Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. 18, S. 2 (2002), 135–140

ỔN ĐỊNH TUYỆT ĐỐI MẠNG NƠRON MỜ

LÊ HÙNG LÂN

Abstract. The present paper develops the model of Hopfield neural networks with the concept of extended uncertain fuzzy neural networks. The method for evaluating robust absolute stability of those systems is derived based on theory of passivity. The main advantages of the method are: the high generalization, included many various classes of neural network, the graphic interpretation and explicit expression of the criteria...

Tóm tắt. Bài báo đưa ra khái niệm mạng nơron mờ bất định mở rộng trên cơ sở phát triển mô hình mạng nơron Hopfield. Với những hệ thống này phương pháp đánh giá ổn định phi tuyến bền vững được xây dựng dựa trên lý thuyết về tính thụ động. Các ưu điểm chính của phương pháp đề ra là tính tổng quát cao, có thể ứng dụng cho nhiều lớp mạng nơron khác nhau có thể hiện đồ thị trực quan và có biểu diễn tường minh các tiêu chuẩn.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong thời gian gần đây các mạng nơron nhân tạo trở thành đối tượng nghiên cứu hấp dẫn, thu hút được sự quan tâm của đông đảo các nhà khoa học. Trong số các mạng nơron thì mạng Hopfield [2, 5] là thông dụng nhất, cấu trúc của nó bao gồm mạng nơron một tầng với các liên hệ ngược phi tuyến tổng quát và tuyến tính giữa các nơron. Mô hình mạng Hopfield được biểu diễn bằng hệ phương trình sau:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= -c_i x_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij} u_j + I_i, \quad i = 1, \dots, n, \\ u_j &= \varphi_j(x_j), \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned} \tag{1}$$

Trong đó: n - số nơron trong mạng; x_j - biến trạng thái của nơron thứ j; u_j - tín hiệu ra của nơron thứ j; c_i - hệ số liên hệ ngược tuyến tính, $c_i > 0$, $i = 1, \dots, n$; $\varphi_j(x_j)$, $j = \overline{1, n}$ - hàm phi tuyến thể hiện liên hệ giữa trạng thái x_j của mạng nơron thứ j với đầu ra u_j của nó; $A = (a_{ij})$ - ma trận vuông bậc n thể hiện liên hệ giữa các nơron; I_i - tín hiệu ngoài, $I_i = \text{const}$; $i = 1, \dots, n$.

Đối với các hàm $\varphi_j(x_j)$, $j = 1, \dots, n$, thông thường giả thiết rằng chúng là các hàm liên tục đơn trị thỏa mãn điều kiện:

$$\varphi_j(0) = 0 \ \text{ và } \ x_j \varphi_j(x_j) > 0; \text{ với } x_j \neq 0, \ j = \overline{1, n}. \tag{2}$$

Mạng nơron Hopfield được sử dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực ứng dụng, trong đó có bài toán điều khiển. Để giải bài toán điều khiển nói chung và các bài toán tối ưu nói riêng, đòi hỏi hệ (1) có một trạng thái cân bằng duy nhất, tương ứng với nghiệm bài toán tối ưu, và trạng thái này là ổn định tiệm cận trong toàn cục. Khi đó có thể đảm bảo rằng nghiệm hệ (1) sẽ tiệm cận về nghiệm bài toán tối ưu với các điều ban đầu bất kỳ. Trong thực tế xuất hiện nhiều trường hợp khi các hàm $\varphi_j(x_j)$, $j = 1, \dots, n$, không được biết chính xác mà chỉ biết chúng thuộc vào một lớp nào đó. Ổn định của mạng nơron khi đó liên quan gần gũi đến khái niệm quen thuộc về ổn định tuyệt đối hệ thống điều khiển.

