Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. 18, S. 3 (2002), 285–289

MỘT SỐ KẾT QUẢ VỀ KHÓA CỦA SƠ ĐỒ QUAN HỆ

NGUYỄN HOÀNG SƠN, NGUYỄN VIỆT HÙNG

Abstract. In this paper, we present some results for the key finding problem on relation schemes.

Tóm tắt. Trong quá trình thiết kế cơ sở dữ liệu (CSDL), việc tìm khóa của một sơ đồ quan hệ là rất quan trọng. Trong bài này, chúng tôi đưa ra một số kết quả về bài toán tìm khóa của một sơ đồ quan hệ.

1. MỞ ĐẦU

Bài toán tìm khóa của một sơ đồ quan hệ đóng vai trò rất quan trọng trong quá trình thiết kế CSDL. Những kết quả về khóa đã được nghiên cứu nhiều, có thể xem trong [1...5]. Trong bài này để tìm khóa của sơ đồ quan hệ S ban đầu, chúng tôi dịch chuyển sơ đồ S về sơ đồ $\widetilde{S}$, là sơ đồ có số thuộc tính ít hơn, số các phụ thuộc hàm ít hơn. Chúng tôi chứng minh được rằng có mối liên hệ giữa khóa của S và khóa của $\widetilde{S}$. Lưu ý rằng trên sơ đồ $\widetilde{S}$ việc tìm khóa đơn giản hơn rất nhiều.

2. MỘT SỐ KHÁI NIỆM VÀ KẾT QUẢ CƠ SỞ

Về các ký hiệu, chúng tôi sử dụng theo [2].

Cho $S = (U, F)$ là một sơ đồ quan hệ, trong đó $U = \{A_1, A_2, ..., A_n\}$ là tập các thuộc tính, $F = \{L_i \to R_i \mid L_i, R_i \subseteq U, L_i \cap R_i = \varnothing,\ i = 1, 2, ..., k\}$ là tập các phụ thuộc hàm xác định trên U.

Ký hiệu:

$$L = \bigcup_{i=1}^{k} L_i, \quad R = \bigcup_{i=1}^{k} R_i$$

.

Định nghĩa 2.1. Cho $S = (U, F)$ là một sơ đồ quan hệ, X là một tập con thuộc tính của U, X được gọi là khóa của sơ đồ quan hệ S nếu X thỏa mãn hai điều kiện sau:

(1) $(X \to U) \in F^+$,

(2) $\overline{\exists} X' \subset X$ sao cho $(X \to U) \in F^+$.

Trường hợp nếu X không phải là khóa nhưng thỏa điều kiện (1) thì X được gọi là siêu khóa của S.

Bổ đề 2.1. (Bổ đề 3 trong [2]) *Cho $S = (U, F)$ là một sơ đồ quan hệ, X là một khóa của S. Khi đó*

$$X \cap R \cap (L - R)^+ = \varnothing.$$

Định lý 2.1. (Định lý 3 trong [2]) *Cho $S = (U, F)$ là một sơ đồ quan hệ, X là một khóa của S. Khi đó*

$$U - R \subseteq X \subseteq (U - R) \cup ((L \cap R) - a(L, R)),$$

với

$$a(L, R) = (L \cap R) \cap (L - R)^+.$$

Khi đó có thể viết lại X như sau:

$$U - R \subseteq X \subseteq (U - R) \cup ((L \cap R) - (L - R)^+).$$

Ghi chú. Trong bài này, từ đây về sau ta ký hiệu $X \xrightarrow[F]{*} U$ thay cho $(X \to U) \in F^+$. Trong trường hợp không sợ nhầm lẫn ta viết $X \xrightarrow{*} U$.

Trong các kết qủa sau chúng tôi còn có sử dụng thêm một tính chất.

Bổ đề 2.2. (Bài toán thành viên) $X \xrightarrow{*} Y$ *khi và chỉ khi* $Y \subseteq X^+$.

