

PHƯƠNG PHÁP XÂY DỰNG CÁC MÔ TẢ FOURIER CHO TỪNG PHẦN HÌNH DẠNG VÀ MỘT SỐ TÍNH CHẤT

NGUYỄN THANH HẢI, PHẠM THẾ LONG, NGUYỄN CÔNG ĐỊNH

Học viện Kỹ thuật Quân sự

Abstract. In this paper, a description method for partial shapes is introduced with the use of Fourier transformation. The proposed method allows to easily get a partial Fourier set which is invariant with respect to translation, rotation and scaling, to minimize the required parameter numbers for describing partial shapes. Some carried out tests shows that the result of proposed method is better than of other methods and the proposed method can be used for difficult problems in the field of image processing, recognizing, matching and target tracking in case of touching objects, overlapping objects, not clearly discriminating between objects and background, objects hiding by others, etc...

Tóm tắt. Bài báo trình bày phương pháp sử dụng phép biến đổi Fourier để mô tả từng phần của hình dạng. Phương pháp đề xuất cho phép dễ dàng bất biến hoá tập mô tả bởi các phép tịnh tiến, quay, co giãn cũng như cho phép giảm bớt số đặc trưng thường dùng trong mô tả từng phần hình dạng. Các thử nghiệm được tiến hành cho thấy hiệu quả của phương pháp đề xuất so với các phương pháp khác. Các kết quả của bài báo là cơ sở để giải quyết được nhiều vấn đề khó và thường gặp trong các bài toán xử lý và nhận dạng ảnh chẳng hạn các tình huống đối tượng kết dính nhau, chồng lên nhau, ảnh đối tượng khó phân tách với nền, đối tượng bị che khuất một phần...

1. GIỚI THIỆU

Bài toán mô tả hình dạng đối tượng ảnh luôn là vấn đề thời sự trong các ứng dụng xử lý, khớp, nhận dạng ảnh đối tượng cũng như bất bám đối tượng chuyển động. Phép biến đổi Fourier là một phương pháp mạnh trong thể hiện hình dạng [3]. Cách thể hiện hình dạng truyền thống sử dụng phép biến đổi Fourier thường làm việc trên một đường cong đóng (tuyến đóng) tương ứng với đường biên của đối tượng sau khi đã bóc tách ra khỏi ảnh [2, 4, 13, 14, 15]. Tuy nhiên, trong nhiều ứng dụng thực tế, đối tượng ảnh rất khó bóc tách vì nhiều lý do khác nhau (chẳng hạn, các đối tượng dính nhau: chữ viết tay nét liền, các đối tượng ký tự trên biển số xe máy dính nhau do cấu trúc đuôi xe, đinh móc hoặc do điều kiện môi trường), các đối tượng chồng lên nhau (như trong thiết kế thị giác rôbot gặp vật thể), đối tượng bị che khuất một phần do điều kiện môi trường (máy bay bị mây che, các đối tượng chuyển động bị che khuất một phần bởi địa hình địa vật), đối tượng không phân biệt rõ ràng với nền, khó bóc tách...). Trong các trường hợp như vậy đòi hỏi phải làm việc trên các đường cong không đóng (tuyến mở). Khi đó việc sử dụng phép biến đổi Fourier để mô tả từng phần của hình dạng theo cách tiếp cận truyền thống trở nên không còn phù hợp nữa. Cũng đã có một số phương pháp khác để mô tả và nhận dạng hình dạng từng phần như sử dụng phép biến đổi khoảng cách [8], khớp ma trận con [5, 9], qui hoạch động [7] hay sử dụng

phép biến đổi wavelet [6]... Tuy nhiên, do tính đơn giản, dễ thực thi và tính toán của phép biến đổi Fourier nên nếu vẫn mô tả được hình dạng từng phần nhờ sử dụng phép biến đổi Fourier thì vẫn rất có ý nghĩa cho các ứng dụng thực tế.

Trong bài báo này các tác giả đề xuất một phương pháp đặc tả đường cong không đồng với hình dạng bất kỳ nhờ sử dụng phép biến đổi Fourier. Một số tính chất của đặc tả được chứng minh cho phép tối thiểu hóa số đặc trưng trích chọn và bất biến hóa các phép biến đổi hình học gồm tịnh tiến, quay và co giãn. Bài báo cũng phân tích, so sánh phương pháp đề xuất với một số phương pháp khác. Các thử nghiệm được tiến hành cho thấy khả năng và tính hiệu quả của phương pháp đề xuất.

2. MÔ TẢ FOURIER CHO TỪNG PHẦN HÌNH DẠNG VÀ MỘT SỐ TÍNH CHẤT

2.1. Một số định nghĩa về tuyến và phép biến đổi Fourier lên tuyến đóng

Định nghĩa 1. (L^ε - láng giềng) Tập hợp L^ε -láng giềng của điểm $(x, y) \in R^2$ là:

$$L^\varepsilon = \{(u, v) \in R^2 \mid (u, v) \neq (x, y), \sqrt{(u-x)^2 + (v-y)^2} \leq \varepsilon\}.$$

Định nghĩa 2. (Tuyến, tuyến đóng, tuyến mở, tuyến con, tuyến ngược)

Một tuyến (L^ε - tuyến) là một dãy hữu hạn các điểm trong mặt phẳng 2 chiều g_0, g_1, \dots, g_n sao cho g_i và g_{i+1} là các điểm L^ε -láng giềng của nhau ($i = 0, \dots, n-1$). Ký hiệu tuyến là g_0, g_1, \dots, g_n . Ta nói tuyến g_0, g_1, \dots, g_n xuất phát từ g_0 kết thúc tại g_n .

Tuyến đóng, mở: L^ε -tuyến $g_0g_1\dots g_n$ được gọi là tuyến đóng, ký hiệu là $[g_0g_1\dots g_n]$, nếu g_0 là L^ε -láng giềng của g_n . Ngược lại, tuyến được gọi là tuyến mở, ký hiệu là $(g_0g_1\dots g_n)$.

