xứng nếu $\forall x \in X$, x có duy nhất một phần tử đối xứng x^-.

Như vậy, trong ĐSGT không thuần nhất hữu hạn đối xứng $\underline{X}$ ta đã định nghĩa được các phép toán $\cup, \cap, -$. Thêm vào đó, phép kéo theo được định nghĩa theo cách thông thường như sau:

$$x \Rightarrow y = -x \cup y$$

Do đó ta có thể viết

$$\underline{X} = (X, G, LH, \leq, \cup, \cap, -, \Rightarrow).$$

Với $p \in \mathbb{N}$ cố định đủ lớn ở trên, $\underline{X}$ có phần tử 1 là V^pa^+ và phần tử 0 là V^pa^-, ở đây V kí hiệu cho gia tử *Very*. Phần tử trung hòa W được định nghĩa là phần tử thuộc X sao cho $LH(a^-) \leq W \leq LH(a^+)$.

Một cách đầy đủ

$$\underline{X} = (X, G, LH, \leq, \cup, \cap, -, \Rightarrow, 0, 1, W).$$

Tính chất các phép toán $\cup, \cap, -, \Rightarrow$ trên $\underline{X}$ được phát biểu qua các định lý sau đây.

Định lý 1.1. [12] *Trong ĐSGT không thuần nhất hữu hạn đối xứng* $\underline{X} = (X, G, LH, \leq)$, *với mọi* $x, y \in X$, $h \in LH$ *ta có:*

1) $-(hx) = h(-x)$,

2) $-(-x) = x$,

3) $-(x \cup y) = -x \cap -y$ *và* $-(x \cap y) = -x \cup -y$,

4) $x \cap -x \leq y \cup -y$,

5) $x \cap -x \leq W \leq x \cup -x$,

6) $-1 = 0, -0 = 1, -W = W$,

7) $x > y$ *khi và chỉ khi* $-x < -y$.

Định lý 1.2. [12] *Trong ĐSGT không thuần nhất hữu hạn đối xứng* $\underline{X} = (X, G, LH, \leq)$, *với mọi* $x, y \in X$, $h \in LH$ *ta có:*

1) $x \Rightarrow y = -y \Rightarrow -x$,

2) $x \Rightarrow (y \Rightarrow z) = y \Rightarrow (x \Rightarrow z)$,

3) Nếu $x_1 \leq x_2$ *thì* $x_1 \Rightarrow y \geq x_2 \Rightarrow y$,

4) Nếu $y_1 \geq y_2$ *thì* $x \Rightarrow y_1 \geq x \Rightarrow y_2$,

5) $x \Rightarrow y = 1$ *khi và chỉ khi* $x = 0$ *hoặc* $y = 1$,

6) $1 \Rightarrow x = x$ và $x \Rightarrow 1 = 1$, $0 \Rightarrow x = 1$ và $x \Rightarrow 0 = -x$,

7) $x \Rightarrow y \geq W$ *khi và chỉ khi* $x \leq W$ *hoặc* $y \geq W$,
$x \Rightarrow y \leq W$ *khi và chỉ khi* $x \geq W$ *hoặc* $y \leq W$.

Cấu trúc của ĐSGT không thuần nhất hữu hạn đối xứng đủ mạnh để làm cơ sở cho logic giá trị ngôn ngữ. Các phép toán $\cup, \cap, -, \Rightarrow$ sẽ tương ứng với các phép tuyển, hội, phủ định và kéo theo trong logic.

2. HÌNH THỨC HÓA CÁC MỆNH ĐỀ MỜ VÀ HÀM ĐỊNH GIÁ

Mặc dù số từ ngữ của một ngôn ngữ tự nhiên là hữu hạn nhưng khả năng biểu đạt của ngôn ngữ tự nhiên hầu như là vô hạn. Với một vài từ giàu thông tin chúng ta có thể mô tả vô vàn trạng thái của sự vật. Chẳng hạn màu "*xanh lơ*" của bầu trời ngày hôm nay và ngày hôm qua chắc chắn là không giống nhau. Do vậy khi biểu đạt tri thức của mình bằng ngôn ngữ tự nhiên con người thường sử dụng chúng và các từ như thế được gọi là các khái niệm mờ. Các câu chứa khái niệm mờ được gọi là các mệnh đề mờ. Ví dụ như "Minh còn trẻ", "Sinh viên A học rất chăm",... là các mệnh đề mờ hay tổng quát là các vị từ mờ. Dưới dạng thể hiện của biến ngôn ngữ, chúng có thể viết thành "Tuổi của Minh còn trẻ", "Việc học của Sinh viên A là rất chăm". Như vậy, một cách hình thức mỗi mệnh đề mờ cơ sở là một cặp (p, u) với p là một vị từ n-ngôi và u là một khái niệm mờ, chẳng hạn (Tuổi (Minh), trẻ), (Việc học (Sinh viên A), rất chăm).

Với mỗi p, tập các khái niệm mờ u của nó sẽ được nhúng vào một ĐSGT không thuần nhất hữu hạn đối xứng

$$(D_p, G_p, LH, -),$$

trong đó phép $-$ là phép toán một ngôi lấy phần tử đối xứng. Chẳng hạn đối với vị từ $p =$ Tuổi (người) thì $G_p = \{$trẻ, già$\}$, $LH = \{$rất, có thể, không, tương đối,...$\}$. Tập tất cả các khái niệm mờ ứng với vị từ p, kí hiệu là TER_p, có thể định nghĩa nhưtrong ngôn ngữ hình thức của logic vị từ [13]. Tuy nhiên, để tiện sử dụng các tính chất của ĐSGT, chúng ta có thể định nghĩa một cách trực tiếp như sau.

