Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. 20, S. 1 (2004), 315–328

XÂY DỰNG PHÉP GIẢM LOẠI TỔNG QUÁT CHO TẬP MỜ LOẠI HAI

TRẦN ĐÌNH KHANG, ĐINH KHẮC DŨNG

Khoa Công nghệ thông tin - Trường Đại học Bách khoa Hà Nội

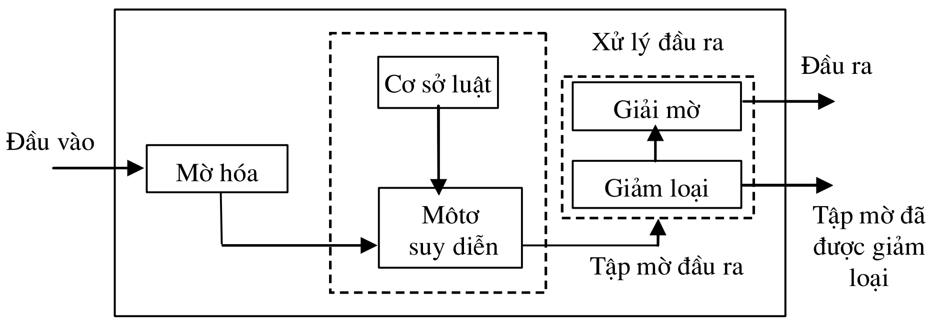
Abstract. In this paper, we introduce an approach to construct the Generalized Type-reduction for Type-2 Fuzzy Sets. This approach is based on the Centroid Type-reduction of Karnik and Mendel [4,5], and the Generalized Defuzzification of Yager [11]. Besides, we provide approximate results of the Generalized Type-reduction for Interval Type-2 Fuzzy Sets and Gaussian Type-2 Fuzzy Sets.

Tóm tắt. Trong bài báo này, chúng tôi trình bày cách tiếp cận xây dựng phép giảm loại tổng quát cho tập mờ loại hai. Tiếp cận này dựa trên phép giảm loại trọng tâm của Karnik, Mendel ([4, 5]) và phép giải mờ tổng quát của Yager ([11]). Ngoài ra, chúng tôi cung cấp các kết quả gần đúng của phép giảm loại tổng quát cho tập mờ loại hai khoảng và tập mờ loại hai Gauss.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Cho đến nay, lý thuyết tập mờ được Zadeh đề xuất vào năm 1965 nhằm biểu diễn thông tin không chắc chắn đã có những phát triển vượt bậc và được áp dụng thành công trong nhiều lĩnh vực. Tuy nhiên, lý thuyết tập mờ thông thường có tiềm ẩn những mâu thuẫn nhất định. Đó là để phát triển bất cứ hệ lôgic mờ nào, người thiết kế phải xây dựng hàm thuộc cho các tập mờ sử dụng trong hệ, hay là phải mô tả sự không chắc chắn bằng các hàm thuộc rõ ràng, chắc chắn. Điều này được Klir và Folger chỉ ra (được John trích dẫn trong [3]) "điều này có thể là vấn đề, nếu không nói là nghịch lý, rằng việc biểu diễn sự không chắc chắn lại sử dụng các độ thuộc mà bản thân chúng là các số thực chính xác", và được Mendel phân tích một số nguyên nhân trong [5, 6].

Trong [13], Zadeh giới thiệu khái niệm tập mờ loại hai nhằm giải quyết vấn đề trên. Đó là thay vì độ thuộc là một số thực như với tập mờ thông thường (từ bây giờ được gọi là tập mờ loại một), với tập mờ loại hai, độ thuộc là một tập mờ loại một trên [0, 1]. Khái niệm tập mờ loại hai, các phép toán trên nó, và các tính chất được nghiên cứu và trình bày chi tiết trong [1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 13].



Hình 1. Hệ lôgic mờ loại hai

Mendel và cộng sự trong các công trình ([4, 5, 6, 7]) đã lần đầu tiên trình bày đầy đủ khái niệm và các thành phần của hệ lôgic mờ loại hai. Đó là hệ lôgic mờ mà sử dụng các tập mờ loại hai và các thao tác trên tập mờ loại hai. Các thành phần của một hệ lôgíc mờ loại hai được trình bày trong hình 1 ([5]).

Trong các hệ lôgíc mờ, đặc biệt là hệ điều khiển mờ, đầu ra của hệ phải là giá trị số, nhưng kết quả của quá trình suy diễn mờ lại là tập mờ, vì vậy cần phải biến đổi tập mờ này thành giá trị số. Bộ phận thực hiện công việc biến đổi tập mờ thành giá trị số được gọi là bộ phận xử lý đầu ra. Nếu như trong hệ lôgíc mờ loại một, bộ xử lý đầu ra là bộ giải mờ, thì trong hệ lôgíc mờ loại hai, nó bao gồm hai thành phần: giảm loại và giải mờ.

Sử dụng nguyên lý mở rộng ([13]), phép giải mờ đối với tập mờ loại một được mở rộng cho tập mờ loại hai. Quá trình này nhận đầu vào là một tập mờ loại hai, đầu ra là một tập mờ loại một, được gọi là quá trình giảm loại ([5, 4]). Các tác giả Karnik và Mendel trình bày chi tiết các phép giảm loại khác nhau ([5, 4]), trong đó thông dụng nhất là phép giảm loại trọng tâm - là mở rộng của phép giải mờ trọng tâm ([4]).

Trong [11], Yager trình bày công thức giải mờ tổng quát cho tập mờ loại một. Theo đó, với A là tập mờ loại 1, $A = \sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i)/x_i,\ \mu_A(x_i) \in [0, 1]$, giải mờ cho A ta thu được:

$$C^{\beta}(A) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mu_A^{\beta}(x_i)x_i}{\sum_{i=1}^{n} \mu_A^{\beta}(x_i)} \text{ với } \beta > 0 \tag{1.1}$$

Có thể thấy với $\beta = 1$, (1.1) trở thành phép giải mờ trọng tâm, và khi $\beta = +\infty$, (1.1) trở thành công thức giải mờ trung bình các điểm cực đại. Như vậy, phép giảm loại trọng tâm của Karnik và Mendel mới chỉ là sự mở rộng của phép giải mờ trọng tâm, một trường hợp riêng của phép giải mờ tổng quát của Yager.

Trong bài báo này, chúng tôi trình bày cách tiếp cận xây dựng phương pháp giảm loại tổng quát - là mở rộng của phép giải mờ tổng quát. Phép giảm loại tổng quát rất có ích đối với các phương pháp tự xây dựng hệ mờ từ dữ liệu vì nó cung cấp thêm một tham số điều chỉnh β. Ngoài ra, chúng tôi còn cung cấp các kết quả gần đúng của phép giảm loại tổng quát cho tập mờ loại hai khoảng và tập mờ loại hai Gauss.