Trong bài báo này ổn định tuyệt đối được đề ra với lớp mạng nơron Hopfield tổng quát hơn: thứ nhất, mối liên hệ tuyến tính là một khâu động học tuyến tính tổng quát (không chỉ là khâu quán tính như (1)): thứ hai, liên hệ ngược phi tuyến là một khâu động học mờ dạng:

If y is X_i and y is Y_j then φ is Z_k . (3)

Thực tế đã chứng minh được rằng một lớp khá rộng rãi các khâu động học mờ (3) như vậy biểu diễn một ánh xạ phi tuyến có đặc tính thỏa mãn giới hạn:

$$\begin{aligned} &\alpha.y^2 \leq \varphi(y).y \leq \beta.y^2, \quad \varphi(0) = 0, \\ &y := y + \dot{y}. \end{aligned} \tag{4}$$

Mô hình hệ thống mạng nơron mờ mở rộng như vậy thể hiện qua các phương trình sau;

$$\begin{aligned} &x_i = \phi_i\, x_i + b_i + u_i\,, \\ &y_i = c_i'\, x_i\,, \\ &u_i = I_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, \varphi_j(y_j), \end{aligned} \tag{5}$$

với $i = \overline{1, n}$.

Hàm $x_i(t)$ là vectơ cỡ n_i, còn $u_i(t)$ và $y_i(t)$ là các hàm vô hướng.

Hàm phi tuyến $\varphi_j(y_j)$ thể hiện bản thân khâu động học mờ với giả thuyết:

$$\begin{aligned} &\alpha_j\, y_j \leq \varphi_j(y_j)y_j \leq \beta_j\, y_j^2\,, \\ &\varphi_i(0) = 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Nếu kí hiệu hàm truyền của hệ con tuyến tính thứ i là:

$$G_i(s) = \frac{Y_i(s)}{U_i(s)} = c_i'(sI - \varphi_i)^{-1}\, b_i \tag{7}$$

ta có sơ đồ cấu trúc mạng nơron mở rộng trên hình 1b. Để so sánh, trên hình 1a biểu diễn sơ đồ mạng nơron Hopfield (1) tương ứng.

$$\sum_{j\neq i} a_{ij}\varphi_j(x_j) \qquad\qquad \sum_{j\neq i} a_{ij}\varphi_j(y_j)$$

Hình 1a. Mạng nơron Hopfield

Hình 1b. Mạng nơron mờ mở rộng

2. ỔN ĐỊNH TUYỆT ĐỐI MẠNG NƠRON MỜ

Kí hiệu: $\widetilde{G}_i(s) = (1 + s)G_i(s)$,

$D(p, q)$ - đường tròn có tâm tại $(p^{-1} + q^{-1})/2$ và bán kính $(q^{-1} - p^{-1})/2$.

Định lý. *Mạng nơron mờ mở rộng* (3), (5) *là ổn định tuyệt đối nếu thỏa mãn các điều kiện sau:*

1. *Với các liên hệ tuyến tính:*

a. nếu $\widetilde{G}_i(s)$ *có các cực âm thỏa mãn một trong các điều kiện sau:*

+ *Đồ thị Nyquist $\widetilde{G}_i(j\omega)$ không bao hoặc cắt đường tròn $D(p_i, q_i)$, trong đó $0 < p_i.q_i$, $p_i < q_i$;*
+ *Đồ thị Nyquist $\widetilde{G}_i(j\omega)$ nằm bên trong đường tròn $D(p_i, q_i)$, trong đó $p_i < 0 < q_i$;*
+ *Đồ thị Nuquist $\widetilde{G}_i(j\omega)$ nằm bên trong nửa mặt phẳng $\mathrm{Re}\, s \geq -\dfrac{1}{q_i}$, trong đó $0 = p_i < q_i$;*
+ *Đồ thị Nuquist $\widetilde{G}_i(j\omega)$ nằm bên trong nửa mặt phẳng $\mathrm{Re}\, s \leq \dfrac{1}{p_i}$, trong đó $p_i < q_i = 0$.*

b. Nếu $\widetilde{G}_i(s)$ có m cực dương: đồ thị Nyquist $\widetilde{G}_i(j\omega)$ bao đường tròn $D(p_i, q_i)$ m lần theo ngược chiều kim đồng hồ, trong đó $0 < p_i < q_i$.