Định nghĩa 2.1. [12] TER_p là một bộ phận của D_p thoả mãn các điều kiện:

(i) $G_p \subseteq TER_p$,

(ii) Nếu $u \in TER_p$ thì $hu \in TER_p$ với mọi $h \in H$,

(iii) Nếu $u \in TER_p$ thì $-u \in TER_p$.

Như vậy TER_p chứa G_p và đóng đối với các phép toán một ngôi trong $(D_p, G_p, LH, -)$.

Từ các mệnh đề cơ sở, bằng các phép toán logic như $\vee, \wedge, \neg, \rightarrow$ có thể xây dựng các mệnh đề phức tạp hơn. Kết quả là thu được tập các mệnh đề mờ hay tập các công thức, kí hiệu là FP, được định nghĩa nhưsau.

Định nghĩa 2.2.

(i) Mệnh đề cơ sở $(p, u) \in FP$ với mọi $u \in TER_p$. Với $P = (p, u)$, $h \in H$ ta qui ước viết $hP = h(p, u)$ thay vì (p, hu).

(ii) Với mọi $P, Q \in FP$, $P \vee Q, P \wedge Q, P \rightarrow Q, \neg P$ thuộc FP.

Như vậy FP là tập bé nhất chứa các mệnh đề cơ sở và đóng kín đối với các phép toán logic $\vee, \wedge, \neg, \rightarrow$.

Chú ý rằng, trong Định nghĩa 2.2 chúng ta hạn chế $h \in H$, tức là khi cho trước một khái niệm mờ $u \in TER_p$ thì từ mệnh đề cơ sở (p, u), đối với qui tắc (i) chỉ có $h(p, u)$ với $h \in H$ (chứ không phải LH) là công thức. Đây là điều giới hạn của bài này.

Chúng ta biết rằng tập gia tử nguyên thủy $H = H^+ + H^-$, hơn nữa với I là toán tử đồng nhất thì $H^+ + I$, $H^- + I$ là các dàn modular và vì vậy chúng được phân hoạch bởi hàm độ cao *height* (xem [1]). Gọi các gia tử trong cùng một lớp phân hoạch là đồng mức, chẳng hạn trong tiếng Anh *Approximately, Possibly, Not so* là các gia tử đồng mức. Giả thiết rằng số lớp phân hoạch trong H^- và H^+ bằng nhau và các phần tử đại diện cho các lớp được sắp có thứ tự:

$$h_{-q}, h_{-q+1}, ..., h_{-1}, I, h_1, ..., h_{q-1}, h_q \tag{1}$$

sao cho các phần tử bên trái I đều thuộc H^-, bên phải I đều thuộc H^+ và phần tử đứng càng xa I thì độ cao càng lớn.

Ví dụ. Cho $H^+ = \{More,\ Very\}$, $H^- = \{Less,\ Approximately,\ Possibly,\ Not\ so\}$. Khi đó (1) có thể trở thành các dãy như sau:

1) $Less, Approximately, I, More, Very.$

2) $Less, Possibly, I, More, Very.$

3) $Less, Notso, I, More, Very.$

Như vậy, với giả thiết trên, mỗi gia tử tồn tại một gia tử đối xứng qua I và nói chung là không duy nhất. Điều này gợi ý cho chúng ta đưa ra định nghĩa sau.

Định nghĩa 2.3. Phép đối xứng gia tử, kí hiệu bởi $^-$, là một tương ứng đa trị từ $H + I$ tới chính nó thỏa mãn các điều kiện sau đây:

(i) $I^- = I$.

(ii) Với mọi $h \in H$, $h^- = k$ khi và chỉ khi $height(h) = height(k)$ và h, k không cùng thuộc H^+ hoặc H^-.

Ví dụ: $Less^- = Very$, $More^- = Approximately$ hoặc $More^- = Notso$, $Possibly^- = More$.

Dễ thấy với mọi $h \in H$ ta có thể chọn gia tử đối một cách thích hợp để $(h^-)^- = h$.

Trở lại vấn đề trên, tương tự như logic kinh điển, mỗi mệnh đề được gán một giá trị chân lý "đúng", "sai", mỗi mệnh đề trong logic mờ theo nghĩa Zadeh sẽ được gán một giá trị chân lý ngôn ngữ để biểu đạt mức độ đúng đắn của nó. Ví dụ như "Minh còn trẻ" là "rất đúng". Như vậy, chúng ta đã nhúng các mệnh đề mờ cơ sở vào miền giá trị của biến ngôn ngữ *Truth*. Mở rộng phép gán này cho tập các công thức FP là yêu cầu tự nhiên và nó sẽ trở thành cơ sở để xác định mức độ đúng, sai cho các mệnh đề kết luận trong quá trình lập luận xấp xỉ.

Định nghĩa 2.4. Cho $\underline{T} = (T, G, LH, \leq, \cup, \cap, \Rightarrow, -)$ là ĐSGT không thuần nhất hữu hạn đối xứng của biến ngôn ngữ *Truth*. Ánh xạ $v : FP \to T$ được gọi là một hàm định giá trên T nếu các điều kiện sau đây được thỏa mãn:

(i) Nếu $P = (p, u)$ là mệnh đề cơ sở thì $v(P)$ luôn xác định, hơn nữa, $v(\neg(p, u)) = v(p, -u)$.

(ii) Nếu $P = (p, ku)$ thì $v(hP) = \delta l\tau$ khi và chỉ khi $v(P) = \delta l^* h^* \tau$ với mọi $h, k, l \in H$ và $\tau \in G$. Trong đó

$$\begin{cases} h^* = h^-, l^* = l & \text{nếu } k = N, \\ h^* = h, l^* = l^- & \text{nếu } k \neq N \text{ và } h = N, \\ h^* = h, l^* = l & \text{nếu } k \neq N \text{ và } h \neq N. \end{cases} \tag{2}$$

(iii) Với mọi công thức P, Q mà $v(P)$ và $v(Q)$ xác định thì

$v(P \vee Q) = v(P) \cup v(Q)$,

$v(P \wedge Q) = v(P) \cap v(Q)$,

$v(P \to Q) = v(P) \Rightarrow v(Q)$,

$v(\neg P) = -v(P)$,

ở đây, trong vế trái là các phép toán logic và trong vế phải là các phép toán của $\underline{T}$.