Định nghĩa 2.2. Gọi $\widetilde{U} = (L \cap R) - a(L, R) = (L \cap R) - (L - R)^+$,
$\widetilde{F} = \{L_i \cap \widetilde{U} \to R_i \cap \widetilde{U} \mid L_i \cap \widetilde{U} \neq \varnothing,\ R_i \cap \widetilde{U} \neq \varnothing,\ L_i \to R_i \in F\}$.
Ta gọi sơ đồ quan hệ $\widetilde{S} = (\widetilde{U}, \widetilde{F})$ là ảnh của sơ đồ quan hệ S qua phép dịch chuyển sơ đồ.

3. KẾT QUẢ

Mệnh đề 3.1. *Với mọi* $A \in \widetilde{U}$ *thì tồn tại* $(L'_i \to R'_i) \in \widetilde{F}$ *sao cho* $A \in R'_i$.

Chứng minh. Từ $A \in \widetilde{U} = (L \cap R) - (L - R)^+$ suy ra $A \in (L \cap R)$, nên tồn tại phụ thuộc hàm $L_i \to R_i \in F$ sao cho $A \in R_i$. Do đó $A \in R_i \cap \widetilde{U}$.
Ngoài ra ta thấy $L_i \cap \widetilde{U} \neq \varnothing$. Thật vậy, giả sử $L_i \cap \widetilde{U} = \varnothing$ suy ra $L_i \subseteq (L - R)^+$ và do đó

$$L - R \xrightarrow{*} L_i. \qquad (1)$$

Mặt khác

$$L_i \to R_i,\ R_i \to A \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $L - R \xrightarrow{*} A$. Suy ra $A \in (L - R)^+$. Điều này là mâu thuẫn với $A \in \widetilde{U}$. Như vậy $L_i \cap \widetilde{U} \neq \varnothing$, do đó $L_i \cap \widetilde{U} \to R_i \cap \widetilde{U} \in \widetilde{F}$.
Đặt $L'_i = L_i \cap \widetilde{U}$, $R'_i = R_i \cap \widetilde{U}$. Ta có điều phải chứng minh, nghĩa là tồn tại $L'_i \to R'_i \in \widetilde{F}$ sao cho $A \in R'_i$. ∎

Từ định lý trên ta dễ dàng suy ra hệ quả sau:

Hệ quả 3.1. $\widetilde{U} = \varnothing$ *khi và chỉ khi* $\widetilde{F} = \varnothing$.

Mệnh đề 3.2. *Nếu* $(X)^+_{\widetilde{F}} = \widetilde{U}$ *thì* $(L - R) \cup X \xrightarrow{*} \widetilde{U}$.

Chứng minh. Theo thuật toán tính bao đóng của $(X)^+_{\widetilde{F}}$ thì tồn tại $k \in N$ sao cho:

$$X = X^{(0)} \subseteq X^{(1)} \subseteq \cdots \subseteq X^{(i)} \subseteq \cdots \subseteq X^{(k)} = X^{(k+1)} = \widetilde{U},$$

với

$$X^{(i+1)} = X^{(i)} \cup \{A \mid \exists Y' \to Z' \in \widetilde{F},\ A \in Z',\ Y' \subseteq X^{(i)}\},\ i = 0, 1, ..., k.$$

Đầu tiên ta chứng minh

$$(L - R) \cup X^{(i)} \xrightarrow{*} X^{(i+1)} \quad \forall i = 0, 1, ..., k.$$

Một cách tương đương ta chứng minh

$$(L - R) \cup X^{(i)} \xrightarrow{*} A \quad \forall A \in X^{(i+1)}.$$

Nếu $A \in X^{(i)}$ thì phép chứng minh hiển nhiên. Còn nếu $A \notin X^{(i)}$ thì tồn tại
$Y' \to Z' \in \widetilde{F},\ A \in Z',\ Y' \subseteq X^{(i)}$. Do đó tồn tại $Y \to Z \in F$ sao cho $Y' = Y \cap \widetilde{U},\ Z' = Z \cap \widetilde{U}$.
Mặt khác dễ thấy $Y - \widetilde{U} \subseteq (L - R)^+$, do đó $L - R \xrightarrow{*} Y - \widetilde{U}$. Suy ra