Bài báo gồm sáu mục và một phụ lục. Mục 1 trình bày sơ lược về mục đích sử dụng của tập mờ loại hai, tầm quan trọng của phép giảm loại và tiếp cận mở rộng phép giảm loại trọng tâm trong nghiên cứu. Một số khái niệm cơ bản về tập mờ loại hai, cùng các kết quả của phép giảm loại trọng tâm được trình bày trong Mục 2. Mục 3 trình bày mối quan hệ giữa phép giải mờ tổng quát và phép nhấn gia tử. Từ các nhận xét về mối quan hệ này, chúng tôi đưa ra khái niệm phép lũy thừa đối với tập mờ loại một, đồng thời trình bày kết quả của phép lũy thừa với tập mờ khoảng và kết quả gần đúng của phép lũy thừa với tập mờ Gauss. Dựa trên các kết quả trong Mục 2 và Mục 3, tiếp cận xây dựng phép giảm loại tổng quát được trình bày trong Mục 4. Ngoài ra, Mục 4 cũng trình bày các kết quả gần đúng của phép giảm loại tổng quát cho tập mờ loại hai khoảng và tập mờ loại hai Gauss. Mục 5 trình bày một số ví dụ của phép giảm loại tổng quát và cuối cùng Mục 6 là phần kết luận. Phần phụ lục trình bày cách xác định gần đúng giá đỡ cho tập mờ loại một Gauss và xác định gần đúng tập mờ loại một Gauss với giá đỡ cho trước.

2. MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN

2.1. Tập mờ loại hai

Định nghĩa 2.1. ([8]) Cho không gian nền U, $\widetilde{A}$ là một tập mờ loại hai trên U được xác định bởi một hàm thuộc mờ $\mu_{\widetilde{A}}(x)$,

$$\widetilde{A} = \int_U \mu_{\widetilde{A}}(x)/x \tag{2.1}$$

với mỗi $x \in U$, $\mu_{\widetilde{A}}(x)$ là một tập mờ loại một trên [0,1],

$$\mu_{\widetilde{A}}(x) = \int_{[0,1]} f_x(u)/u \tag{2.2}$$

Các phép toán trên tập mờ loại hai và khái niệm hệ lôgíc mờ loại hai được trình bày trong [3,5,7,8]. Có thể thấy rằng khối lượng tính toán trong các hệ lôgíc mờ loại hai là rất lớn khi sử dụng các tập mờ loại hai bất kỳ. Nhằm giảm bớt khối lượng tính toán, đồng thời vẫn duy trì khả năng biểu diễn sự không chắc chắn, các ứng dụng thường chỉ sử dụng một số dạng tập mờ loại hai nhất định: tập mờ loại hai khoảng, tập mờ loại hai Gauss ([5, 7]), hay trong [10], chúng tôi giới thiệu khái niệm tập mờ loại hai dựa trên đại số gia tử (ĐSGT).

Định nghĩa 2.2. Cho không gian nền U:

(i) Tập mờ loại hai khoảng là tập mờ loại hai trong đó các độ thuộc mờ là các tập mờ loại một khoảng trên [0,1],

$$\widetilde{A} = \int_U \mu_{\widetilde{A}}(x)/x,\ \mu_{\widetilde{A}}(x) = \int_{[\underline{f_x},\overline{f_x}]} 1/u \quad \text{với } [\underline{f_x},\overline{f_x}] \subseteq [0,1]. \tag{2.3}$$

(ii) Tập mờ loại hai Gauss là tập mờ loại hai trong đó các độ thuộc mờ là các tập mờ loại một Gauss trên [0,1],

$$\widetilde{A} = \int_U \mu_{\widetilde{A}}(x)/x,\ \mu_{\widetilde{A}}(x) = \int_{[0,1]} \exp\Big(-\frac{(u-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}\Big)\Big/u. \tag{2.4}$$

Định nghĩa 2.3. ([10]) Cho không gian nền U, và ĐSGT mở rộng đối xứng $\underline{X} = (X, G, H_E, \leq)$ với tập phần tử sinh $G = \{True, False\}$. Tập mờ loại hai dựa trên ĐSGT $\widetilde{A}$ trên U là tập mờ loại hai trong đó các độ thuộc mờ là các giá trị thuộc ĐSGT trên,

$$\widetilde{A} = \int_U \mu_{\widetilde{A}}(x)/x, \quad \text{với } \mu_{\widetilde{A}}(x) \in X. \tag{2.5}$$

2.2. Các phương pháp giảm loại

Một số phương pháp giảm loại khác nhau được trình bày trong [5, 4]. Phương pháp giảm loại thông dụng nhất là phương pháp giảm loại trọng tâm - là mở rộng của phương pháp giải mờ trọng tâm cho tập mờ loại một.

Định nghĩa 2.4. ([4]) Xét không gian $U = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$. $\widetilde{A}$ là tập mờ loại hai trên U, $\widetilde{A} = \sum_{i=1}^{n} \mu_{\widetilde{A}}(x_i)/x_i$, $\mu_{\widetilde{A}}(x_i) = \int_{J_{x_i}} f_{x_i}(u)/u$ với $J_{x_i} \subseteq [0,1]$.

Trọng tâm của $\widetilde{A}$ là một tập mờ loại một được xác định như sau:

$$C(\widetilde{A}) = \int_{\theta_1 \in J_{x_1}} ... \int_{\theta_n \in J_{x_n}} \Big[f_{x_1}(\theta_1) \wedge ... \wedge f_{x_n}(\theta_n)\Big]\Big/\frac{\sum_{i=1}^n x_i\theta_i}{\sum_{i=1}^n \theta_i} \tag{2.6}$$

Với mỗi $x_i \in U$, J_{x_i} là giá đỡ của tập mờ loại một $\mu_{\widetilde{A}}(x_i)$, $i = 1...n$. Đặt

$$a(\theta_1,...,\theta_n)=\frac{\sum_{i=1}^n x_i\theta_i}{\sum_{i=1}^n\theta_i}, \tag{2.7}$$

$$b(\theta_1,...,\theta_n)=f_{x_1}(\theta_1)\wedge...\wedge f_{x_n}(\theta_n), \tag{2.8}$$

$$U'=\Big\{\frac{\sum_{i=1}^n x_i\theta_i}{\sum_{i=1}^n\theta_i}\Big|\theta_i\in J_{x_i},\ i=1...n\Big\}. \tag{2.9}$$

Như vậy, $C(\widetilde{A})$ là một tập mờ loại một trên không gian U'

$$C(\widetilde{A})=\int\limits_{U'}\frac{b(\theta_1,...,\theta_n)}{a(\theta_1,...,\theta_n)} \tag{2.10}$$

Tập mờ $\widetilde{A}$ trong Định nghĩa 2.4 có không gian nền là một tập các giá trị số. Xét tập mờ loại hai có không gian nền là một tập các tập mờ loại một. Mở rộng khái niệm giảm loại trọng tâm cho tập mờ loại hai như vậy ta được phép giảm loại trọng tâm mở rộng ([4]).