Hai công thức P và Q được gọi là tương đương, kí hiệu là $P \sim Q$ nếu với mọi phép định giá v, khi $v(P)$ và $v(Q)$ xác định thì $v(P) = v(Q)$.

Từ định nghĩa hàm định giá và Định lý 1.1, ta có

Định lý 2.1. *Với mọi công thức P, Q, R, mọi $h \in LH$ và mọi vị từ p ta có*

1) $\neg(p, u) \sim (p, -u)$ *và* $(p, h - u) \sim \neg(p, hu)$,

2) $P \sim P$ *và* $\neg\neg P \sim P$,

3) $P \vee P = P$ *và* $P \wedge P = P$,

4) $P \vee Q \sim Q \vee P$ *và* $P \wedge Q \sim Q \wedge P$,

5) $P \vee (Q \vee R) \sim (P \vee Q) \vee R$ *và* $P \wedge (Q \wedge R) \sim (P \wedge Q) \wedge R$,

6) $P \wedge (P \vee Q) \sim P$ *và* $P \vee (P \wedge Q) \sim P$,

7) $\neg(P \vee Q) \sim \neg P \wedge \neg Q$ *và* $\neg(P \wedge Q) \sim \neg P \vee \neg Q$,

8) $P \to Q \sim \neg P \vee Q$.

Tính chất phân phối giữa phép hội và tuyển nói chung không thỏa mãn vì ĐSGT không thuần nhất hữu hạn đối xứng là một dàn không phân phối.

3. CÁC QUI TẮC SUY DIỄN

Trong [7, 8] các tác giả đã xây dựng một số qui tắc suy diễn cho lập luận ngôn ngữ như các qui tắc chuyển gia tử, qui tắc tỉ lệ,... Các qui tắc này giải quyết khá hiệu quả cho phần lớn các dạng mệnh đề mờ thường gặp. Tuy nhiên, nếu chỉ sử dụng chúng thì trong quá trình lập luận có thể thu được một số kết quả không phù hợp. Chẳng hạn xét các câu sau: "Một sinh viên học chăm thì kết quả tốt" và do đó "Nếu Minh học không chăm lắm thì kết quả có thể là tốt". Điều này chấp nhận được vì kết quả có thể tốt được hiểu là không tốt lắm. Sử dụng qui tắc tỉ lệ cho câu thứ hai ta thu được "Nếu Minh học rất không chăm thì kết quả rất có thể là tốt". Kết luận này nói chung không còn hợp lí nữa. Điều này xảy ra do sự xuất hiện của "không chăm lắm" chứa gia tử "không" (*Not so*) và tính không thuần nhất của nó với gia tử "có thể" (*Possibly*) trong thành phần còn lại. Cũng vì lí do này mà xuất hiện những kết quả không phù hợp khi sử dụng các qui tắc chuyển gia tử trong [7, 8].

Vì vậy chúng ta sẽ mở rộng các qui tắc chuyển gia tử trong [7, 8] và đưa ra một số qui tắc suy diễn mới như thay thế gia tử đồng mức, phản tỉ lệ, nhằm giải quyết các tình huống nêu trên.

Chúng ta biết rằng qui tắc suy diễn là một sơ đồ mà dựa vào đó người ta có thể suy ra các kết luận từ một tập các khẳng định cho trước, nó có dạng:

$$\frac{(P_1, t_1), ..., (P_n, t_n)}{(Q_1, s_1), ..., (Q_m, s_m)},$$

trong đó (P_i, t_i) là các tiền đề và (Q_i, s_i) là các kết luận với các giá trị $t_i, s_i > W$.

Một qui tắc suy diễn được gọi là đúng đắn nếu khi $v(P_i) = t_i$, $\forall i = 1, ..., n$ thì $v(Q_j) = s_j$, $\forall j = 1, ..., m$ với v là hàm định giá bất kì.

3.1. Các qui tắc suy diễn thông dụng

3.1.1. *Các qui tắc chuyển gia tử cho các câu đơn giản*

Trong quá trình lập luận ngôn ngữ ở nhiều bước ta cần chuyển một câu mờ sang dạng khác có ý nghĩa tương đương. Các qui tắc sau cho chúng ta cách xác định mức độ đúng của các câu thu được:

$$\frac{((P, hku), \delta l\tau)}{((P, ku), \delta l^* h^* \tau)}, \tag{RT1}$$

$$\frac{((P, ku), \delta lh\tau)}{((P, h^* ku), \delta l^* \tau)}. \tag{RT2}$$

trong đó δ là xâu gia tử bất kì, $h, k, l \in H$, là khái niệm sinh nguyên thủy của biến ngôn ngữ *Truth* và h^*, l^* được xác định qua qui tắc (2) của Định nghĩa 2.4.

Mệnh đề 3.1. *Các qui tắc* (RT1), (RT2) *là đúng đắn.*

Chứng minh. Theo (ii) của định nghĩa hàm định giá với chú ý rằng có thể chọn gia tử đối để $(h^-)^- = h$, với mọi $h \in H$. ∎

Nhận xét 3.1. (i) *Khi sử dụng* (RT1), *chúng ta ưu tiên cho sự có mặt của* h, *tức là nếu* hku *có dạng* $h_1\tau$ *thì* $h = h_1$ *và không cần xét đến vai trò của* k.