Tuyến con: Xét tuyến $P = g_0g_1\dots g_n$. Khi đó, $Q = g_i g_{i+1} \dots g_{i+k}$, trong đó $0 \leq i \leq i+k \leq n$, được gọi là một tuyến con của P . Ký hiệu $Q \subset P$.

Một tuyến đóng có thể chứa một hoặc nhiều tuyến con là tuyến mở và ngược lại, một tuyến mở có thể chứa một số các tuyến đóng.

Ký hiệu $|P| = n+1$ là số điểm ảnh nằm trên tuyến $P = g_0g_1\dots g_n$. Tuyến Q được gọi là tuyến con thực sự của P nếu $Q \subset P$ và $|Q| < |P|$.

Tuyến ngược: Nếu $P = g_0g_1\dots g_n$ là tuyến thì hiển nhiên $g_n g_{n-1} \dots g_0$ cũng là tuyến và ta gọi nó là tuyến ngược của tuyến P và ký hiệu là $P' = g_n g_{n-1} \dots g_0$.

Phép biến đổi Fourier lên tuyến đóng và một số cách thể hiện

Giả sử $P = g_0g_1\dots g_{n-1}$ là một tuyến đóng và được thể hiện bằng một dãy số thực hoặc phức u_k , $k = \overline{0, n-1}$ [4]. Khi đó phép biến đổi Fourier rời rạc lên tuyến đóng P được cho bởi

$$F_m = \sum_{k=0}^{n-1} u_k e^{-i2\pi km/n}, \quad m = 0, 1, \dots, n-1 \quad (1)$$

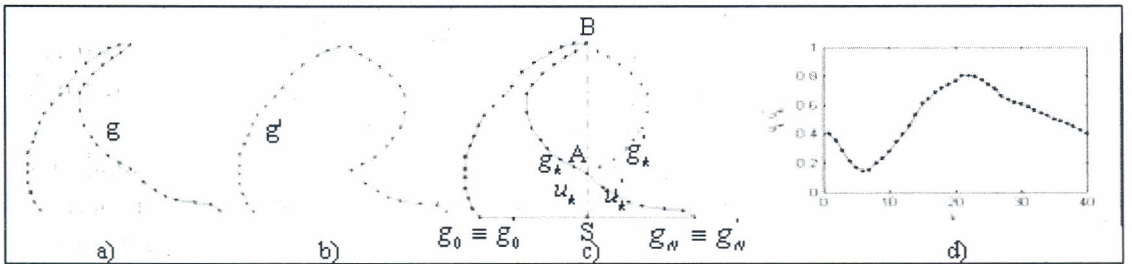
và phép biến đổi Fourier ngược là

$$u_k = \frac{1}{n} \sum_{m=0}^{n-1} F_m e^{i2\pi km/n}, \quad k = 0, 1, \dots, n-1. \quad (2)$$

Có nhiều cách để thể hiện u_k như thể hiện bằng tọa độ phức, khoảng cách đến trọng tâm, diện tích, góc tích lũy... [4]. Các thử nghiệm do D. Zhang, G. Lu [4] tiến hành đã chỉ ra rằng, các thể hiện tốt là khoảng cách đến trọng tâm [1], tọa độ phức [11].

2.2. Đặc tả tập Fourier từng phần cho tuyến mở và các tính chất

Giả sử $T = (g_0g_1...g_N)$ là tuyến mở. Do phép biến đổi Fourier có tính chất tuần hoàn nên thường chỉ phù hợp trong mô tả tuyến đóng. Để mô tả tuyến mở T sử dụng phép biến đổi Fourier ta có thể tạo ra một thể hiện của T dưới dạng một tuyến đóng T' rồi áp dụng mô tả Fourier lên T' . Ví dụ, đơn giản nhất là tạo tuyến đóng T' từ tuyến mở T bằng cách đi ngược trở lại điểm xuất phát của T (phương pháp quay ngược), $T' = [g_0g_1...g_Ng_{N-1}...g_1]$, và áp dụng phép biến đổi Fourier lên tuyến đóng T' . Tuy nhiên, cách này, như đã chỉ ra trong [6], không phải lúc nào cũng hiệu quả (điều này cũng sẽ được kiểm chứng lại thông qua các thử nghiệm so sánh với phương pháp đề xuất trong Mục 3). Trong [10], K. Kocjan cũng đề xuất một cách khác thể hiện u_k bằng các khoảng cách từ các điểm g_k đến trung điểm của g_0g_N , tức là cách này lại vi phạm tính không duy nhất trong việc thể hiện hình dạng bất kỳ. Có thể chỉ ra 2 hình dạng cho cùng dãy u_k , $k = \overline{0, n-1}$ theo cách thể hiện này. Ví dụ, trên Hình 1, các tuyến a) và b) có phần từ A đến B đối xứng nhau qua AB, phần còn lại giống nhau, song chúng có cùng đồ thị u_k , $k = \overline{0, n-1}$ được cho trong Hình d).



Hình 1. Hai hình dạng khác nhau nhưng có cùng thể hiện u_k theo cách của Kocjan

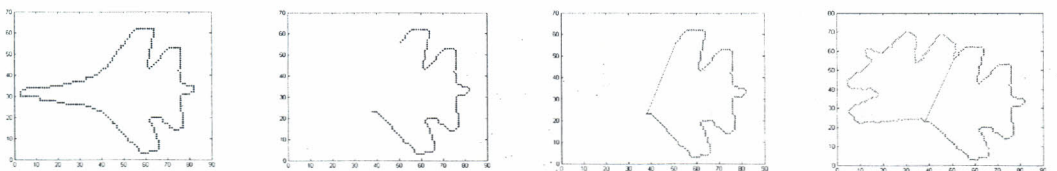
Trong bài báo này, chúng tôi đề xuất cách thức tạo tuyến đóng bằng cách lấy đối xứng các điểm g_k qua đường thẳng g_0g_N và sử dụng các tọa độ phức trong thể hiện hình dạng.