Các kết quả về phương pháp giảm loại trọng tâm được trình bày rất chi tiết trong [4]. Đặc biệt, trong [4] còn trình bày các kết quả gần đúng của phép giảm loại trọng tâm cho các tập mờ loại hai khoảng và tập mờ loại hai Gauss. Các kết quả này có ý nghĩa thực tiễn vì trên thực tế, có rất nhiều ứng dụng sử dụng hai dạng tập mờ này. Tiếp theo, chúng tôi xin trình bày lại một số kết quả trong [4] mà sẽ được sử dụng sau này trong bài báo.

Hệ quả 2.1. ([4]) *Xét tập mờ loại hai khoảng trên không gian nền là một tập các tập mờ loại một khoảng,*

$$\widetilde{A}=\sum_{i=1}^n\Big(\int\limits_{[\mu_i-\sigma_i,\mu_i+\sigma_i]}\frac{1}{u}\Big)\Big/\Big(\int\limits_{[x_i-\Delta x_i,x_i+\Delta x_i]}\frac{1}{v}\Big) \tag{2.11}$$

Trọng tâm của $\widetilde{A}$ có thể được xấp xỉ về tập mờ loại một khoảng có trung bình x^* và độ lệch Δx,

$$x^*=\frac{\sum_{i=1}^n\mu_i x_i}{\sum_{i=1}^n\mu_i} \tag{2.12}$$

$$\Delta x=\frac{\sum_{i=1}^n[\mu_i\Delta x_i+|x_i-x^*|\sigma_i}{\sum_{i=1}^n\mu_i}] \tag{2.13}$$

với điều kiện

$$\frac{\sum_{i=1}^n\sigma_i}{\sum_{i=1}^n\mu_i}\ll 1 \tag{2.14}$$

Độ chính xác càng tăng khi $\sum_{i=1}^n\sigma_i/\sum_{i=1}^n\mu_i$ càng nhỏ. Kết quả là chính xác khi $\sum_{i=1}^n\sigma_i=0$, có nghĩa là $\sigma_i=0$ với mọi $i=1,...,n$.

Hệ quả 2.2. ([4]) *Xét tập mờ loại hai khoảng trên không gian nền là tập các giá trị số,*

$$\widetilde{A}=\sum_{i=1}^n\Big(\int\limits_{[\mu_i-\sigma_i,\mu_i+\sigma_i]}\frac{1}{u}\Big)\Big/x_i \tag{2.15}$$

Trọng tâm của $\widetilde{A}$ có thể được xấp xỉ về tập mờ loại một khoảng có trung bình x^* và độ lệch Δx,

$$x^* = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i x_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \tag{2.16}$$

$$\Delta x = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - x^*|\sigma_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \tag{2.17}$$

với điều kiện (2.14) thỏa mãn.

Hệ quả 2.3. ([4]) *Xét tập mờ loại hai Gauss trên không gian nền là một tập các tập mờ loại một Gauss,*

$$\widetilde{A} = \sum_{i=1}^{n} \Big(\int\limits_{[0,1]} \frac{f_i(u)}{u} \Big) \Big/ \int\limits_{U} \frac{g_i(v)}{v} \tag{2.18}$$

với $f_i(u)$ là hàm Gauss có trung bình μ_i và độ lệch chuẩn σ_i, $g_i(v)$, là hàm Gauss có trung bình x_i và độ lệch chuẩn Δx_i.

Trọng tâm của $\widetilde{A}$ có thể được xấp xỉ về tập mờ loại một Gauss có trung bình x^* và độ lệch chuẩn Δx,

$$x^* = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i x_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \tag{2.19}$$

$$\Delta x = \frac{\sum_{i=1}^n [\mu_i \Delta x_i + |x_i - x^*|\sigma_i]}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \tag{2.20}$$

với điều kiện

$$k\frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \ll 1 \tag{2.21}$$

trong đó k là số lần độ lệch chuẩn xem xét (thường k=2 hoặc 3). Độ chính xác càng tăng khi $k\frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i}$ càng nhỏ và kết quả là chính xác khi $\sum_{i=1}^n \sigma_i = 0$, hay $\sigma_i = 0$ với mọi $i = 1...n$.

Hệ quả 2.4. ([4]) *Xét tập mờ loại hai Gauss trên không gian nền là tập các giá trị số,*

$$\widetilde{A} = \sum_{i=1}^{n} \big(\int\limits_{[0,1]} \frac{f_i(u)}{u} \big) \Big/ x_i \tag{2.22}$$

với $f_i(u)$ là hàm Gauss có trung bình μ_i và độ lệch chuẩn σ_i.

Trọng tâm của $\widetilde{A}$ có thể xấp xỉ về tập mờ loại một Gauss có trung bình x^* và độ lệch chuẩn Δx,

$$x^* = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i x_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \tag{2.23}$$

$$\Delta x = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - x^*|\sigma_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \tag{2.24}$$

với điều kiện (2.21) thỏa mãn.

3. QUAN HỆ GIỮA PHÉP GIẢI MỜ TỔNG QUÁT VÀ PHÉP NHẤN GIA TỬ

Như trong công thức (1.1), để xác định được kết quả giải mờ tổng quát của một tập mờ, trước hết cần phải xác định giá trị lũy thừa của mỗi giá trị độ thuộc. Mặt khác, theo Zadeh ([12,13]), chuỗi gia tử có tác động làm thay đổi hàm thuộc của tập mờ, cụ thể là thay giá trị độ thuộc cũ bằng giá trị lũy thừa của nó. Trong phần này, chúng tôi thiết lập mối quan hệ giữa phép giải mờ tổng quát và phép nhấn gia tử.

Với tập mờ loại hai, độ thuộc của mỗi phần tử vào nó là một tập mờ loại một. Vậy để xây dựng phép giảm loại tổng quát cho tập mờ loại hai, cần xác định được giá trị lũy thừa của mỗi giá trị độ thuộc mờ, nghĩa là cần xác định được lũy thừa của các tập mờ loại một. Phần này trình bày việc xây dựng phép lũy thừa cho tập mờ loại một. Trước hết, hãy xem xét mối quan hệ giữa phép giải mờ tổng quát và phép nhấn gia tử. Từ những nhận xét này, phần 4 trình bày cách xây dựng phép giảm loại tổng quát cho tập mờ loại hai.