(ii) *Nếu không có mặt* l *trong giả thiết của* (RT1) *và* (RT2), *điều này kéo theo* δ *là xâu rỗng, thì* l^* *cũng không có mặt trong kết luận của các qui tắc này.*

Ví dụ. Dùng qui tắc (RT1), ta có thể chuyển: "Kết quả của Minh có thể tốt là rất đúng" thành "Kết quả của Minh tốt là rất có thể đúng". "Kết quả của Minh không tốt lắm là rất đúng" thành "Kết quả của Minh tốt là ít không đúng lắm".

Theo cấu trúc của ĐSGT không thuần nhất có thể cho rằng "có thể tốt" có nghĩa tương đương với "không tốt lắm", tức là hai câu cần chuyển trong ví dụ trên tương đương nhau về mặt ngữ nghĩa. Khi đó hai kết quả thu được là phù hợp bởi vì "rất có thể đúng" lại có mức độ tương đương với "ít không đúng lắm".

3.1.2. *Qui tắc chuyển gia tử cho các mệnh đề dạng kéo theo*

Cho v là một hàm định giá và các câu P, Q sao cho $v(P), v(Q)$ đều xác định. Như trước đây, kí hiệu hP chỉ cho $h(p, u)$ hoặc (p, hu) nếu $P = (p, u)$. Bây giờ, chúng ta giới thiệu một số kí hiệu và khái niệm.

Ta sẽ viết $P = h\neg(Q, ku)$ nếu như $P = \neg h(Q, ku)$ và $v(\neg h(Q, ku)) = \delta l\tau$ kéo theo $v(\neg(Q, ku)) = \delta l^*h^*\tau$, với h^*, l^* xác định theo (2) của Định nghĩa 2.4.

Viết $P = h((Q, ku) \circ (Q', kv))$ nếu $P = h(Q, ku) \circ h(Q', kv)$, ở đây $\circ$ là phép toán logic $\vee, \wedge, \rightarrow$ và $v(P) = \delta l\tau$ kéo theo $v((Q, ku) \circ (Q', kv)) = \delta l^*h^*\tau$, với h^*, l^* xác định theo (2) của Định nghĩa 2.4.

P và Q được gọi là tương thích đối với một định giá v nếu $v(P) > W$ đồng thời $v(Q) > W$. P và Q được gọi là không tương thích đối nếu $v(P) > W$ và $v(Q) < W$ hoặc ngược lại.

Bổ đề 3.1. *Với một hàm định giá v cho trước, ta có:*

(i) $\neg h(P, ku) = h\neg(P, ku)$,

(ii) $h(P, ku) \vee h(Q, kv) = h((P, ku) \vee (Q, kv))$ *nếu* (P, ku) *và* (Q, kv) *không tương thích đối với* v,

(iii) $h(P, ku) \wedge h(Q, kv) = h((P, ku) \wedge (Q, kv))$ *nếu* (P, ku) *và* (Q, kv) *không tương thích đối với* v,

(iv) $h(P, ku) \rightarrow h(Q, kv) = h((P, ku) \rightarrow (Q, kv))$ *nếu* (P, ku) *và* (Q, kv) *tương thích đối với* v.

Chứng minh.

(i) Giả sử $v(\neg h(P, ku)) = \delta l\tau$. Theo Định nghĩa 2.4 (iii) và tính chất của ĐSGT không thuần nhất hữu hạn đối xứng, ta có $v(h(P, ku)) = -\delta l\tau = \delta l - \tau$. Từ điều này và Định nghĩa 2.4 (ii), ta suy ra $v(P, ku) = \delta l^*h^* - \tau = -\delta l^*h^*\tau$, trong đó l^*, h^* xác định bởi công thức (2). Lại sử dụng Định nghĩa 2.4 (iii), ta được $v(\neg(P, ku)) = \delta l^*h^*\tau$, suy ra $v((h^*)^*\neg(P, ku)) = \delta(l^*)^*\tau$. Vì k không đổi và chú ý rằng có thể chọn thích hợp để $(h^-)^- = h$ với mọi $h \in H$ nên đẳng thức cuối cùng tương đương với $v(h\neg(P, ku)) = \delta l\tau$. Vậy (i) đã được chứng minh.

(ii) Giả sử $v(h(P, ku) \vee h(Q, kv)) = \delta l\tau$, $v(h(P, ku)) = \delta_1 l_1 \tau_1$ và $v(h(Q, kv)) = \delta_2 l_2 \tau_2$, ở đây δ, δ_i là các xâu gia tử, $l, l_i \in H$ và $\tau, \tau_i \in \{\text{True}, \text{False}\}$ với $i = 1, 2$. Vì (P, ku) và (Q, kv) không tương thích nên có thể giả sử rằng $\tau_1 = \text{False}$ và $\tau_2 = \text{True}$. Khi đó $\delta_1 l_1 \tau_1 < \delta_2 l_2 \tau_2$, kéo theo $v(h(P, ku)) < v(h(Q, kv))$ và $v(h(P, ku)) \cup v(h(Q, kv)) = \delta_2 l_2 \tau_2$. Kết hợp với Định nghĩa 2.4 (iii), ta suy ra $v(h(P, ku) \vee h(Q, kv)) = \delta_2 l_2 \tau_2$. Vậy $\delta_2 = \delta$, $l_2 = l$, $\tau_2 = \tau$.