Gọi g_{2N-k} , ($k = \overline{0, N}$) là điểm đối xứng của điểm g_k qua đường thẳng g_0g_N . Khi đó, dễ dàng thấy rằng $G = [g_0g_1...g_Ng_{N+1}...g_{2N-1}]$ chính là một tuyến đóng (Hình 2d). Đường thẳng g_0g_N được gọi là trục đối xứng của tuyến G .

Nhận xét.

- (i) $g_{2N} \equiv g_0$;
- (ii) g_k và g_l đối xứng nhau qua g_0g_N nếu $k + l = 2N$.

Ký hiệu $g_k = (x_k, y_k)$, $z_k = x_k + iy_k$, $k = \overline{0, 2N-1}$, i là đơn vị phức, $i^2 = -1$.



Hình 2. Tạo tuyến đóng từ tuyến mở

Đặt $z = \{z_0, z_1, \dots, z_{2N-1}\}$, ta gọi z là thể hiện phức của tuyến G và G là tuyến tương ứng với z . Thực hiện phép biến đổi Fourier lên các thành phần của z ta thu được các hệ số Fourier tính toán như sau

$$F_m = \sum_{k=0}^{2N-1} z_k e^{-i2\pi km/2N}, \quad m = 0, 1, \dots, 2N - 1. \quad (3)$$

Ta nói (3) là phép biến đổi Fourier từng phần lên tuyến mở $T = (g_0 g_1 \dots g_N)$. Khi đó, tuyến đóng G hoàn toàn có thể được mô tả bởi tập các hệ số Fourier

$$F = \{F_0, F_1, F_2, \dots, F_{2N-1}\}. \quad (4)$$

Các thành phần của z có thể nhận lại được từ F bằng cách sử dụng phép biến đổi Fourier ngược

$$z_k = \frac{1}{2N} \sum_{m=0}^{2N-1} F_m e^{i2\pi km/2N}, \quad k = 0, 1, \dots, 2N - 1. \quad (5)$$

Ký hiệu $F = ft(z)$, $z = ft^{-1}(F)$, trong đó các phần tử của z và F liên hệ nhau theo công thức (3) và (5).

Ký hiệu $Real(\lambda)$, $Imag(\lambda)$ tương ứng là phần thực và phần ảo của số phức λ . Ta có tính chất sau.

Tính chất 1. Nếu $g_0 g_N$ nằm trên trục hoành thì $Imag(F_m) = 0, \forall m = \overline{0, 2N - 1}$. Tương tự, nếu $g_0 g_N$ nằm trên trục tung thì $Real(F_m) = 0, \forall m = \overline{0, 2N - 1}$.

Chứng minh: Giả sử $g_0 g_N$ nằm trên trục hoành, khi đó, g_{2N-k} đối xứng $g_k \Leftrightarrow x_{2N-k} = x_k$ và $y_{2N-k} = -y_k, k = \overline{0, N}$. Do đó,

$$F_m = z_0 + z_N \cos(\pi m) +$$

$$\sum_{k=1}^{N-1} \left[z_k \left(\cos \frac{2\pi km}{2N} - i \sin \frac{2\pi km}{2N} \right) + z_{2N-k} \left(\cos \frac{2\pi(2N-k)m}{2N} - i \sin \frac{2\pi(2N-k)m}{2N} \right) \right].$$

Suy ra,

$$Imag(F_m) =$$

$$\sum_{k=1}^{N-1} \left[y_k \left(\cos \frac{2\pi km}{2N} - \cos \frac{2\pi(2N-k)m}{2N} \right) - x_k \left(\sin \frac{2\pi km}{2N} + \sin \frac{2\pi(2N-k)m}{2N} \right) \right] = 0.$$

vì $\frac{2\pi km}{2N} + \frac{2\pi(2N-k)m}{2N} = 2\pi m$. Vậy, $Imag(F_m) = 0, \forall m = \overline{0, 2N - 1}$.

Chứng minh tương tự, ta có, nếu $g_0 g_N$ nằm trên trục tung thì $Real(F_m) = 0, \forall m = \overline{0, 2N - 1}$. ■

Tính chất 2. Ký hiệu $F_0 = a_0 + ib_0$. Khi đó, $E(a_0, b_0)$ là trọng tâm của G . Ngoài ra $E(a_0, b_0) \in g_0 g_N$.

Chứng minh: Gọi (a, b) là trung điểm của $g_0 g_N$. Gọi (α_k, β_k) là trung điểm của $g_k g_{2N-k}$, hiển nhiên (α_k, β_k) nằm trên đường thẳng $g_0 g_N$. Thay $m = 0$ vào (3) ta được

$$F_0 = \frac{1}{2N} \sum_{k=0}^{2N-1} z_k. \quad (6)$$

Do đó, $a_0 = \frac{1}{2N} \sum_{k=0}^{2N-1} x_k$, $b_0 = \frac{1}{2N} \sum_{k=0}^{2N-1} y_k$ nên a_0, b_0 chính là trọng tâm của G . Mặt khác,

$$F_0 = \frac{1}{2N} \left[z_0 + z_N + \sum_{k=1}^{N-1} (z_k + z_{2N-k}) \right] = \frac{1}{N} \left[(a + ib) + \sum_{k=1}^{N-1} (\alpha_k + i\beta_k) \right] = a_0 + ib_0.$$

trong đó, $a_0 = \frac{1}{N} \left[a + \sum_{k=1}^{N-1} \alpha_k \right]$, $b_0 = \frac{1}{N} \left[b + \sum_{k=1}^{N-1} \beta_k \right]$.

Giả sử phương trình đường thẳng g_0g_N là $Ax + By + C = 0$. Thế thì $Aa + Bb + C = 0$, $A\alpha_k + B\beta_k + C = 0$, $k = \overline{1, N-1}$.