3.1. Phép nhấn gia tử vào tập mờ loại một

Theo Zadeh ([13]), việc nhấn một chuỗi gia tử vào một tập mờ tương đương với việc làm thay đổi hàm thuộc của tập mờ này. Cho tập mờ A trên không gian nền U, $A = \int_U \mu_A(x)/x$, theo [13] ta có:

$$VeryA = CON(A) = \int\limits_U \mu_A^2(x)/x \tag{3.1}$$

$$MoreOrLessA = DIL(A) = \int\limits_U \mu_A^{0,5}(x)/x \tag{3.2}$$

Như vậy, tác động của một chuỗi gia tử chính là làm thay đổi hàm thuộc. Cụ thể hơn là thay giá trị độ thuộc cũ bằng lũy thừa bậc β của nó, với gia tử $Very$ có $\beta_{Very} = 2$, gia tử có $MoreOrLess$ có $\beta_{MoreOrLess} = 0,5$.

Nhận xét 3.1. Mỗi chuỗi gia tử tương ứng với một giá trị β, mà tác động của chuỗi gia tử đó chính là thay đổi giá trị độ thuộc bằng lũy thừa bậc β của nó.

Theo các công thức (3.1), (3.2), $VeryA = CON(A)$ và $MoreOrLessA = DIL(A)$, suy ra $VeryMoreOrLessA = MoreOrLessVeryA = A$, điều này làm cho miền biểu diễn các giá trị ngôn ngữ trở nên rời rạc, không liên tục. Theo [9], trực quan ta muốn giá trị $True$ có mức độ đúng đắn lớn hơn giá trị $Very(MoreOrLess)^n True$ với mọi giá trị n nguyên. Tuy nhiên, nếu áp dụng các cách định nghĩa tác động của các gia tử như trên, ta luôn thu được $Very(MoreOrLess)^n True$ có mức độ đúng đắn lớn hơn $True$ khi giá trị n đủ lớn. Đây chính là lý do làm hỏng cấu trúc ngữ nghĩa của miền các giá trị ngôn ngữ. Trong [2] trình bày phương pháp xác định giá trị β tương ứng với chuỗi gia tử δ bất kỳ, phương pháp này đảm bảo duy trì cấu trúc ngữ nghĩa của miền các giá trị ngôn ngữ.

Quay trở lại công thức (1.1),

$$C^\beta(A) = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \mu_A^\beta(x_i)x_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} \mu_A^\beta(x_i)} \quad \text{với } \beta > 0$$

ta thấy $C^\beta(A) = C(\delta A)$ với δ là chuỗi gia tử có giá trị bậc lũy thừa tương ứng là β, $\beta_\delta = \beta$. Ta có nhận xét sau.

Nhận xét 3.2. Phép giải mờ tổng quát hệ số β cho tập mờ A có thể hiểu là phép giải mờ trọng tâm cho tập mờ δA với δ là chuỗi gia tử có giá trị bậc lũy thừa tương ứng là β, $\beta_\delta = \beta$.

Như vậy, phép giải mờ trung bình các điểm cực đại của tập mờ A, ứng với giá trị $\beta = +\infty$, có thể coi là phép giải mờ trọng tâm của tập mờ $VeryVery...VeryA$.

Theo nhận xét trên, ta có thể xây dựng phép giảm loại tổng quát hệ số β cho tập mờ loại hai $\widetilde{A}$ thông qua phép giảm loại trọng tâm cho tập mờ $\delta\widetilde{A}$ với δ là chuỗi gia tử thỏa mãn $\beta_\delta = \beta$. Vậy vấn đề đặt ra là cho trước tập mờ loại hai $\widetilde{A}$ và chuỗi gia tử δ, cần xác định tập mờ loại hai $\delta\widetilde{A}$. Phần tiếp theo là cách tiếp cận giải quyết vấn đề này.

3.2. Phép nhấn gia tử vào tập mờ loại hai

Theo như Nhận xét 3.2, ta có thể xây dựng phép giảm loại tổng quát hệ số β cho tập mờ loại hai $\widetilde{A}$ thông qua phép giảm loại trọng tâm cho tập mờ $\delta\widetilde{A}$, với δ là chuỗi gia tử thỏa mãn $\beta_\delta = \beta$. Vậy cần xác định tập mờ $\delta\widetilde{A}$ từ tập mờ $\widetilde{A}$ và chuỗi gia tử δ. Theo Nhận xét 3.1, tác động của một chuỗi gia tử là thay đổi giá trị độ thuộc bằng việc lấy lũy thừa bậc β của nó. Với tập mờ loại một, độ thuộc là một giá trị số nên dễ dàng xác định lũy thừa bậc β của nó. Tuy nhiên, với tập mờ loại hai, độ thuộc là một tập mờ loại một trên [0,1]. Vậy cần phải xây dựng phương pháp xác định lũy thừa bậc β của một tập mờ loại một. Phần này trước hết định nghĩa phép lũy thừa đối với tập mờ loại một, sau đó xây dựng công thức xác định lũy thừa của tập mờ khoảng và công thức gần đúng xác định lũy thừa đối của tập mờ Gauss.

Sử dụng nguyên lý mở rộng ([13]), khái niệm lũy thừa đối với giá trị số được mở rộng thành khái niệm lũy thừa đối với tập mờ loại một.

Định nghĩa 3.1. Cho tập mờ loại một F trên không gian U,

$$F = \int_U \mu_F(x)/x, \tag{3.3}$$

lũy thừa bậc β của F (ký hiệu $F^{\wedge\beta}$) là một tập mờ loại một xác định như sau:

$$F^{\wedge\beta} = \int_U \mu_F(x)/x^\beta \tag{3.4}$$

với $U' = \{x^\beta | x \in U\}$.

Như vậy, tác động của phép lũy thừa lên một tập mờ loại một là làm thay đổi giá đỡ của tập mờ đó. Với độ thuộc mờ của tập mờ loại hai, ta có không gian nền $U = U' = [0,1]$. Quan hệ giữa giá đỡ của tập mờ ban đầu và giá đỡ của tập mờ lũy thừa của nó được trình bày trong Định lý 3.1 sau.

Cho trước giá trị β, đặt

$$X_\beta = \begin{cases} (-\infty, +\infty) \ \text{ nếu } \ \beta = \dfrac{2p+1}{2r+1} \text{ với } p, r \in N \\ [0, +\infty) \ \text{ trong trường hợp ngược lại} \end{cases} \tag{3.6}$$

thì hàm số $f(x) = x^{1/\beta}$ đồng biến trong X_β.

Định lý 3.1. *Nếu tập mờ F có giá đỡ là $[a, b]$ với $[a, b] \subseteq X_\beta$ thì tập mờ $F^{\wedge\beta}$ sẽ có giá đỡ là*

$$[a^\beta, b^\beta]. \tag{3.7}$$

Chứng minh. Giá đỡ của tập mờ F là $S_F = \{x \in U | \mu_F(x) > 0\}$, suy ra

$$\mu_F(x) > 0 \quad \text{với mọi } x \text{ thỏa mãn } \ a \le x \le b. \tag{3.8}$$

Giá đỡ của tập mờ $F^{\wedge\beta}$ là $S_{F^{\wedge\beta}} = \{x \in U | \mu_{F^{\wedge\beta}}(x) > 0\}$.