2. *Với các liên hệ mờ phi tuyến:*

Ma trận khoảng $L = \{l_{ij}\}_{i,j=1}^{n}$ là xác định âm với mọi t_i, trong đó

$$l_{ij} = t_j\Big(a_{ij} + t_i \sum_{k=1}^{n} \frac{a_{ki}a_{kj}}{q_k - p_k}\Big), \tag{8}$$

$$\begin{aligned} &\alpha_i + \frac{p_i}{a_{ii}} \leq t_i \leq \beta_i + \frac{p_j}{a_{ii}}\,, \ \ i = j, \\ &\alpha_i \leq t_i \leq \beta_i\,,\ \alpha_j \leq t_j \leq \beta_j\,, \ \ i \neq j. \end{aligned} \tag{9}$$

Định lý trên có tính tổng quát cao nhưng khó áp dụng trong thực tế do cần phải giải quyết bài toán xác định tính xác định âm của một ma trận có các phần tử thay đổi trong khoảng cho trước (tính xác định âm bền vững). Tuy nhiên trong một số trường hợp riêng, có thể rút ra các kết luận cụ thể sau:

Tiêu chuẩn 1. Ổn định tuyệt đối mạng nơron mờ suy biến:

Mạng nơron mờ (3), (5) suy biến với $a_{ij} = 0$, $i \neq j$ là ổn định tuyệt đối nếu các mạng tuyến tính thỏa mãn điều kiện 1 của định lý và các mạch phi tuyến thỏa mãn bất đẳng thức sau:

$$0 \leq \alpha_i + \frac{p_i}{a_{ii}} \leq \beta_i + \frac{p_i}{a_{ii}} \leq q_i - p_i\,, \ \ i = \overline{1, n}. \tag{10}$$

Tiêu chuẩn 2. Ổn định tuyệt đối mạng nơron Hopfield mờ:

Mạng nơron Hopfiled mờ (1), (2), (3) là ổn định tuyệt đối nếu ma trận $A = \{a_{ij}\}$ là xác định âm.

Tiêu chuẩn 3. Điều kiện đủ ổn định tuyệt đối mạng nơron mờ mở rộng

Mạng nơron mờ mở rộng (3)–(5) là ổn định tuyệt đối nếu các mạch tuyến tính thỏa mãn điều kiện 1 trong định lý và các mạch phi tuyến mờ thỏa mãn điều kiện ma trận $L^* = \{l^*_{ij}\}$ xác định âm, trong đó:

$$\begin{aligned} l^*_{ii} &= \max\Big\{\alpha_i\Big(a_{ii} + \alpha_i \sum_{k=1}^{n} \frac{a_{ki}^2}{q_k - p_k}\Big), \beta_i\Big(a_{ii} + \beta_i \sum_{k=1}^{n} \frac{a_{ki}^2}{q_k - p_k}\Big)\Big\}, \\ l^*_{ij} &= \max\Big\{\alpha_j\Big(a_{ii} + \alpha_i \sum_{k=1}^{n} \frac{a_{ki}a_{kj}}{q_k - p_k}\Big), \alpha_j\Big(a_{ii} + \beta_i \sum_{k=1}^{n} \frac{a_{ki}a_{kj}}{q_k - p_k}\Big), \\ &\qquad \beta_j\Big(a_{ij} + \alpha_i \sum_{k=1}^{n} \frac{a_{ki}a_{kj}}{q_k - p_k}\Big), \beta_j\Big(a_{ij} + \beta_i \sum_{k=1}^{n} \frac{a_{ki}a_{kj}}{q_k - p_k}\Big)\Big\}, \\ &i \neq j. \end{aligned} \tag{11}$$

Tiếp theo ta mỡ rộng thêm bài toán với khái niệm mạng nơron mờ mở rộng bất định, trong đó ở các mạch tuyến tính, tham số các mô hình hàm truyền $G_i(s)$ không biết được chính xác, chúng có thể thay đổi trong khoảng xác định cho trước.

Kí hiệu $G_i(s, q^i)$, $q_i \in Q^i \subset R^{ni}$, $i = 1, \ldots, n$ là các hàm truyền bất định như vậy, trong đó q^i là vectơ các tham số bất định, Q^i - hộp. Khi đó theo lý thuyết ổn định bền vững [6] ta có thể xây dựng các dòng miền giá trị $F_i(\omega) = \widetilde{G}(j\omega, Q^i)$, $\forall \omega \in R$. Các kết quả về ổn định tuyệt đối mạng nơron đề ra trên đây dễ dàng được triển khai thành ổn định tuyệt đối mạng nơron bền vững của lớp mạng nơron bất định như vậy.