$$(L - R) \cup Y' \xrightarrow{*} (Y - \widetilde{U}) \cup Y',$$

hay

$$(L - R) \cup Y' \xrightarrow{*} (Y - \widetilde{U}) \cup (Y \cap \widetilde{U}),$$

hay

$$(L - R) \cup Y' \xrightarrow{*} Y.$$

Mà ta có $Y' \subseteq X^{(i)}$, do đó $(L-R) \cup X^{(i)} \xrightarrow{*} Y$.
Theo qui tắc bắc cầu, từ $(L-R) \cup X^{(i)} \xrightarrow{*} Y$, $Y \to Z$, $Z \to Z'$ (vì $Z \subseteq Z'$), $Z' \to A$(vì $A \in Z'$), suy ra

$$(L-R) \cup X^{(i)} \xrightarrow{*} A, \quad \forall A \in X^{(i+1)}, \quad i = 0, 1, ..., k.$$

Do vậy ta có:

$$(L-R) \cup X^{(i)} \xrightarrow{*} X^{(i+1)}, \quad \forall i = 0, 1, ..., k.$$

Suy ra

$$(L-R) \cup X^{(0)} \xrightarrow{*} X^{(k+1)}$$

Mà $X^{(0)} = X$ và $X^{(k+1)} = \widetilde{U}$. Do đó $(L-R) \cup X \xrightarrow{*} \widetilde{U}$. Mệnh đề được chứng minh.

■

Mệnh đề 3.3. *Với mọi $A \in \widetilde{U}$, $L_i \to R_i \in F$ sao cho $A \in R_i$ thì*

$$L_i \cap \widetilde{U} \neq \varnothing \text{ và } L_i \cap \widetilde{U} \to R_i \cap \widetilde{U} \in \widetilde{F}.$$

Chứng minh. Giả sử $L_i \cap \widetilde{U} = \varnothing$, suy ra $L_i \subseteq (L-R)^+$ hay $L - R \xrightarrow{*} L_i$.

Mặt khác ta có $L_i \to R_i$ và $R_i \to A$. Do đó theo tính bắc cầu $L - R \xrightarrow{*} A$ hay $A \in (L-R)^+$. Điều này mâu thuẫn với $A \in \widetilde{U}$. Do vậy

$$L_i \cap \widetilde{U} \neq \varnothing. \tag{3}$$

Ngoài ra ta có

$$R_i \cap \widetilde{U} \neq \varnothing \quad (\text{vì } \ A \in R_i \cap \widetilde{U}). \tag{4}$$

Từ (3) và (4) suy ra $L_i \cap \widetilde{U} \to R_i \cap \widetilde{U} \in \widetilde{F}$. Mệnh đề được chứng minh.

■

Mệnh đề 3.4. *X là siêu khóa của $\widetilde{S}$, khi và chỉ khi $X \cup (U-R)$ là siêu khóa của S.*

Chứng minh. Giả sử X là siêu khóa của $\widetilde{S}$, khi đó $(X)^+_{\widetilde{F}} = \widetilde{U}$, do đó theo Mệnh đề 3.2 ta có $(L-R) \cup X \xrightarrow{*} \widetilde{U}$.

Suy ra $(L-R) \cup X \cup (U-R) \xrightarrow{*} \widetilde{U} \cup (U-R)$, hay $(U-R) \cup X \xrightarrow{*} U$. Do vậy $(U-R) \cup X$ là siêu khóa của S.

Ngược lại giả sử $K = (U-R) \cup X$ là siêu khóa của S, khi đó $(K)^+_F = U$. Mặt khác $(X)^+_{\widetilde{F}} \subseteq \widetilde{U}$. Đặt $M = \widetilde{U} - (X)^+_{\widetilde{F}}$. Để chứng minh X là siêu khóa của $\widetilde{S}$ ta chỉ cần chứng minh $M \neq \varnothing$. Thật vậy, giả sử $M \neq \varnothing$. Từ thuật toán tính bao đóng của K ứng với F ta suy ra tồn tại số $k \in \mathbb{N}$ sao cho:

$K = K^{(0)} \subseteq K^{(1)} \subseteq ... \subseteq K^{(i)} \subseteq ... \subseteq K^{(k)} \subseteq K^{(k+1)} \supseteq \widetilde{U}$.