Suy ra $A \frac{1}{N} \left[a + \sum_{k=1}^{2N-1} \alpha_k \right] + B \frac{1}{N} \left[b + \sum_{k=1}^{2N-1} \beta_k \right] + C = 0 \Leftrightarrow Aa_0 + Bb_0 + C = 0$ hay $(a_0, b_0) \in g_0g_N$. ■

Bất biến tịnh tiến

Từ Tính chất 2 ta thấy, nếu ta đặt thành phần đầu tiên của F bằng 0 ($F_0 = 0$) và giữ nguyên các thành phần còn lại rồi sử dụng phép biến đổi Fourier ngược (5) thì ta sẽ thu được tập G_t chính là kết quả của phép tịnh tiến tập G theo véc tơ \vec{EO} ($O(0,0)$). Bằng cách này ta đã thực hiện một phép bất biến tịnh tiến lên các mô tả Fourier với tập mô tả Fourier tương ứng là

$$F^t = \{F_k^t, k = \overline{0, N-1}\} = \{0, F_1, F_2, \dots, F_{2N-1}\}. \tag{7}$$

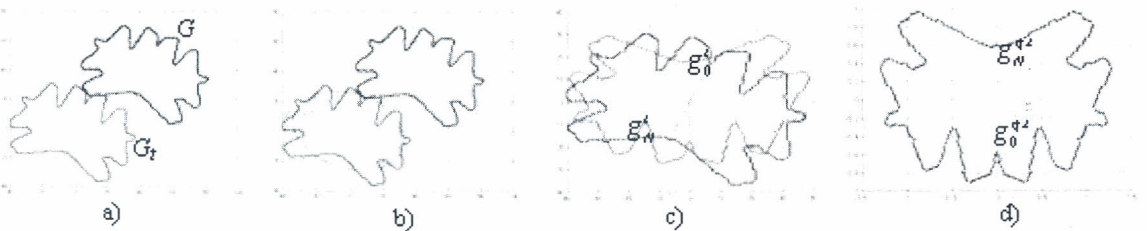
Ta có thể tìm được $z^t = ft^{-1} = \{z_k^t, k = \overline{0, 2N-1}\}$ theo công thức (5) từ đó tìm được tuyến tương ứng G_t . Hình 3a) minh họa phép bất biến tịnh tiến thông qua mô tả Fourier. Ký hiệu $G_t = [g_0^t g_1^t \dots g_{2N-1}^t]$ (chú ý rằng, lúc này G_t đối xứng nhau qua $g_0^t g_N^t$).

Tính chất 3. $O(0,0)$ nằm trên đường thẳng $g_0^t g_N^t$.

Chứng minh. G_t là ảnh của G qua phép tịnh tiến theo véc tơ \vec{EO} , theo phép tịnh tiến này ta có

$$E \rightarrow O, g_0 \rightarrow g'_0, g_N \rightarrow g'_N.$$

Do E nằm trên g_0g_N (Tính chất 2) nên $O(0,0)$ nằm trên $g'_0g'_N$. ■



Hình 3. Bất biến tịnh tiến, quay và co giãn

+ Elip chính

Ký hiệu $z_e^t = ft^{-1}(F_e^t)$ trong đó $F_e^t = \{F_0, F_1, 0, 0, \dots, F_{2N-1}\}$ và G_t^e là tuyến tương ứng z_e^t .

Từ công thức (5) ta thấy, các thành phần của z_e^t là

$$\begin{aligned}(z_e^t)_k &= \frac{1}{2N} \left[F_1 e^{\frac{i2\pi k}{2N}} + F_{2N-1} e^{\frac{i2\pi k(2N-1)}{2N}} \right] \\ &= \frac{1}{2N} \left[\cos \frac{2\pi k}{2N} (F_1 + F_{2N-1}) + i \sin \frac{2\pi k}{2N} (F_1 - F_{2N-1}) \right],\end{aligned}$$

$$k = \overline{0, 2N-1}.$$

Công thức trên cho thấy các điểm của G_t^e nằm trên một hình elip. Elip này được gọi là elip chính của G_t [11] (Hình 3b). Do tính chất của phép tịnh tiến nên tập các điểm trên tuyến G^e tương ứng với $z^e = ft^{-1}(F^e)$ trong đó $F^e = \{F_0, F_1, 0, 0, \dots, F_{2N-1}\}$ cũng nằm trên một elip được gọi là elip chính của tuyến G . Vậy mọi tuyến G đều có một elip chính.

Bất biến quay

Gọi φ là góc (có hướng) tạo bởi véc tơ $\vec{g}_0^t g_N^t$ với trục tung (tia Oy). Thực hiện phép quay $Q(O, \varphi)$ tâm O, góc quay có hướng φ , khi đó trục đối xứng $\vec{g}_0^t g_N^t$ sẽ được quay để nằm trên trục tung (véc tơ $\vec{g}_0^t g_N^t$ cùng chiều với tia Oy). Điều này luôn thực hiện được do $O(0, 0)$ nằm trên đường thẳng $\vec{g}_0^t g_N^t$ (theo Tính chất 3). Từ đó ta có được tập mô tả Fourier bất biến quay (và cả tịnh tiến) là

$$F^{q,t} = \{F_k^{q,t}, k = \overline{0, 2N-1}\} = \{0, F_1 K_q, F_2 K_q, \dots, F_{2N-1} K_q\}, \quad (8)$$

trong đó, $K_q = e^{i\varphi}$, $F_0^{q,t} = F_0 K_q$, $F_k^{q,t} = F_k^t K_q = F_k K_q$, $\forall k = \overline{1, 2N-1}$.