Theo (3.4), ta có $\mu_{F^{\wedge\beta}}(x) = \mu_F(x^{1/\beta})$, suy ra

$$S_{F^{\wedge\beta}} = \{x \in U | \mu_F(x^{1/\beta}) > 0\}. \tag{3.9}$$

Từ (3.8) và (3.9), ta có $S_{F^{\wedge\beta}} = \{x \in U | a \leq x^{1/\beta} \leq b\}$.

Vì hàm số $f(x) = x^{1/\beta}$ đồng biến trên X_β nên

$$S_{F^{\wedge\beta}} = \{a^\beta \leq x \leq b^\beta\}.$$

Vậy tập mờ $F^{\wedge\beta}$ sẽ có giá đỡ là $[a^\beta, b^\beta]$. ■

Đối với tập mờ loại một thông thường, có thể xác định được lũy thừa bậc β của nó trực tiếp (nếu không gian nền là rời rạc), hoặc gián tiếp sau khi rời rạc hóa không gian nền (nếu không gian nền là liên tục). Hơn nữa, sử dụng Định lý 3.1, ta có thể xây dựng kết quả của phép lũy thừa với tập mờ khoảng và kết quả gần đúng của phép lũy thừa với tập mờ Gauss như sau.

a. Kết quả của phép lũy thừa với tập mờ loại một khoảng

Xét tập mờ khoảng F có trung bình μ_F và độ lệch σ_F, nghĩa là F có giá đỡ là

$$[\mu_F - \sigma_F, \mu_F + \sigma_F].$$

Giả sử $[\mu_F - \sigma_F, \mu_F + \sigma_F] \subseteq X_\beta$, theo Định lý 3.1, tập mờ $F^{\wedge\beta}$ có giá đỡ là

$$[(\mu_F - \sigma_F)^\beta, (\mu_F + \sigma_F)^\beta].$$

Suy ra $F^{\wedge\beta}$ có trung bình

$$\mu_{F^{\wedge\beta}} = \frac{(\mu_F + \sigma_F)^\beta + (\mu_F - \sigma_F)^\beta}{2} \tag{3.10}$$

và độ lệch

$$\sigma_{F^{\wedge\beta}} = \frac{(\mu_F + \sigma_F)^\beta - (\mu_F - \sigma_F)^\beta}{2} \tag{3.11}$$

Từ các kết quả trên, ta phát biểu hệ qủa sau.

Hệ qủa 3.1. *Xét tập mờ khoảng F có trung bình μ_F và độ lệch σ_F thỏa mãn $[\mu_F - \sigma_F, \mu_F + \sigma_F] \subseteq X_\beta$. Tập mờ lũy thừa β của nó, ký hiệu là $F^{\wedge\beta}$, cũng là tập mờ khoảng có trung bình $\mu_{F^{\wedge\beta}}$ tính theo (3.10) và độ lệch $\sigma_{F^{\wedge\beta}}$ tính theo* (3.11).

b. Kết quả gần đúng của phép lũy thừa với tập mờ loại một Gauss

Xét tập mờ Gauss F có trung bình μ_F và độ lệch chuẩn σ_F, theo (A.2) (trong phần Phụ lục) F có giá đỡ là

$$[\mu_F - k\sigma_F, \mu_F + k\sigma_F],$$

với k là số độ lệch chuẩn xem xét.

Giả sử $[\mu_F - k\sigma_F, \mu_F + k\sigma_F] \subseteq X_\beta$, theo Định lý 3.1, tập mờ $F^{\wedge\beta}$ có giá đỡ là

$$[(\mu_F - k\sigma_F)^\beta, (\mu_F + k\sigma_F)^\beta].$$

Theo (A.3), (A.4), $F^{\wedge\beta}$ có thể được xấp xỉ thành tập mờ Gauss có trung bình

$$\mu_{F^{\wedge\beta}} = \frac{(\mu_F + k\sigma_F)^\beta + (\mu_F - k\sigma_F)^\beta}{2} \tag{3.12}$$

và độ lệch chuẩn

$$\sigma_{F^{\wedge\beta}} = \frac{(\mu_F + k\sigma_F)^\beta - (\mu_F - k\sigma_F)^\beta}{2k} \tag{3.13}$$

Từ các kết quả trên, ta phát biểu mệnh đề sau.

Hệ qủa 3.2. *Xét tập mờ Gauss F có trung bình μ_F và độ lệch chuẩn σ_F thỏa mãn $[\mu_F - k\sigma_F, \mu_F + k\sigma_F] \subseteq X_\beta$. Tập mờ lũy thừa bậc β của nó, ký hiệu là $F^{\wedge\beta}$, có thể được xấp xỉ thành một tập mờ Gauss có trung bình $\mu_{F^{\wedge\beta}}$ tính theo (3.12) và độ lệch chuẩn $\sigma_{F^{\wedge\beta}}$ tính theo (3.13), với k là số lần độ lệch chuẩn xem xét (thường $k = 2$ hoặc 3).*

4. PHƯƠNG PHÁP GIẢM LOẠI TỔNG QUÁT CHO TẬP MỜ LOẠI 2

Từ công thức giảm loại tổng quát của Yager,

$$C^\beta(A) = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_A^\beta(x_i)/x_i}{\sum_{i=1}^n \mu_A^\beta(x_i)} \quad \text{với} \quad \beta > 0$$

Có thể xây dựng phép giảm loại tổng quát theo hai cách sau:

+ Dùng nguyên lý mở rộng để mở rộng trực tiếp từ công thức giải mờ tổng quát như đã thực hiện với phép giảm loại trọng tâm.
+ Theo Nhận xét 3.2, xây dựng phép giảm loại tổng quát hệ số β cho tập mờ loại hai $\widetilde{A}$ thông qua phép giảm loại trọng tâm cho tập mờ $\delta\widetilde{A}$ với δ là chuỗi gia tử thỏa mãn $\beta_\delta = \beta$.

Có thể thấy ngay rằng cách thứ hai có nhiều lợi thế vì nó sử dụng các kết quả có sẵn đã được kiểm chứng (qua các ứng dụng trong [4, 5, 7]). Đây chính là cách tiếp cận mà chúng tôi sử dụng trong nghiên cứu của mình.