Theo Định nghĩa 2.4 (ii), từ $v(h(P, ku)) = \delta_1 l_1 \tau_1$ và $v(h(Q, kv)) = \delta_2 l_2 \tau_2$ ta suy ra $v(P, ku) = \delta_1 l_1^* h^* \tau_1$ và $v(Q, kv) = \delta_2 l_2^* h^* \tau_2$. Do $\tau_1 = \text{False}$, $\tau_2 = \text{True}$ nên $v(P, ku) < v(Q, kv)$, kéo theo $v(P, ku) \cup (Q, kv) = \delta_2 l_2^* h^* \tau_2$. Cùng với định nghĩa hàm định giá ta suy ra $v((P, ku) \vee (Q, kv)) = \delta_2 l_2^* h^* \tau_2$ và vì vậy $v((h^*)^*((P, ku) \vee (Q, kv))) = \delta_2 (l_2^*)^* \tau_2$. Vì k không đổi và $(h^-)^- = h$ với mọi $h \in H$ nên đẳng thức cuối cùng chính là $v(h((P, ku) \vee (Q, kv))) = \delta_2 l_2 \tau_2$.

Kết hợp với kết quả thu được ở trên, ta có $v(h((P, ku) \vee (Q, kv))) = \delta l\tau$. Vậy (ii) đã được chứng minh.

(iii) Kết quả này được suy ra từ (ii) bằng nguyên lí đối ngẫu.

(iv) Được suy ra từ (ii) vì $v(h(P, ku) \to h(Q, kv)) = v(\neg h(P, ku)) \cup v(h(Q, kv))$.

Bổ đề đã được chứng minh. ∎

Bây giờ chúng ta trình bày các qui tắc suy diễn cho mệnh đề kéo theo:

$$\frac{(h(P, ku) \to h(Q, kv), \delta l\mathrm{True}), ((P, ku), \delta'\mathrm{True})}{((P, ku) \to (Q, kv), \delta l^* h^*\mathrm{True})}, \tag{RTI1}$$

$$\frac{((P, ku) \to (Q, kv), \delta lh\mathrm{True}), ((P, ku), \delta'\mathrm{True})}{(h^*(P, ku) \to h^*(Q, kv), \delta l^*\mathrm{True})}, \tag{RTI2}$$

trong đó δ, δ' là các xâu gia tử tuỳ ý, $h, k, l \in H$ và h^*, l^* xác định bởi (2).

Trường hợp không có mặt l trong các giả thiết của qui tắc suy diễn này, chúng ta vận dụng Nhận xét 3.1 (ii).

Mệnh đề 3.2. *Các qui tắc* (RTI1), (RTI2) *là đúng đắn.*

Chứng minh. Chứng minh khẳng định này dựa theo Bổ đề 3.1. ∎

Hai qui tắc sau đây là mở rộng cho qui tắc Modus ponens và Modus tollens của logic kinh điển.

$$\frac{(P \to Q, \delta\mathrm{True}), (P, \mathrm{True})}{(Q, \delta\mathrm{True})}, \tag{RMP}$$

$$\frac{(P \to Q, \delta\mathrm{True}), (\neg Q, \mathrm{True})}{(\neg P, \delta\mathrm{True})}. \tag{RMT}$$

Mệnh đề 3.3. *Các qui tắc* (RMP), (RMT) *là đúng đắn.*

Chứng minh. Dựa theo Định nghĩa hàm định giá và phép kéo theo định nghĩa trên ĐSGT không thuần nhất. ∎

3.2. Các qui tắc khác cho mệnh đề kéo theo

Phân loại mệnh đề kéo theo

Trong thực tế nhiều mệnh đề kéo theo có tính tỉ lệ giữa hai thành phần của nó. Chẳng hạn "Nếu sinh viên học càng chăm thì kết quả càng tốt" hoặc "Trời càng nắng thì nhiệt độ càng cao".... Đối với các mệnh đề này, chúng ta cũng có thể nói rằng "Trời nắng thì nhiệt độ cao" là "tương đối đúng" dẫn đến "Trời rất nắng thì nhiệt độ rất cao" hay "Trời không nắng lắm thì nhiệt độ không cao lắm" cũng sẽ là "tương đối đúng".... Tuy nhiên, khi xuất hiện gia tử *không (Not so)* ở đúng một trong hai thành phần thì sẽ không còn tỉ lệ nữa. Chúng ta sẽ gọi tính chất này là phản tỉ lệ. Ví dụ "Nếu Minh học không chăm thì kết quả có thể tốt" là "tương đối đúng" không thể suy ra "Nếu Minh học rất không chăm thì kết quả rất có thể tốt" là "tương đối đúng" mà phải là "Nếu Minh học rất không chăm thì kết quả ít có thể tốt" mới là "tương đối đúng".

Các mệnh đề vừa đề cập trên đây có dạng $P(x^*, h_1u) \to Q(x^*, h_2v)$ trong đó x^* có thể là biến hoặc hằng, u, v là các khái niệm mờ và h_1, h_2 là các gia tử. Chia các mệnh đề kéo theo này thành hai loại khác nhau:

a) Loại tỉ lệ: khi h_1 và h_2 không là gia tử *Not so* ($h_1 \neq N$ và $h_2 \neq N$) hoặc đồng thời là gia tử này ($h_1 = h_2 = N$).

b) Loại phản tỉ lệ: khi có đúng một gia tử h_1 hoặc h_2 là *Not so* tức là (($h_1 = N$ hoặc $h_2 = N$) và $h_1 \neq h_2$).

Chúng ta sẽ xét các qui tắc khác nhau cho hai loại mệnh đề này.

Qui tắc tỉ lệ

Đối với các mệnh đề thuộc loại tỉ lệ, tương tự trong [7, 8] ta có qui tắc sau

$$\frac{(P(x^*, h_1u) \to Q(x^*, h_2v), \delta\text{True})}{(hP(x^*, h_1u) \to hQ(x^*, h_2v), \delta\text{True})}, \tag{RPI}$$

trong đó δ là các xâu gia tử, x^* có thể là hằng hoặc biến, các công thức P, Q thuộc lớp có thể chuyển gia tử, h_1, h_2 là các gia tử tuỳ ý thoả điều kiện mệnh đề loại tỉ lệ.