Với $i = 0, 1, ..., k$ ta có $K^{(i+1)} = K^{(i)} \cup \{A \mid \exists Y \to Z \in F, A \in Z, Y \subseteq K^{(i)}\}$.

Với mỗi thuộc tính B thuộc M ta xét các trường hợp sau:

(i) Nếu $B \in K^{(0)} = K$ thì

$$(K \to B) \in F^+. \tag{5}$$

Mà ta biết $(U-R) \cap \widetilde{U} = \varnothing$. Do đó từ (5) suy ra $(X \to B) \in \widetilde{F}^+$. Điều này vô lý. Suy ra $M = \varnothing$.

(ii) Nếu tồn tại chỉ số $i \in \{1, 2, ..., k\}$ sao cho $B \in (K)^{(i+1)}$ và $K^{(i)} \cap M = \varnothing$. Từ $K^{(i)} \cap M = \varnothing$ ta suy ra $K^{(i)} \cap \widetilde{U} \subseteq (X)^+_{\widetilde{F}}$, hay

$$X \to K^{(i)} \cap \widetilde{U} \in \widetilde{F}^+. \tag{6}$$

Vì $B \in K^{(i+1)}$ nên tồn tại $Y \to Z \in F^+$ sao cho $Y \subseteq K^{(i)}$ và $B \in Z$. Từ $Y \subseteq K^{(i)}$ suy ra $K^{(i)} \to Y \in \widetilde{F}^+$, hay

$$K^{(i)} \cap \widetilde{U} \to Y \cap \widetilde{U} \in \widetilde{F}^+. \tag{7}$$

Từ $B \in Z$ suy ra $B \in Z \cap \widetilde{U}$, hay

$$Z \cap \widetilde{U} \to B \in \widetilde{F}^{+}. \tag{8}$$

Theo Mệnh đề 3.3 ta có

$$Y \cap \widetilde{U} \to Z \cap \widetilde{U} \in \widetilde{F}. \tag{9}$$

Từ (6),(7),(8) và (9) suy ra $X \to B \in \widetilde{F}^{+}$. Điều này vô lý. Vậy $M = \varnothing$.

Tóm lại $M = \varnothing$, hay $(X)^{+}_{\widetilde{F}} = \widetilde{U}$, nghĩa là X là siêu khóa của $\widetilde{S}$. Mệnh đề được chứng minh.

■

Định lý 3.1. *X là khóa của $\widetilde{S}$ khi và chỉ khi $X \cup (U - R)$ là khóa của S.*

Chứng minh. Giả sử X là khóa của $\widetilde{S}$. Do đó theo Mệnh đề 3.4 $K = (U - R) \cup X$ là siêu khóa của S. Nếu K không là khóa của S thì tồn tại $K' \subset K, K'$ là khóa của S, sao cho $K' = (U - R) \cup X'$. Và do đó theo Mệnh đề 3.4 X' là siêu khóa của $\widetilde{S}$. Từ $K' \subset K$ suy ra $X' \subset X$. Điều này trái với giả thiết X là khóa của $\widetilde{S}$. Do vậy K là khóa của S.

Ngược lại, giả sử $K = (U - R) \cup X$ là khóa của S. Do đó theo Mệnh đề 3.4 X là siêu khóa của $\widetilde{S}$. Nếu X không là khóa của $\widetilde{S}$ thì tồn tại $X' \subset X, X'$ là khóa của $\widetilde{S}$.

Xét $K' = (U - R) \cup X'$. Rõ ràng K' là siêu khóa của S.

Từ $X' \subset X$ suy ra $K' \subset K$. Điều này trái với giả thiết K là khóa của S.

Vậy X là khóa của $\widetilde{S}$. Định lý được chứng minh.

■

Từ những kết quả được tìm ra trên, chúng tôi đưa ra thuật toán tìm khóa dựa vào phép dịch chuyển sơ đồ quan hệ.