Như đã đề cập, để xác định kết quả giảm loại tổng quát hệ số β cho tập mờ loại hai $\widetilde{A}$, ta xác định kết quả giảm loại trọng tâm cho tập mờ $\delta\widetilde{A}$ với δ là chuỗi gia tử thỏa mãn $\beta_\delta = \beta$. Vậy trước hết cần xác định các tập mờ lũy thừa bậc β của các độ thuộc mờ vào $\widetilde{A}$. Cách xác định tập mờ lũy thừa bậc β của tập mờ loại một đã được trình bày trong Mục 3.

Đặc biệt, với các kết quả gần đúng của phép giảm loại cho tập mờ loại hai khoảng và tập mờ loại hai Gauss trong phần 2, cùng với các kết quả của phép lũy thừa với tập mờ loại một khoảng và tập mờ loại một Gauss, ta có thể xây dựng kết quả gần đúng của phép giảm loại tổng quát cho tập mờ loại hai khoảng và tập mờ loại hai Gauss. Điều này có ý nghĩa thực tiễn vì trên thực tế, đã có nhiều ứng dụng sử dụng hai dạng tập mờ loại hai này. Các kết quả này được trình bày trong các hệ quả dưới đây.

Trong trường hợp mở rộng của tập mờ loại hai khoảng, không gian nền là một tập các tập mờ loại một khoảng thay vì một tập các giá trị số, sử dụng Hệ quả 2.1 và Hệ quả 3.1 ta có kết quả gần đúng như sau.

Mệnh đề 4.1. *Xét tập mờ loại hai khoảng trên không gian nền là một tập các tập mờ loại một khoảng,*

$$\widetilde{A} = \sum_{i=1}^n \Big(\int_{[\mu_i - \sigma_i, \mu_i + \sigma_i]} \frac{1}{u} \Big) \Big/ \Big(\int_{[x_i - \Delta x_i, x_i + \Delta x_i]} \frac{1}{v} \Big) \tag{4.1}$$

Kết quả của phép giảm loại tổng quát $C^\beta(\widetilde{A})$ có thể được xấp xỉ về tập mờ loại một khoảng có trung bình x^* và độ lệch Δx,

$$x^* = \frac{\sum\limits_{i=1}^n \mu_i^{\wedge\beta} x_i}{\sum\limits_{i=1}^n \mu_i^{\wedge\beta}} \tag{4.2}$$

$$\Delta x = \frac{\sum\limits_{i=1}^n [\mu_i^{\wedge\beta} \Delta x_i + |x_i - x^*| \sigma_i^{\wedge\beta}]}{\sum\limits_{i=1}^n \mu_i^{\wedge\beta}} \tag{4.3}$$

trong đó

$$\mu_i^{\wedge\beta} = \frac{(\mu_i + \sigma_i)^\beta + (\mu_i - \sigma_i)^\beta}{2} \tag{4.4}$$

$$\sigma_i^{\wedge\beta} = \frac{(\mu_i + \sigma_i)^\beta - (\mu_i - \sigma_i)^\beta}{2} \tag{4.5}$$

với điều kiện $\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \sigma_i^{\wedge\beta}}{\sum\limits_{i=1}^{n} \mu_i^{\wedge\beta}} \ll 1$ (4.6)

và $[\mu_i - \sigma_i, \mu_i + \sigma_i] \subseteq X_\beta$ *với mọi* $i = 1...n,$ X_β *định nghĩa theo* (3.6). (4.7)

Trường hợp tập mờ loại hai khoảng trên không gian nền là tập các giá trị số, ta có kết quả thu gọn của Hệ qủa 4.1.

Hệ qủa 4.2. *Xét tập mờ loại hai khoảng trên không gian nền là tập các giá trị số,*

$$\widetilde{A} = \sum_{i=1}^{n} \Big(\int\limits_{[\mu_i - \sigma_i, \mu_i + \sigma_i]} \frac{1}{u} \Big) \Big/ x_i \tag{4.8}$$

Kết quả của phép giảm loại tổng quát $C^\beta(\widetilde{A})$ *có thể được xấp xỉ về tập mờ loại một khoảng có trung bình* x^* *và độ lệch* Δx*,*

$$x^* = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \mu_i^{\wedge\beta} x_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} \mu_i^{\wedge\beta}} \tag{4.9}$$

$$\Delta x = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} |x_i - x^*| \sigma_i^{\wedge\beta}}{\sum\limits_{i=1}^{n} \mu_i^{\wedge\beta}} \tag{4.10}$$

trong đó $\mu_i^{\wedge\beta}$ *xác định theo (4.4) và* $\sigma_i^{\wedge\beta}$ *xác định theo (4.5) với điều kiện (4.6) và (4.7) thỏa mãn.*

Mở rộng khái niệm tập mờ loại hai Gauss, không gian nền là một tập các tập mờ loại một Gauss thay vì một tập các giá trị số, sử dụng Hệ quả 2.3 và Hệ qủa 3.2 ta có kết quả gần đúng như trong mệnh đề sau.

Hệ qủa 4.3. *Xét tập mờ loại hai Gauss trên không gian nền là một tập các tập mờ loại một Gauss,*

$$\widetilde{A} = \sum_{i=1}^{n} \Big(\int\limits_{[0,1]} \frac{f_i(u)}{u} \Big) \Big/ \Big(\int\limits_{U} \frac{g_i(v)}{v} \Big) \tag{4.11}$$

với $f_i(u)$ *là hàm Gauss có trung bình* μ_i *và độ lệch chuẩn* σ_i*,* $g_i(v)$ *là hàm Gauss có trung bình* x_i *và độ lệch chuẩn* Δx_i*.*

Kết quả của phép giảm loại tổng quát $C^\beta(\widetilde{A})$ *có thể được xấp xỉ về tập mờ loại một Gauss có trung bình* x^* *và độ lệch chuẩn* Δx*,*

$$x^* = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \mu_i^{\wedge\beta} x_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} \mu_i^{\wedge\beta}} \tag{4.12}$$

$$\Delta x = \frac{\sum_{i=1}^{n}[\mu_i^{\wedge\beta}\Delta x_i + |x_i - x^*|\sigma_i^{\wedge\beta}]}{\sum_{i=1}^{n}\mu_i^{\wedge\beta}} \tag{4.13}$$

trong đó

$$\mu_i^{\wedge\beta} = \frac{(\mu_F + k\sigma_F)^\beta + (\mu_F - k\sigma_F)^\beta}{2} \tag{4.14}$$

$$\sigma_i^{\wedge\beta} = \frac{(\mu_F + k\sigma_F)^\beta - (\mu_F - k\sigma_F)^\beta}{2k} \tag{4.15}$$

với điều kiện $\quad k\frac{\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^{\wedge\beta}}{\sum_{i=1}^{n}\mu_i^{\wedge\beta}} \ll 1$ (4.16)

và $[\mu_i - k\sigma_i, \mu_i + k\sigma_i] \subseteq X_\beta$ *với mọi* $i = 1...n$, X_β *theo định nghĩa* (3.6). (4.17)

với k là số độ lệch chuẩn xem xét.