Từ (RPI), (RMP) và (RMT) với a là hằng, ta suy ra:

- Qui tắc tỉ lệ Modus ponens

$$\frac{(P(x^*, h_1u) \to Q(x^*, h_2v), \delta\text{True}), (hP(a, h_1u), \text{True})}{(hQ(a, h_2v), \delta\text{True})}. \tag{RPMP}$$

- Qui tắc tỉ lệ Modus tollens

$$\frac{(P(x^*, h_1u) \to Q(x^*, h_2v), \delta\text{True}), (\neg hQ(a, h_2v), \text{True})}{(\neg hP(a, h_1u), \delta\text{True})}. \tag{RPMT}$$

Qui tắc phản tỉ lệ

Đối với các mệnh đề thuộc loại phản tỉ lệ ta có qui tắc

$$\frac{(P(x^*, h_1u) \to Q(x^*, h_2v), \delta\text{True})}{(hP(x^*, h_1u) \to h^-Q(x^*, h_2v), \delta\text{True})}, \tag{RNPI}$$

trong đó x^* có thể là hằng hoặc biến, δ là xâu gia tử và h_1, h_2 là gia tử bất kỳ thoả điều kiện mệnh đề loại phản tỉ lệ và h^- là gia tử đối xứng của h.

Từ các qui tắc (PNPI), (RMP), (RMT) ta suy ra

$$\frac{(P(x^*, h_1u) \to Q(x^*, h_2v), \delta\text{True}), (hP(a, h_1u), \text{True})}{(h^-Q(a, h_2v), \delta\text{True})}, \tag{RNPMP}$$

$$\frac{(P(x^*, h_1u) \to Q(x^*, h_2v), \delta\text{True}), (\neg hQ(a, h_2v), \text{True})}{(\neg h^-P(a, h_1u), \delta\text{True})}. \tag{RNPMT}$$

3.3. Các qui tắc tương đương và thay thế các hằng cho biến

Việc thay thế các gia tử đồng mức h và k cho nhau ở vị trí tiền tố của khái niệm mờ không làm thay đổi ý nghĩa của mệnh đề. Vì vậy ta có qui tắc thay thế gia tử đồng mức sau đây

$$\frac{P(x^*, hu)}{P(x^*, ku)}. \tag{REH}$$

Ngoài ra, tương tự như trong [7, 8] ta cũng có các qui tắc thay thế công thức tương đương

$$\frac{P \equiv Q, (F(P), \delta\tau)}{(F(P/Q), \delta\tau)} \tag{REF}$$

và qui tắc thay thế hằng a cho biến x^*

$$\frac{P(x^*, u)}{P(a, u)}. \tag{RSUB}$$

4. PHƯƠNG PHÁP LẬP LUẬN XẤP XỈ TRÊN NGÔN NGỮ

Lập luận xấp xỉ là tìm kiếm các kết luận không chắc chắn bằng phương pháp suy diễn theo nghĩa xấp xỉ từ các tiền đề không chắc chắn. Giả sử cho trước tập các khẳng định K bao gồm các câu mờ có mức độ khẳng định là giá trị chân lý ngôn ngữ dạng σTrue, bằng các qui tắc suy diễn nói trên chúng ta sẽ suy ra được các kết luận gì từ K?

Tương tự trong logic kinh điển, một dẫn xuất từ K là một dãy hữu hạn các khẳng định (P_1, t_1),...,(P_n, t_n) sao cho với mỗi $i = 1, ..., n$, (P_i, t_i) thuộc K hoặc (P_i, t_i) được suy ra từ các khẳng định (P_1, t_1),..., (P_{i-1}, t_{i-1}) bằng một trong các qui tắc suy diễn (RT1), (RT2), (RTI1), (RTI2), (RMP), (RMT), (RPI), (RPMP), (RPMT), (RNPI), (RNPMP), (RNPMT), (REH), (REF) và (RSUB). Khi đó (P_n, t_n) được gọi là một dẫn được từ K, kí hiệu là $K \vdash (P_n, t_n)$. Tập các hệ quả logic của K là $C(K) = \{(P, t) : K \vdash (P_n, t_n)\}$, chính là tập các dẫn được từ K.

K được gọi là phi mâu thuẫn nếu $C(K)$ không tồn tại đồng thời (P, t) và $(\neg P, t')$ mà $t,\ t' \geq W$. Chúng ta thừa nhận rằng giá trị chân lý ngôn ngữ của mỗi công thức nói chung không duy nhất, chúng có thể nhận nhiều giá trị khác nhau miễn là các giá trị đó đều lớn hơn hay bé hơn giá trị trung hòa W. Chẳng hạn cho P, Q là hai công thức mà $P \to Q$ thuộc loại tỉ lệ có giá trị chân lí là σTrue:

$$(P \to Q, \sigma\text{True}),$$

với tùy ý $h \in LH$, theo (RPI)

$$(hP \to hQ, \sigma\text{True}).$$

Vì vậy theo (RTI1) nhiều trường hợp trở thành

$$(P \to Q, \sigma h\text{True})$$

và trong ĐSGT không thuần nhất của biến ngôn ngữ Truth σTrue, σhTrue $\geq W$. Điều này xảy ra do chúng ta chấp nhận qui tắc tỉ lệ, một qui tắc được rút ra từ kinh nghiệm không chứng minh được nhưng lại rất có ý nghĩa trong thực tế.