4. THUẬT TOÁN TÌM KHÓA

Chức năng tìm khóa của sơ đồ quan hệ $S = (U, F)$

Vào:

- Tập thuộc tính $U = \{A_1, A_2, ..., A_n\}$
- Tập phụ thuộc hàm $F = \{L_i \longrightarrow R_i | L_i, R_i \subseteq U,\ L_i \cap R_i = \varnothing,\ i = 1, 2, ..., k\}$.

Ra: $X \subseteq U,\ X$ là khóa của S

Phương pháp:

Bước 1. Tính $X := U - R$

Bước 2. Nếu $X^{+} = U$ thì kết luận X là khóa duy nhất của S, thuật toán dừng. Còn nếu $X^{+} \neq U$ thì thực hiện bước 3.

Bước 3. Xây dựng lược đồ chuyển dịch $\widetilde{S} = (\widetilde{U}, \widetilde{F})$ với:

$$\widetilde{U} = (L \cap R) - (L - R)^{+},$$

$$\widetilde{F} = \{L_i \cap \widetilde{U} \longrightarrow R_i \cap \widetilde{U} | L_i \cap \widetilde{U} \neq \varnothing,\ R_i \cap \widetilde{U} \neq \varnothing,\ L_i \longrightarrow R_i \in F,\ \forall i = 1, 2, ..., k\}$$

Bước 4. Sử dụng thuật toán (1) trong [2] để tìm khóa X' của lược đồ quan hệ $\widetilde{S}$.

Bước 5. Kết luận: $X := X' \cup (U - R)$ là khóa củ a lược đồ quan hệ S. Thuật toán dừng.

Ví dụ. Cho sơ đồ quan hệ $S = (U, F)$, với $U = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K\}$,

$$F = \{AC \to FH, F \to K, IG \to ABC, BE \to JKD, DF \to AE\}.$$

Sơ đồ quan hệ chuyển dịch $\widetilde{S} = (\widetilde{U}, \widetilde{F})$ với $\widetilde{U}$ và $\widetilde{F}$ được xác định như sau:

$L = \{A, B, C, D, E, F, G, I\}$ và $R = \{A, B, C, D, E, F, J, K, H\}$,

$U - R = \{G, I\},\ L \cap R = \{A, B, C, D, E, F, \},\ L - R = \{I, G\}$,

$(L-R)^+ = \{I, G\}^+ = \{I, G, A, B, C, F, H, K\}$,
$\widetilde{U} = (L \cap R) - (L-R)^+ = \{D, E\}$.
$\widetilde{F} = \{L_i \cap \widetilde{U} \to R_i \cap \widetilde{U} | L_i \cap \widetilde{U} \neq \varnothing, R_i \cap \widetilde{U} \neq \varnothing, L_i \to R_i \in F, \forall i = 1, 2, ..., 5\}$
$= \{E \to D, D \to E\}$.

Ta nhận thấy rằng sơ đồ quan hệ chuyển dịch $\widetilde{S} = (\widetilde{U}, \widetilde{F})$ đơn giản hơn nhiều so với sơ đồ quan hệ ban đầu $S = (U, F)$. Khóa của sơ đồ quan hệ $\widetilde{S}$ là $\{E\}$ và $\{G\}$. Từ đó suy ra khóa của sơ đồ quan hệ S là $\{E, G, I\}$ và $\{D, G, I\}$.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] J. Demetrovics, Ho Thuan, Le Van Bao, and Nguyen Xuan Huy, Translation of relation schemes, Balanced relation schemes and the problem of key representation, *J. Inf. Process. Cybern. EIK* **23** (1987) 81–97.
[2] Ho Thuan, Le Van Bao, Some results about key of relational schemas, *Acta Cybernetica* (1985) 99–113.
[3] Ho Thuan, *Contribution to the Theory of Relational Databases*, Tanulmanyok 184/1986, Studies 184/1986.
[4] Maier, D., *The Theory of Relational Databases*, Computer Science Press, 1980.
[5] Ullman, J. D., *Principles of Database and Knowledge - Base Systems*, Vol. 1 &2, Computer Science Press, 1986.

Nhận bài ngày 17 - 7 - 2001
Nhận lại sau khi sửa ngày 15 - 3 - 2002

Khoa Toán - Cơ -Tin học, Trường Đại học Khoa học Huế