Tập mờ loại hai Gauss với không gian nền là tập các giá trị số, ta có kết quả thu gọn của Hệ qủa 4.3.

Hệ qủa 4.4. *Xét tập mờ loại hai Gauss trên không gian nền là tập các giá trị số,*

$$\widetilde{A} = \sum_{i=1}^{n}\Big(\int_{[0,1]}\frac{f_i(u)}{u}\Big)\Big/x_i \tag{4.18}$$

với $f_i(u)$ *là hàm Gauss có trung bình* μ_i *và độ lệch chuẩn* σ_i.

Kết quả của phép giảm loại tổng quát $C^\beta(\widetilde{A})$ *có thể được xấp xỉ về tập mờ loại một Gauss có trung bình* x^* *và độ lệch chuẩn* Δx,

$$x^* = \frac{\sum_{i=1}^{n}\mu_i^{\wedge\beta}x_i}{\sum_{i=1}^{n}\mu_i^{\wedge\beta}} \tag{4.19}$$

$$\Delta x = \frac{\sum_{i=1}^{n}|x_i - x^*|\sigma_i^{\wedge\beta}}{\sum_{i=1}^{n}\mu_i^{\wedge\beta}} \tag{4.20}$$

trong đó $\mu_i^{\wedge\beta}$ *xác định theo* (4.14) *và* $\sigma_i^{\wedge\beta}$ *xác định theo* (4.15) *với điều kiện* (4.16) *và* (4.17) *thỏa mãn.*

5. VÍ DỤ

Xét tập mờ loại hai Gauss $\widetilde{A} = \frac{\mu_{\widetilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\widetilde{A}}(x_2)}{x_2} + \frac{\mu_{\widetilde{A}}(x_3)}{x_3}$. Với mỗi x_i, $\mu_{\widetilde{A}}(x_i)$ là một tập mờ loại một Gauss trên $[0, 1]$, có trung bình μ_i và độ lệch chuẩn σ_i.

Giảm loại tổng quát cho $\widetilde{A}$, kết quả $C^\beta(\widetilde{A})$ được xấp xỉ thành tập mờ loại một Gauss có trung bình x^* và độ lệch chuẩn Δx.

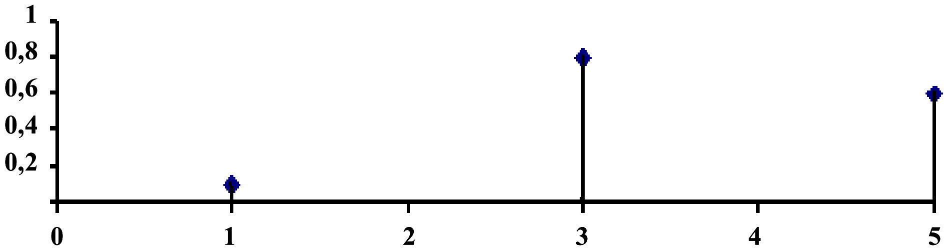
Xét trường hợp:

+ $x_1 = 1;\ x_2 = 3;\ x_3 = 5$

+ $\mu_1 = 0,1;\ \mu_2 = 0,8;\ \mu_3 = 0,6$

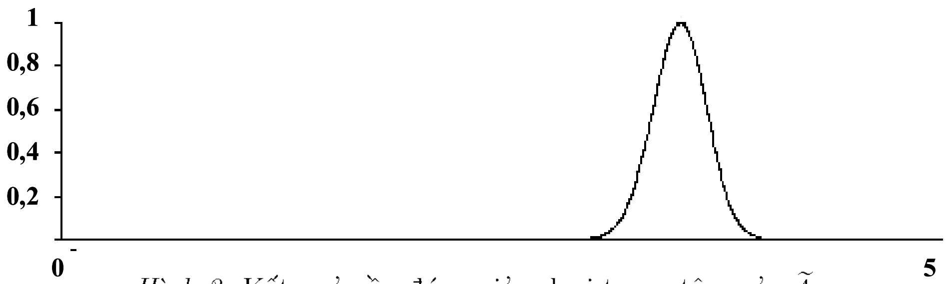
+ $\sigma_1 = 0,01;\ \sigma_2 = 0,08;\ \sigma_3 = 0,06.$

Tập mờ $\widetilde{A}$ được biểu diễn trong hình 2, trong đó chỉ biểu diễn giá trị trung bình của độ thuộc mờ của mỗi phần tử vào $\widetilde{A}$.

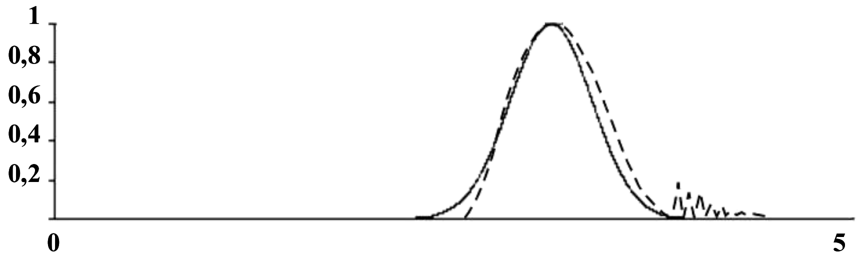


Hình 2. Biểu diễn rút gọn của tập mờ loại hai $\widetilde{A}$

Giảm loại bằng phép giảm loại trọng tâm. Kết quả gần đúng là tập mờ Gauss có trung bình $x^* = 3,666667$ và độ lệch chuẩn $\Delta x = 0,106667$. Tập mờ Gauss này được biểu diễn trong Hình 3.



Hình 3. Kết quả gần đúng giảm loại trọng tâm của $\widetilde{A}$



Hình 4. Kết quả giảm loại tổng quát thực và kết quả giảm loại gần đúng của $\widetilde{A}$
Đường trơn là kết quả gần đúng, đường đứt nét là kết quả thực

Giảm loại bằng phép giảm loại tổng quát với hệ số $\beta = 4$, chọn số lần độ lệch xem xét $k = 3$. Kết quả gần đúng là tập mờ Gauss có trung bình $x^* = 3,480252$ và độ lệch chuẩn $\Delta x = 0,2057139$. Kết quả giảm loại gần đúng và kết quả giảm loại thực được biểu diễn trên hình 4.

Qua ví dụ trên, có thể thấy rằng cũng như phép giải mờ tổng quát, với giá trị β càng lớn thì kết quả của phép giảm loại tổng quát càng tiến gần đến vị trí có độ thuộc lớn nhất.