Như vậy khái niệm công thức tương đương phải được mở rộng. Hai công thức (P, t) và (P, s) là tương đương nhau nếu t và s cùng lớn hơn hay bé hơn W. Dựa theo cách định nghĩa của N. C. Ho [8], quan hệ tương đương $\sim$ được định nghĩa trên tập công thức FP như sau:

($\mathrm{R_i}$) $p(x, u) \sim p(x, hu)$ với p là vị từ, h là gia tử và u là giá trị ngôn ngữ tuỳ ý,

($\mathrm{R_{ii}}$) Nếu $P \sim Q$ thì $\neg P \sim \neg Q$,

($\mathrm{R_{iii}}$) Nếu $P \sim P'$ và $Q \sim Q'$ thì $P \circ Q \sim P' \circ Q'$ với $\circ$ là các phép toán $\vee, \wedge, \rightarrow$.

Lớp tương đương chứa P kí hiệu là $|P|$. Tập thương $FP/\sim\, = \{|P| : P \in FP\}$. Trên tập thương này chúng ta định nghĩa bốn phép toán logic trên các lớp tương đương: $\neg|P| = |\neg P|$, $|P| \vee |Q| = |P \vee Q|$, $|P| \wedge |Q| = |P \wedge Q|$ và $|P| \rightarrow |Q| = |P \rightarrow Q|$.

Và trên ĐSGT không thuần nhất T của biến ngôn ngữ Truth, ta định nghĩa quan hệ tương đương $\approx$ như sau: với mọi $s, t \in T$, $s \approx t$ nếu một trong các điều kiện sau đây thỏa mãn:

(i) $s = t$,

(ii) $s > W, t > W$,

(iii) $s < W, t < W$.

Như vậy, T được phân hoạch thành 3 lớp tương đương $\{|0|_{\approx}, |W|_{\approx}, |1|_{\approx}\}$.

Hai khẳng định $A = (P, t)$ và $A' = (P', t')$ tương đương nhau nếu $P \sim P'$ và $t \approx t'$, kí hiệu là $A \equiv A'$ và $|A|_{\equiv}$ là lớp tương đương chứa A. Cho tập các khẳng định K, kí hiệu $K/\equiv$ là tập $\{|A|_{\equiv} : A \in K\}$. Nếu K phi mâu thuẫn thì bất kì $(P, t), (P', t')$ ta có $P \sim P'$ kéo theo $t \approx t'$ tức là $|P|_{\equiv}$ có duy nhất một giá trị chân lí $|t|_{\equiv}$. $K/\equiv$ với bốn phép toán logic định nghĩa trên các lớp tương đương ở trên tương tự nhưlà một đại số Lindenbaum. Do đó, $K/\equiv$ có thể xem nhưtập các công thức mở của một ngôn ngữ hình thức của logic bậc 1 kinh điển (xem [13]). Do đó $|A|_{\equiv}$ dẫn được từ $K/\equiv$, kí hiệu là $K/\equiv\, \vdash_c |A|_{\equiv}$, được hiểu là $|A|_{\equiv}$ được suy dẫn từ $K/\equiv$ bởi qui tắc Modus Ponens (RMP) và qui tắc thay thế hằng cho biến (RSUB).

Liên quan về tính dẫn được, chúng ta có hai định lý tương tự Định lý 5.1, Định lý 5.2 trong [8].

Định lý 4.1. *$K \vdash A$ kéo theo $K/\equiv\, \vdash_c |A|_{\equiv}$ và nếu K mâu thuẫn thì $K/\equiv$ mâu thuẫn.*

Chứng minh. Giả sử $A_1,\ldots,A_n$ là một suy dẫn của A từ K và A_l dẫn được từ A_i với $i < l$ bởi một trong các qui tắc suy diễn trong Mục 3. Bây giờ, chúng ta chứng minh khẳng định đầu tiên của Định lý. Chỉ cần kiểm tra cho qui tắc phản tỉ lệ (RNPI), vì các qui tắc còn lại đã được chứng minh trong Định lý 5.1 (xem [8]).

Nếu A_l dẫn được từ A_i với $i < l$ bởi qui tắc (RNPI) thì $|A_l|_{\equiv} = (|hP(x, h_1u) \rightarrow h^- Q(x, h_2v)|, |1|_{\approx})$. Vì $hP(x, h_1u) = P(x, hh_1u)$ nên theo ($\mathrm{R_i}$) ta có $hP(x, h_1u) \sim P(x, h_1u)$. Tương tự, $h^- Q(x, h_2v) \sim Q(x, h_2v)$. Dùng ($\mathrm{R_{iii}}$) với $\circ$ là $\rightarrow$ ta thu được $(hP(x, h_1u) \rightarrow h^- Q(x, h_2v)) \sim (P(x, h_1u) \rightarrow Q(x, h_2v))$. Vì vậy, $(|hP(x, h_1u) \rightarrow h^- Q(x, h_2v)|, |1|_{\approx}) = (|P(x, h_1u) \rightarrow Q(x, h_2v)|, |1|_{\approx})$, tức là $|A_l|_{\equiv} = |A_i|_{\equiv}$.

Vì khẳng định còn lại được suy ra từ khẳng định đầu tiên nên định lý đã được chứng minh. ∎

Từ dạng tổng quát của qui tắc suy diễn và định nghĩa dẫn được ta suy ra:

Định lý 4.2. *Cho K là một hệ tri thức hình thức. Nếu $K \vdash (P, t)$ thì $t > W$.*

Ta xét ví dụ sau minh hoạ cho phương pháp.

Ví dụ. Giả sử K gồm các khẳng định sau:

+ "Sinh viên học càng chăm thì kết quả càng tốt" là "rất đúng".

+ "Minh học rất không chăm" là "đúng".

Ta có thể rút ra kết luận gì từ các khẳng định trên?