Thật vậy, nếu gọi $z^{q,t} = ft^{-1}(F^{q,t}) = \{z_k^{q,t}, k = \overline{0, 2N-1}\}$ và $G_{q,t} = [g_0^{q,t} g_1^{q,t} \dots g_{2N-1}^{q,t}]$ là tuyến tương ứng. Từ công thức (5) ta suy ra được

$$z_k^{q,t} = \frac{1}{2N} \sum_{m=0}^{2N-1} K_q F_k^t e^{i2\pi km/2N} = K_q \left(\frac{1}{2N} \sum_{m=0}^{2N-1} F_k^t e^{i2\pi km/2N} \right) = K_q z_k^t = z_k^t e^{i\varphi},$$

$$k = \overline{0, 2N-1}.$$

Từ đây suy ra $g_k^{q,t}$ chính là ảnh của g_k^t qua phép quay $Q(O, \varphi)$. Hình 3c minh họa phép quay nói trên.

Tính chất 4. $g_0^t g_N^t$ là trục (chính hoặc phụ) của elip chính của G_t .

Chứng minh. Do tính chất của phép quay nên ta chỉ cần chứng minh $g_0^{q,t} g_N^{q,t}$ là trục của elip chính của $G_{q,t}$ và do đó ta cũng suy ra được $g_0^t g_N^t$ là trục của elip chính của G .

Thật vậy, xét tập $F_{q,t}^e = \{0, F_1^{q,t}, 0, \dots, 0, F_{2N-1}^{q,t}\}$. Ký hiệu $z_e^{q,t} = \{z_k^{e,q,t}, k = \overline{0, 2N-1}\} = ft^{-1}(F_{q,t}^e)$ và $G_{q,t}^e$ là tuyến tương ứng. Vậy thì các điểm của $G_{q,t}^e$ nằm trên elip chính của $G_{q,t}$. Từ (5) suy ra

$$\begin{aligned}z_k^{e,q,t} &= \frac{1}{2N} \left(F_1^{q,t} e^{\frac{i2\pi k}{2N}} + F_{2N-1}^{q,t} e^{\frac{i2\pi k(2N-1)}{2N}} \right) \\ &= \frac{1}{2N} \left[\cos \frac{2\pi k}{2N} (F_1^{q,t} + F_{2N-1}^{q,t}) + i \sin \frac{2\pi k}{2N} (F_1^{q,t} - F_{2N-1}^{q,t}) \right],\end{aligned}$$

$$k = \overline{0, 2N-1}.$$

Do $g_0^{q,t} g_N^{q,t}$ nằm trên trục tung nên theo Tính chất 1 ta có $Real(F_1^{q,t}) = Real(F_{2N-1}^{q,t}) = 0$, thành thử

$$z_k^{e.q,t} = \frac{1}{2N} \left[\sin \frac{2\pi k}{2N} (|F_{2N-1}^{q,t}| - |F_1^{q,t}|) + i \cos \frac{2\pi k}{2N} (|F_1^{q,t}| + |F_{2N-1}^{q,t}|) \right], \quad k = \overline{0, 2N-1}.$$

Như vậy các điểm của $G_{q,t}^e$ nằm trên elip có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a = (|F_1^{q,t}| - |F_{2N-1}^{q,t}|)/2N$, $b = (|F_1^{q,t}| + |F_{2N-1}^{q,t}|)/2N$. Từ đây suy ra các trục của elip chính của $G_{q,t}$ là trục tung và trục hoành. Do đó ta có điều phải chứng minh. ■

Bất biến co giãn

Bán kính của đường tròn điều hoà thứ nhất [11] dựa trên elip chính được cho bởi:

$$K_{cg} = \sqrt{|F_1|^2 + |F_{2N-1}|^2}. \quad (9)$$

Do đó, có thể thực hiện phép bất biến co giãn bằng cách chia các thành phần của $F^{q,t} = \{0, F_1 K_q, F_2 K_q, \dots, F_{2N-1} K_q\}$ cho K_{cg} . Tập mô tả Fourier bất biến co giãn (và quay, tịnh tiến) là

$$F^{cg.q,t} = \left\{ 0, \frac{F_1 K_q}{K_{cg}}, \frac{F_2 K_q}{K_{cg}}, \dots, \frac{F_{2N-1} K_q}{K_{cg}} \right\}. \quad (10)$$

Gọi $z^{cg.q,t} = ft^{-1}(F^{cg.q,t})$ và $G_{cg.q,t}$ là tuyến tương ứng. Hình 3d) minh hoạ tính bất biến co giãn này.

Bất biến về số thành phần mô tả hình dạng

Ta có thể nói tập $F^{cg.q,t}$ xác định theo công thức (10) mô tả chính xác hình dạng tuyến G với các tính chất bất biến về tịnh tiến, quay và co giãn. Số phần tử của $F^{cg.q,t}$ phụ thuộc vào N . Ta còn có thể làm bất biến cả số phần tử dùng để mô tả các tuyến mở của từng phần hình dạng.

Chú ý rằng, trong phép biến đổi Fourier, các hệ số có ý nghĩa nhất được tập trung phần đầu và phần cuối của dãy hệ số Fourier. Ta giữ lại M thành phần có ý nghĩa nhất từ tập $F^{cg.q,t}$

$$F^b = \left\{ 0, \frac{F_1 K_q}{K_{cg}}, \dots, \frac{F_M K_q}{K_{cg}}, 0, \dots, 0, \frac{F_{2N-M} K_q}{K_{cg}}, \dots, \frac{F_{2N-1} K_q}{K_{cg}} \right\}. \quad (11)$$

Gọi $z^b = \{z_k^b, k = \overline{0, 2N-1}\} = ft^{-1}(F^b)$ và G_b là tuyến tương ứng. Hình 4 minh hoạ G_b với một số giá trị của M .