6. KẾT LUẬN

Bài báo này đã trình bày cách tiếp cận xây dựng phép giảm loại tổng quát - là mở rộng của phép giải mờ tổng quát. Phép giảm loại tổng quát được trình bày là trường hợp tổng quát của phép giảm loại trọng tâm. Cách tiếp cận được trình bày có sử dụng đến các kết quả về phép giảm loại trọng tâm đã được chứng tỏ là có hiệu quả trong các ứng dụng [4, 5, 7].

Ngoài ra, bài báo còn cung cấp các kết quả gần đúng của phép giảm loại tổng quát cho tập mờ loại hai khoảng và tập mờ loại hai Gauss. Các kết quả này có ý nghĩa thực tế vì trên thực tiễn, có nhiều ứng dụng sử dụng hai dạng tập mờ này.

Phép giảm loại tổng quát sẽ rất có ích đối với các phương pháp tự xây dựng hệ mờ từ dữ liệu vì nó cung cấp thêm một tham số điều chỉnh β, tăng tính mềm dẻo trong việc xây dựng hệ mờ từ dữ liệu.

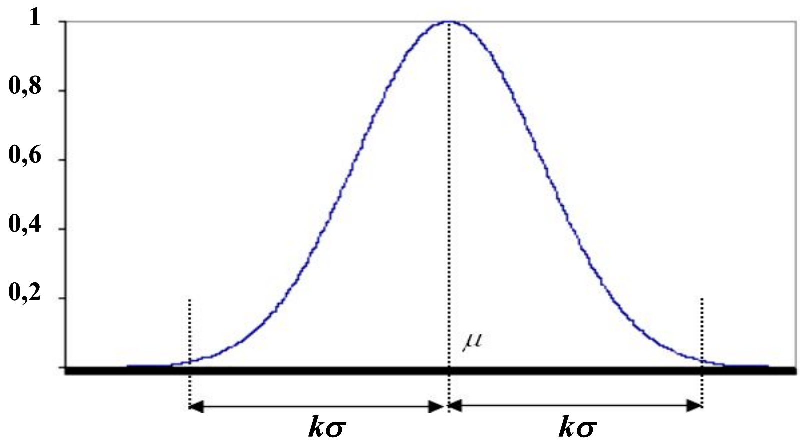
7. PHỤ LỤC

Phần phụ lục này trình bày cách xác định gần đúng giá đỡ cho tập mờ loại một Gauss và xác định gần đúng tập mờ loại một Gauss với giá đỡ cho trước.

Xét tập mờ Gauss F trên không gian R có trung bình μ và độ lệch chuẩn σ,

$$F = \int_R \mu_F(x)/x \text{ với } \mu_F(x) = \exp(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}) \tag{A.1}$$

Về lý thuyết, $\mu_F(x) > 0$ với mọi $x \in R$ và chỉ khi $x \to \pm\infty$ thì $\mu_F(x) \to 0$. Như vậy, miền giá đỡ của tập mờ F là cả không gian R.



Hình 5. Xác định giá đỡ gần đúng của tập mờ Gauss

Tuy nhiên, để áp dụng Định lý 3.1 cho tập mờ Gauss thì ta cần xác định gần đúng giá đỡ của F là một khoảng đóng. Qua thống kê, ta biết rằng 95% (99%) diện tích dưới đường cong Gauss là nằm trong khoảng $[\mu-2\sigma, \mu+2\sigma]$ hoặc $[\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]$. Nếu giả sử bỏ qua miền bên trái và bên phải của khoảng $[\mu-2\sigma, \mu+2\sigma]$ hoặc $[\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]$ thì giá đỡ của hàm Gauss được xấp xỉ thành một khoảng đóng. Các giá trị 2 và 3 trên được gọi là số lần độ lệch chuẩn xem xét. Quan hệ giữa số lần độ lệch chuẩn xem xét và giá đỡ gần đúng của tập mờ Gauss được biểu diễn trong hình 5.

Vậy cho trước tập mờ Gauss F có trung bình μ và độ lệch chuẩn σ, có thể xác định gần đúng giá đỡ của F là khoảng đóng

$$[\mu - k\sigma, \mu + k\sigma] \tag{A.2}$$

với k là số lần độ lệch chuẩn xem xét, thường $k = 2$ hoặc 3.

Ngược lại, cho $[a, b]$ là giá đỡ gần đúng của một tập mờ Gauss F, trọng tâm μ và độ lệch chuẩn σ của F được xác định như sau:

$$\mu = \frac{a+b}{2} \quad (A.3) \qquad\qquad \sigma = \frac{b-a}{2k} \quad (A.4)$$

với k là số lần độ lệch chuẩn xem xét.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] D. Dubois, H. Prade, *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Application,* Academic Press, Inc., New York, 1980.

[2] S. Holldobler, Tran Dinh Khang, H. Storr, A Fuzzy Description Logic with Hedges as Concept Modifiers, *Proceedings of the Third International Conference on Intelligent Technologies and Third Vietnam-Japan Symposium on Fuzzy Systems and Applications* (2002) 25–34.

[3] R. John, Type 2 Fuzzy Sets: an appraisal of theory and applications, *International Journal of Uncertainty, Fuzziness, and Knowledge-Based Systems* **6** (6) (1998) 563–576.

[4] N. N. Karnik, J. M. Mendel, Centroid of a Type-2 Fuzzy Set, *Information Sciences* 132 (2001) 195–220.

[5] N. N. Karnik, J. M. Mendel, Q. Liang, Type-2 Fuzzy Logic Systems, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **7** (6) (1999) 643–658.

[6] J. M. Mendel, Type-2 Fuzzy Logic: Expanded and Enhanced Fuzzy Logic, World Congress on Computational Intelligence, *IEEE Neural Networks Society* (2002). URL: http://pc91066.cse.cuhk.edu.hk/TechDocs/WCCI2002Tutorial/T12Mendel.PPT.

[7] Q. Liang, J. M. Mendel, Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems: Theory and Design, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **8** (5) (2000) 535–550.

[8] M. Mizumoto, K. Tanaka, Some Properties of Fuzzy Sets of Type 2, *Information and Control* **31** (1976) 312–340.

[9] Nguyen Cat Ho, W. Wechler, Hegde Algebras: An Algebraic Approach to Structure of Sets of Linguistic Truth Value, *Fuzzy Sets and Systems* **35** (1990) 281–293.

[10] Trần Đình Khang, Đinh Khắc Dũng, Suy diễn với tập mờ loại hai dựa trên đại số gia tử, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **19** (1) (2003) 16–30.

[11] R. R. Yager, Knowledge-based defuzzification, *Fuzzy Sets and Systems* **80** (1996) 177–185.

[12] L. A. Zadeh, Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* **3** (1) (1973) 28–44.

[13] L. A. Zadeh, The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning, *Part I: Information Sciences* **8** (1975) 199–249; *Part II: Information Sciences* **8** (1975) 301–357; *Part III: Information Sciences* **9** (1975) 43–80.

Nhận bài ngày 16 - 4 - 2003