Tiêu chuẩn 4. Ổn định tuyệt đối mạng nơron mờ bất định:

Mạng nơron bất định là ổn định tuyệt đối bền vững nếu trong các định lý và tiêu chuẩn đề ra nói trên các đồ thị Nyquist $\widetilde{G}(j\omega)$ *được thay thế bằng các dòng miền giá trị* $F_i(\omega)$.

3. KẾT LUẬN

Trong bài báo đã phát triển mô hình lớp mạng nơron Hopfield với các khái niệm về lớp mạng nơron mờ mở rộng và mạng nơron mở rộng bất định, cùng các khái niệm về ổn định tuyệt đối và ổn định tuyệt đối bền vững tương ứng. Trên cơ sở lý thuyết tính thụ động, một phương pháp đánh giá ổn định các lớp mạng như vậy đã được đề ra. Ưu điểm của phương pháp đề ra được thể hiện rõ nét ở nhiều mặt như tính tổng quát cao, chứa đựng nhiều lớp mạng nơron thông dụng và có thể hiện đồ họa tiện lợi...

PHỤ LỤC

Chứng minh định lý:

Để đưa ra kết luận về tính ổn định của hệ thống có thể dựa trên lý thuyết về tính thụ động [1, 4]. Theo đó, để hệ thống kín có liên hệ ngược âm là ổn định thì hệ thống con ở mạch thẳng và mạch phản hồi phải có tính thụ động.

Trước tiên ta đưa sơ đồ cấu trúc hệ thống trên hình 1b về sơ đồ cấu trúc tương đương trên hình 2.

Hình 2. Sơ đồ cấu trúc tương đương hệ thống

Dễ dàng chứng minh được mạch tuyến tính thỏa mãn tính thụ động [1]. Còn lại, cần tìm điều kiện để mạch phản hồi cũng thỏa mãn tính chất đó, nói cách khác, cần đảm bảo điều kiện sau:

$$\sum_{i=1}^{n} \widetilde{u}_i \widetilde{y}_i > 0. \tag{12}$$

Theo sơ đồ cấu trúc ta có:

$$\widetilde{u}_i = \sum_{j\neq i} -a_{ij}\varphi_i - a_{ii}\varphi_i - p_i y_i = \sum_{j=1}^{n} -a_{ij}\varphi_j - p_i y_i\,,$$

$$\widetilde{y}_i = y_i - \frac{1}{q_i - p_i}\widetilde{u}_i\,.$$

Xét tổng:

$$\begin{aligned}
Q &= \sum_{i=1}^{n} \widetilde{u}_i.\widetilde{y}_i = \sum_i \Big\{ \Big(\sum_j -a_{ij}\varphi_j - p_i y_i \Big) \Big[y_i - \frac{1}{q_i - p_i} \Big(\sum_j -a_{ij}\varphi_j - p_i y_i \Big) \Big] \Big\} \\
&= \sum_i \Big\{ y_i \sum_j -a_{ij}\varphi_j - \frac{1}{q_i - p_i} \Big(\sum_j -a_{ij}\varphi_j \Big)^2 \\
&\qquad + \frac{p_i y_i}{q_i - p_i} \sum_j -a_{ij}\varphi_j - p_i y_i^2 + \frac{p_i y_i}{q_i - p_i} \Big(\sum_j -a_{ij}\varphi_j - \frac{p_i^2 y_i^2}{q_i - p_i} \Big\} \\
&= \sum_i \Big\{ -p_i \Big(1 + \frac{p_i}{q_i - p_i} \Big) y_i^2 + \Big(1 + \frac{2p_i}{q_i - p_i} \Big) y_i \sum_j -a_{ij}\varphi_j - \frac{1}{q_i - p_i} \Big(\sum_j -a_{ij}\varphi_j \Big)^2 \Big\}.
\end{aligned}$$

Đặt: $a_{ii}\widetilde{\varphi}_i = a_{ii}\varphi_i = p_i y_i\,,\ \ a_{ij}\widetilde{\varphi}_j = a_{ij}\varphi_j\,,\ \ i \neq j$. Khi đó:

$$\begin{aligned}
Q &= \sum_{i=1}^{n} \Big[\frac{-p_i^2}{q_i - p_i} y_i^2 + \frac{2q_i p_i}{q_i - p_i} \sum_j -a_{ij}\varphi_j - \frac{1}{q_i - p_i} \Big(\sum_j -a_{ij}\varphi_j \Big)^2 \Big] + \sum_{i=1}^{n} \Big(-p_i y_i^2 + y_i \sum_j -a_{ij}\varphi_j \Big) \\
&= -\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{q_i - p_i} \Big(\sum_j -a_{ij}\widetilde{\varphi}_j \Big)^2 - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} y_i a_{ij} \widetilde{\varphi}_j\,.
\end{aligned}$$