Chú ý rằng, $Real(\lambda) = 0 \forall \lambda \in F^b$ (theo Tính chất 1), nên ta sử dụng tập các số thực H sau đây để làm các đặc trưng cho tuyến G .

$$H = \left\{ Imag \left(\frac{F_1 K_q}{K_{cg}} \right), \dots, Imag \left(\frac{F_M K_q}{K_{cg}} \right), Imag \left(\frac{F_{2N-M} K_q}{K_{cg}} \right), \dots, Imag \left(\frac{F_{2N-1} K_q}{K_{cg}} \right) \right\} \quad (12)$$

Ta gọi H là tập Fourier từng phần cho tuyến mở T .

Nhận xét. Số phần tử của H là $2M$ phần tử, không phụ thuộc vào N .

Sai số mô tả

Có thể thấy F^b chỉ mô tả gần đúng hình dạng của tuyến $G_{cg.q,t}$, M càng lớn thì mô tả càng chính xác. Ta có thể tính được sai số của phép mô tả ứng với mỗi M thông qua việc

kiểm tra sự sai khác giữa G_b với $G_{cg.q.t}$. Các đại lượng sau có thể sử dụng để đánh giá sai số của phép mô tả (được gọi là sai số mô tả)

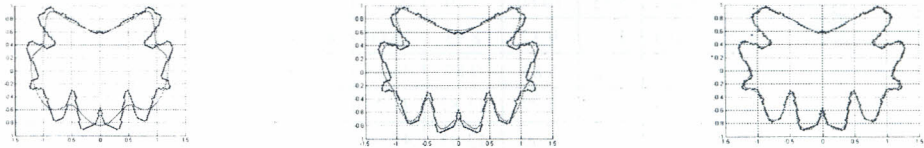
$$\text{Sai số trung bình: } E_{tb} = \frac{1}{2N} \sum_{k=0}^{2N-1} \|z_k^b - z_k^{cg.q.t}\|. \tag{13}$$

$$\text{Sai số cực đại: } E_{\max} = \max\{\|z_k^b - z_k^{cg.q.t}\|, k = \overline{0, 2N-1}\}. \tag{14}$$

$$\text{Sai số Hausdorff: } E_{Hausdorff} = \max\{\min\{\|p - q\|, q \in C(G_{cg.q.t}), p \in C(G_b)\}\}. \tag{15}$$

Ở đây, chuẩn sử dụng là chuẩn Euclide, $C(G)$ là đường cong vạch nên bởi tuyến G .

Đại lượng sai số mô tả này cho phép ta xác định được số hệ số cần thiết để đặc tả một phần hình dạng và do đó là một yếu tố được sử dụng trong nhận dạng. Nói chung, M càng lớn thì sai số mô tả càng bé. Việc mô tả các tuyến có hình dạng phức tạp thì đòi hỏi giá trị M cao hơn so với tuyến có hình dạng đơn giản (chẳng hạn, tuyến nằm trên đường tròn thì chỉ cần $M = 2$ là đủ). Do đó, M cũng chính là một đặc trưng biểu thị mức độ phức tạp của tuyến cần mô tả. Thực nghiệm cho thấy, đối với các hình dạng thông thường, $M = 15 \div 20$ là đủ, và $M = 55 \div 65$ là đủ để tập Fourier mô tả được hầu hết các phần của hình dạng thường gặp trong thực tế (xem thêm các Bảng 1, 2).



$M=7, E_{tb}=0.09797, E_{\max}=0.269126$ $M=10, E_{tb}=0.05344, E_{\max}=0.15186$ $M=20, E_{tb}=0.016497, E_{\max}=0.05369$

Hình 4. Sai số mô tả với một số giá trị của M



$M=20, E_{tb}=0.0397621, E_{\max}=0.688038$ $M=50, E_{tb}=0.01988, E_{\max}=0.30625$

Hình 5. Áp dụng phép biến đổi bất biến Fourier thông thường lên tuyến mở

Sai số của mô tả tuyến mở qua phép biến đổi Fourier truyền thống: Nếu thực hiện trực tiếp phép biến đổi Fourier lên tuyến mở, sai số mô tả lớn hơn hẳn và có sự bất ổn định trong việc mô tả ở 2 đầu mút (Hình 5).

3. MỘT SỐ THỬ NGHIỆM

Trong phần này chúng tôi tiến hành các thử nghiệm về việc chọn số M cho một số hình dạng thường gặp theo phương pháp đề xuất và tiến hành so sánh với các phương pháp khác.

Thử nghiệm 1




Trong thử nghiệm thứ nhất, chúng tôi chọn 3 ảnh đối tượng từ tập ảnh MPEG-7 gồm: ảnh lạc đà, máy bay và bàn tay. Đối với các ảnh này tiến hành lấy ngẫu nhiên các tuyến

mở nằm trên đường biên bao ngoài hình dạng của chúng (các mức đưa ra để thử tuyến mở là lấy từ 20%, 30%, 50%, 75%, 90% và 100% của tuyến đóng thể hiện đường bao của hình dạng). Điểm khởi đầu cho việc lấy tuyến mở được lấy ngẫu nhiên trên đường bao, với mỗi mức độ dài của tuyến mở đối với một hình dạng, chúng tôi thực hiện lấy các đặc tả Fourier theo 3 cách: phương pháp đề xuất, phương pháp truyền thống, phương pháp quay ngược. Các số liệu được lấy trung bình trên 30 lần chạy. Ngoài ra, một tập mẫu khác được đưa vào thử nghiệm là các chữ viết tay gồm các ký tự

$\sqrt{\Sigma} \int \alpha \beta \gamma \delta \epsilon \zeta \eta \theta \iota \kappa \lambda \mu \nu \xi \eta \theta \epsilon \gamma$

trong đó các mẫu được lấy theo đường rê bút. Bảng 1 sau là các kết quả thử nghiệm.