Biểu diễn "Sinh viên học chăm" bằng p(Sinh viên, chăm) và "kết quả tốt" là q(sinh viên, tốt). Khi đó ta có:

(1) (p(Minh, rất không chăm), đúng) (giả thiết),

(2) (p(sinh viên, chăm) $\to$ q(sinh viên, tốt), rất đúng) (giả thiết),

(3) (p(sinh viên, có thể chăm) $\to$ q(sinh viên, có thể tốt), rất đúng) (từ 2 và RPI),

(4) (p(sinh viên, không chăm) $\to$ q(sinh viên, có thể tốt), rất đúng) (từ 3 và REH),

(5) (p(sinh viên, rất không chăm) $\to$ q(sinh viên, ít có thể tốt), rất đúng) (từ 4 và RNPI),

(6) (p(Minh, rất không chăm) $\to$ q(Minh, ít có thể tốt), rất đúng) (từ 5 và RSUB),

(7) (q(Minh, ít có thể tốt), rất đúng) (từ 6,1 và RMP),

(8) (q(Minh, có thể tốt), rất ít đúng) (từ 7 và RT1),

(9) (q(Minh, tốt), rất ít có thể đúng) (từ 8 và RT1),

(10) (q(Minh, rất ít có thể tốt), đúng) (từ 7 và RT2).

Như vậy, ta có thể sử dụng kết luận (8) "Kết quả học tập của Minh có thể tốt" là "rất ít đúng" hoặc kết luận (7) "Kết quả học tập của Minh ít có thể tốt" là "rất đúng".

So với việc tính toán qua các tập mờ [2], phương pháp lập luận ngôn ngữ có thể cho phép tìm được kết quả với những thao tác đơn giản hơn. Phương pháp cũng có thể được sử dụng để rút gọn mô hình mờ đa điều kiện khi giải quyết bài toán lập luận xấp xỉ bằng phương pháp nội suy gia tử. Tuy nhiên, lập luận ngôn ngữ của con người là vấn đề hết sức phức tạp và phụ thuộc khá nhiều vào ngữ cảnh nên phương pháp chỉ sử dụng được cho một số tình huống nhất định và phần nhiều mang ý nghĩa minh họa cho cách tiếp cận đến lập luận của con người thông qua hệ suy diễn mờ dựa trên logic giá trị ngôn ngữ mà cơ sở là ĐSGT không thuần nhất.

5. KẾT LUẬN

Bài báo này đã giải quyết được vấn đề xuất hiện của gia tử Not so trong các mệnh đề mờ khi lập luận xấp xỉ bằng ngôn ngữ. Cơ sở để chúng tôi mở rộng qui tắc chuyển gia tử và đưa ra các qui tắc suy diễn mới như qui tắc phản tỉ lệ, qui tắc thay thế gia tử đồng mức là dựa trên cấu trúc của ĐSGT không thuần nhất đối xứng hữu hạn và các tính chất đã được nghiên cứu. Cũng cần nhấn mạnh rằng phương pháp này suy diễn trực tiếp trên ngôn ngữ mà không thông qua tập mờ. Vì vậy không những nó đơn giản vì bỏ qua được các bước xấp xỉ mờ, khử mờ mà còn gần gũi với cách lập luận của con người.

Lời cảm ơn. Tác giả xin chân thành cảm ơn PGS TSKH Nguyễn Cát Hồ đã góp một số ý kiến quan trọng trong quá trình hoàn thành bài báo này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] G. Birkhoff, *Lattice Theory*, Providence, Rhode Island, 1973.

[2] L. A. Zadeh, The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning (I-III), *Information Science* I: **8** (1975) 199–249; II: **8** (1975) 310–357; III: **9** (1975) 43–80.

[3] Nguyen Cat Ho, Fuzziness in structure of linguistic truth values: A foundation for development of fuzzy reasoning, *Proc. of ISMLV '87, Boston, USA*, IEEE Computer Society Press, New York, 1987, 326–335.

[4] Nguyen Cat Ho and W. Wechler, Hedge algebras: An algebraic approach to structure of set of linguistic truth values, *Fuzzy Sets and Systems* **35** (1990) 281–293.

[5] Nguyen Cat Ho and W. Wechler, Extended hegde algebras and their application to fuzzy logic, *Fuzzy Sets and Systems* **52** (1992) 259–281.

[6] Nguyen Cat Ho và Huynh Van Nam, An algebraic approach to linguistic hedges in Zadeh's fuzzy logic, *Fuzzy Sets and Systems* **129** (2002) 229–254.

[7] Nguyễn Cát Hồ và Trần Thái Sơn, Logic mờ và quyết định mờ dựa trên cấu trúc thứ tự của giá trị ngôn ngữ, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **9** (4) (1993) 1–9.

[8] Nguyen Cat Ho, A method in linguistic reasoning on a knowledge base representing by sentences with linguistic belief degree, *Fundamenta Informaticae* **28** (1996) 247–259.

[9] Nguyễn Cát Hồ và Lê Xuân Vinh, Vấn đề tiên đề hóa cho Đại số gia tử không thuần nhất,*Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **18** (2002) 354–364.

[10] Nguyễn Cát Hồ và Lê Xuân Vinh, On some properties of ordering relation in non-homogeneous hedge algebras, *Journal of Computer Science and Cybernetics* **19** (2003) 373–381.

[11] Lê Xuân Vinh, Về infimum, supremum của các cặp phần tử không sánh được trong Đại số gia tử không thuần nhất, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **20** (2004) 242–256.

[12] Lê Xuân Vinh, Một cách tiếp cận cho vấn đề xử lí các giá trị ngôn ngữ chứa trạng từ nhấn "Not so" trong lập luận xấp xỉ, *Kỷ yếu Hội nghị Nghiên cứu cơ bản và ứng dụng CNTT*, Hà Nội, tháng 10, 2003, 181–190.

[13] H. Rasiowa and R. Sikorski, *The Mathematics of Metamathematics*, second edition, Polish Scientific Publishers, Warszawa, 1968.

Nhận bài ngày 1 - 6 - 2004
Nhận lại sau sửa ngày 25 - 11 - 2004