Biến đổi từng thành phần của tổng trên:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_i \widetilde{\varphi}_j = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \frac{\widetilde{\varphi}_j}{y_j} y_i y_j\,,$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{q_i - p_i} \Big(\sum_j -a_{ij}\widetilde{\varphi}_j \Big)^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} y_i y_j \frac{\widetilde{\varphi}_i}{y_i} \frac{\widetilde{\varphi}_j}{y_j} \sum_{k=1}^{n} \frac{a_{ki} a_{kj}}{q_k - p_k}\,.$$

Như vậy cuối cùng

$$Q = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} t_j \Big(a_{ij} + t_i \sum_{k=1}^{n} \frac{a_{ki} a_{kj}}{q_k - p_k} \Big) y_i y_j\,,$$

trong đó: $t_j = \dfrac{\widetilde{\varphi}_j}{y_j}\,,\ \ j = 1, \dots, n.$

Chú ý rằng t_j là các biến thực thay đổi trong khoảng xác định với các giá trị biên khác nhau tùy ý theo các giá trị của i, j. Do $Q = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} l_{ij} y_i y_j$ nên để $Q > 0$, $\forall y_i, y_j$ thì ma trận L phải là xác định âm, đó là điều phải chứng minh.

Chứng minh Tiêu chuẩn 1:

Khi $a_{ij} = 0,\ i \neq j$ (các nơron độc lập với nhau) thì theo (8)

$$l_{ii} = t_i\Big(a_{ii} + t_i\frac{a_{ii}^2}{q_i - p_i}\Big). \tag{13}$$

Để ý rằng $\dfrac{a_{ij}^2}{q_i - p_i} \geq 0$ nên để $l_{ij} \leq 0$ với $\forall t_i$ thì điều kiện (10) cần thỏa mãn.

Chứng minh tiêu chuẩn 2:

Lúc này, một mặt ở các mạch tuyến tính $G_i(s) = \dfrac{1}{s+c}$ nên $p = 0$, $q = \infty$, mặt khác ở các mạch phản hồi mờ phi tuyến có tính chất $0 < \alpha_i < t_i < \beta_i$ nên để ma trận L, với

$$l_{ij} = t_j\, a_{ij} \tag{14}$$

là xác định âm thì chỉ cần ma trận $A = \{a_{ij}\}$ xác định âm là đủ.

Kết quả này tương đương với kết quả nghiên cứu trong [3].

Chứng minh Tiêu chuẩn 3:

Với các kí hiệu trên ta luôn có $l_{ij} \leq 1_{ij}^*$ với mọi t_j, $j = 1, \dots, n$, trong giới hạn cho trước nên điều kiện ma trận L^* xác định âm là đủ để ma trận L xác định âm.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Calcev G., Goez R., De Negen M., Passitivity approach to fuzzy control system, *Automatica* **34** (3) (1998) 339–344.

[2] Cichocki A., Unbehauen R., *Neuron Networks for Optimization and Signal Processing*, NewYork, John Wiley and Sons, 1993.

[3] Dudnikov E. E., Rybashov M. V., Về ổn định tuyệt đối một lớp mạng nơron với các liên hệ ngược, *Automatika i Telemekhanika* **12** (1999) 33–40 (tiếng Nga).

[4] Hill D. J., Moylan P. J., Stability results for nonlinear feedback systems, *Automatica* **13** (1977) 377–382.

[5] Hopfiled J. J. Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons, *Proc. of the NAS USA* **81** (1984) 3088–3092.

[6] Kiselov O. N., Le Hung Lan, Polyak B. T., Các đặc tính tần số với bất định tham số, *Automatika i Telemekhanika* **4** (1997) 155–173 (tiếng Nga).

Nhận bài ngày 28 - 10 - 2000
Nhận lại sau khi sửa ngày 18 - 3 - 2002

Bộ môn Điều khiển học
Trường Đại học Giao thông Vận tải