Bảng 1. So sánh về số hệ số mô tả giữa các phương pháp mô tả hình dạng từng phần

Đối tượng	Số điểm trên tuyến	Số hệ số $ F_k > 0.1$			Số hệ số $ F_k > 0.01$			Số hệ số $ F_k < 0.01$		
		PP đề xuất	PP truyền thống	PP quay ngược	PP đề xuất	PP truyền thống	PP quay ngược	PP đề xuất	PP truyền thống	PP quay ngược
 (628 điểm) (L=628)	126 (20%L)	5.03	10.13	7.07	20.20	118.50	24.60	229.80	7.50	225.40
	189 (30%L)	5.43	10.60	7.20	23.47	142.20	29.40	354.53	47.80	348.60
	315 (50%L)	4.33	9.37	8.93	26.00	89.37	37.73	604.00	226.63	592.27
	471 (75%L)	5.90	5.83	9.87	34.63	43.30	47.13	907.37	428.70	894.87
	565 (90%L)	7.83	4.77	11.87	41.77	27.97	56.27	1088.23	538.03	1073.73
	628 (100%L)	8.80	4.00	13.93	47.90	28.00	63.33	1156.23	575.07	1140.80
 (528 điểm) (L=528)	105 (20%L)	5.07	9.37	6.60	20.43	100.80	25.40	189.57	5.20	184.60
	159 (30%L)	5.60	9.43	7.33	23.50	130.50	30.73	294.50	29.50	287.27
	265 (50%L)	5.17	7.73	9.33	25.67	91.60	34.87	504.33	174.40	495.13
	397 (75%L)	5.17	5.90	11.07	27.20	43.33	46.20	766.80	354.67	747.80
	475 (90%L)	7.67	5.33	13.07	38.63	30.57	54.80	911.37	445.43	895.20
	528 (100%L)	10.40	5.00	14.27	47.50	24.77	62.07	992.70	496.33	978.13
 (925 điểm) (L=925)	185 (20%L)	6.93	8.30	8.73	25.07	108.93	28.00	344.93	77.07	342.00
	277 (30%L)	7.23	11.03	8.80	25.60	145.03	31.20	528.40	132.97	522.80
	463 (50%L)	6.93	9.40	10.80	27.70	102.23	36.53	898.30	361.77	889.47
	693 (75%L)	7.47	7.97	13.80	33.80	61.10	48.13	1352.20	632.90	1337.87
	833 (90%L)	11.90	8.17	18.80	46.37	35.77	56.93	1619.63	798.23	1609.07
	925 (100%L)	13.00	9.97	21.13	53.50	30.17	63.73	1752.50	873.83	1742.27
Viết tay ($\sqrt{\Sigma}$)	100%L	6.64	9.93	10.14	23.43	106.00	45.64	202.43	7.93	180.21

Nhận xét

- Phép biến đổi Fourier truyền thống áp dụng không hiệu quả cho các tuyến mở (phần lớn các hệ số có modul lớn hơn 0,01 khi mô tả tuyến mở được lấy từ 20-75% của tuyến đóng).

- Phương pháp đề xuất tỏ ra rất hiệu quả trong việc mô tả các tuyến mở lấy từ 20-75% của tuyến đóng.

- Số hệ số Fourier có modul lớn hơn 0.01 của phương pháp đề xuất luôn nhỏ hơn hẳn so với phương pháp quay ngược (ít hơn cỡ khoảng 1,2-1,4 lần). Chú ý rằng, giả sử lấy các trích chọn từ các hệ số Fourier có modul lớn hơn 0,01 thì theo phương pháp đề xuất ta chỉ phải lấy phần ảo (do phần thực bằng 0) trong khi các phương pháp còn lại đều phải lấy cả

phần thực và phần ảo do đó số đặc trưng trích chọn của phương pháp đề xuất cũng ít hơn hẳn (chẳng hạn, khi đó so với phương pháp quay ngược, số đặc trưng trích chọn ít hơn từ 2,4-2,6 lần).

- Cụ thể, chẳng hạn xét mô tả trên một tuyến mở lấy bởi 30% của tuyến đóng nhận từ biên của ảnh lạc đà, lấy các đặc trưng trích chọn từ các hệ số có modul lớn hơn 0,01:

+ Phương pháp đề xuất: Số hệ số Fourier có modul lớn hơn 0,01 là 23, số trích chọn là 23.

+ Phương pháp truyền thống: Số hệ số Fourier có modul lớn hơn 0,01 là 142, số trích chọn là 284.

+ Phương pháp quay ngược: Số hệ số Fourier có modul lớn hơn 0,01 là 29, số trích chọn là 58.

- Xét trên tập lấy mẫu chữ viết tay theo đường rê bút: Số đặc trưng trích chọn (từ các hệ số Fourier có modul lớn hơn 0,01) theo phương pháp quay ngược gấp đến gần 4 lần (trung bình dùng cỡ 91 đặc trưng) và phương pháp Fourier truyền thống (trung bình dùng đến 212 đặc trưng) gấp đến 9 lần so với phương pháp đề xuất (trung bình dùng khoảng $23 \div 24$ đặc trưng).

Thử nghiệm 2

Trong thử nghiệm thứ hai, chúng tôi chọn một số hình dạng từ tập MPEG-7 và phân thành các nhóm: máy bay, động vật, đồ vật và bổ sung thêm một nhóm ảnh ký tự in kiểu Time New Roman.



Thực hiện lấy đặc tả Fourier theo từng tuyến mở của từng hình dạng trong nhóm, điểm khởi đầu tuyến mở lấy ngẫu nhiên, trung bình trên 30 lần chạy trên mỗi đối tượng, các số liệu được lấy trung bình cho tất cả các đối tượng trong nhóm, các kết quả được cho trong Bảng 2.

Bảng 2. Mô tả Fourier từng phần lên một số lớp hình dạng (theo phương pháp đề xuất)

Nhóm	Số hệ số $ F_k > 0.1$			Số hệ số $ F_k > 0.01$			Số hệ số $ F_k < 0.01$		
	30%	50%	75%	30%	50%	75%	30%	50%	75%
Máy bay	5.56	5.58	6.18	23.62	28.20	37.42	441.06	712.64	1122.50
Động vật	5.47	5.49	7.00	23.15	30.51	39.67	415.51	670.87	974.98
Đồ vật	4.36	5.74	6.98	18.84	29.14	35.46	391.68	647.94	984.02
Ký tự	4.55	6.22	7.75	18.25	22.89	28.87	431.85	720.49	974.76
Trung bình	5.06	5.88	7.17	21.04	27.81	35.54	420.10	688.11	1014.25

Nhận xét: Đối với các hình dạng thông thường

- Số hệ số Fourier có modul lớn hơn 0,1 chỉ khoảng $4 \div 6$.
- Theo phương pháp đề xuất, khoảng 20-40 hệ số Fourier được giữ lại là đủ để mô tả hầu

hết các trường hợp tuyến mở thông thường (trong [4] đã chỉ ra là 60 hệ số Fourier được giữ lại là đủ để mô tả hầu hết các tuyến đóng theo phương pháp truyền thống).

Ngoài ra, tùy theo ứng dụng xử lý hay nhận dạng nhóm đối tượng cụ thể, có thể chọn được số các phần tử của tập Fourier đủ để mô tả được mọi đoạn cong nằm trên hình dạng bằng cách thiết lập thực nghiệm theo như cách thức đã trình bày ở trên.

4. KẾT LUẬN

Bài báo đã đề xuất một phương pháp mô tả hình dạng từng phần sử dụng phép biến đổi Fourier. Phương pháp đề xuất cho phép xây dựng được tập Fourier mô tả từng phần hình dạng có đầy đủ các tính chất bất biến đối với phép tịnh tiến, quay và co giãn cũng như tối thiểu hóa được số các đặc tả cần thiết giữ lại trong tập để mô tả chính xác hình dạng. Các thử nghiệm được tiến hành cho thấy hiệu quả của phương pháp đề xuất so với các phương pháp truyền thống. Việc xây dựng thành công các đặc tả cho từng phần của hình dạng là cơ sở để phát triển các giải thuật giải quyết các bài toán xử lý và nhận dạng ảnh đối tượng trong các điều kiện xấu (che khuất, chồng nhau, dính nhau...). Đó cũng chính là nội dung nghiên cứu tiếp theo mà các tác giả hiện đang thực hiện.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] C. C. Chang, S. M. Hwang, D. J. Buehrer, A shape recognition scheme based on relative distances of feature points from the centroid, *Pattern Recognition* **24** (1991) 1053–1063.
- [2] C. T. Zahn, R. Z. Roskies, Fourier descriptors for plane closed curves, *IEEE Trans. Comput.* **C-21** (3) (1972) 269–281.
- [3] D. S. Zhang, G. Lu, Review of shape representation and description techniques, *Pattern Recognition* **37** (2004) 1–19.
- [4] D. S. Zhang, G. Lu, A comparative study of Fourier descriptors for shape representation and retrieval, *Proceedings of the Fifth Asian Conference on Computer Vision (ACCV02)*, Melbourne, Australia, January 22–25, 2002 (646–651).
- [5] Eli Sabera, Yaowu Xu, A. Murat Tekalp, Partial shape recognition by sub-matrix matching for partial matching guided image labeling, *Pattern Recognition* **38** (2005) 1560–1573.
- [6] C. H. Gene, C. C. Chuang, Jay Kuo, Wavelet descriptor of planar curves: theory and applications, *IEEE Transaction on Image Processing* **5** (1) (January 1996).
- [7] J. W. Gorman, O. R. Mitchell, F. P. Kuhl, Partial shape recognition using dynamic programming, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* **10** (2) (Mar 1988) 257–266.
- [8] H. Liu and M. Srinath, Partial shape classification using contour matching in distance transforms, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence* **12** (2) (Feb. 1990) 1072–1079.
- [9] M. Husain, E. Saber, V. Misic, S. P. Joralemon, Dynamic object tracking by partial shape matching for video surveillance applications, *IEEE International Conference on Image Processing*, Atlanta Marriott Marquis, Atlanta, GA, USA, Oct. 2006 (2405–2408).
- [10] Krzysztof Kocjan, Partial shape matching using convex hull and Fourier descriptors, *Annales UMCS Informatica AI* **3** (2005) 35–43.

- [11] FP. Kuhl, CR. Giardina, Elliptic Fourier features of a closed contour, *Comp Graphics Image Processing* **18** (1982) 236–258.
- [12] Nguyễn Công Định, Nguyễn Thanh Hải, Về xử lí ảnh và nhận dạng ảnh đối tượng trên cơ sở wavelet kết hợp mạng nơron nhân tạo, “Thông báo khoa học, Hội nghị toàn quốc lần thứ V về tự động hóa (VICA5)”, Hà Nội, 24-26/10/2002 (66–71).
- [13] Nguyễn Đức Luyện, Nguyễn Công Định, Nguyễn Thanh Hải, Nghiên cứu xây dựng Thư viện chuyên dụng xử lí ảnh và nhận dạng ảnh đối tượng, *Kỷ yếu Hội thảo Quốc gia lần thứ nhất về Nghiên cứu phát triển và ứng dụng Công nghệ thông tin và truyền thông (ICT.rda)*, Học viện KTQS, Hà Nội, 2/2003 (242–251).
- [14] Phạm Thế Long, Nguyễn Thanh Hải, Kết hợp mạng nơron và phép biến đổi Fourier trong một ứng dụng nhận dạng ảnh, Hội thảo Tối ưu và tính toán khoa học - chương trình trọng điểm “Một số vấn đề chọn lọc của tối ưu và tính toán khoa học”, Viện Toán học Việt nam, Hà Nội, 7/2003.
- [15] R. Chellappa, R. Bagdazian, Fourier coding of image boundaries, *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* **6** (1) (1984) 102–105.

Nhận bài ngày 15 - 6 - 2007

Nhận lại sau sửa ngày 16 - 8 - 2007