Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T. 19, S. 3 (2003), 256–262

KHẢO SÁT CÁC ĐẶC TÍNH CỦA HỆ TRI THỨC F-LUẬT ĐƠN ĐIỆU YẾU

NGUYỄN THANH THỦY, TRỊNH KIM CHI, PHẠM THANH SƠN

Khoa Công Nghệ Thông Tin, ĐHBK Hà nội

Abstract. This paper presents results on the stableness (the stationariness, the consistency) of weakly monotonic F-rule systems, an extension of strongly monotonic F-rule systems that have been investigated in [1,2]. As shown in [1], this issue for monotonic, but not for strongly monotonic F-rule systems has been open. For this purpose, we transform a weakly monotonic F-ruler systems into an equivalent point-valued F-rule systems. Then, we prove that the results on the stableness of strongly monotonic F-rule systems can be extended for point-valued F-rule systems, and therefore for weakly monotonic ones.

Tóm tắt. Bài báo trình bày một số kết quả về tính ổn định (tính dừng và tính phi mâu thuẫn) của hệ tri thức F-luật đơn điệu yếu, một mở rộng thực sự của hệ tri thức đơn điệu mạnh đã được nghiên cứu trong [1, 2]. Như đã chỉ ra trong [1], việc nghiên cứu tính dừng và tính ổn định của các hệ tri thức đơn điệu, nhưng không đơn điệu mạnh vẫn là một vấn đề mở. Để nghiên cứu hệ tri thức F-luật đơn điệu yếu, ta biến đổi tương đương về hệ tri thức đơn điệu giá trị điểm. Chúng tôi đã chỉ ra được rằng kết quả trong [1] hoàn toàn có thể mở rộng để nhận kết quả tương tự đối với hệ tri thức giá trị điểm, do vậy đối với hệ tri thức dạng F-luật đơn điệu yếu.

1. MỞ ĐẦU

Trong công trình nghiên cứu về logic xác suất, Nilsson ([7]) đã đề xuất mô hình biểu diễn tri thức xác suất với giá trị khoảng và cơ chế suy luận dựa trên giải bài toán quy hoạch tuyến tính. Tác giả ([7, 8]) gọi đó là cơ chế suy diễn ngoài để phân biệt cơ chế suy diễn trong trên các luật. Một cách tổng quát, một luật logic giá trị khoảng được định nghĩa như sau: $J : \langle S_1, I_1\rangle \wedge \langle S_2, I_2\rangle \wedge ... \wedge \langle S_n, I_n\rangle \rightarrow \langle S, I\rangle$, trong đó I_i, I là các khoảng hay là các biến lấy giá trị khoảng thuộc $C[0,1]$ ($C[0,1]$ là tập các khoảng con của $[0,1]$). Trường hợp tất cả các I_i và I là các hằng khoảng (interval constants) đã được nghiên cứu khá kĩ trong [6]. Khi chúng suy biến thành các giá trị thuộc $[0,1]$, ta gọi đó là các luật giá trị điểm. Khi các $I_i, i = 1, ..., n$, là biến khoảng, còn I là hằng khoảng ta gọi đó là C-luật. Trường hợp ngược lại, khi tất cả các I_i và I đều là biến khoảng ta gọi đó là F-luật. Mỗi loại luật có một cơ chế suy diễn riêng biệt ([1, 2, 4, 6, 8]). Một hệ tri thức được định nghĩa như là một cặp $\Delta = (B, t)$ trong đó B là cơ sở luật, t là toán tử suy diễn trên đó. Gọi Γ là tập các atom xuất hiện trong cơ sở luật B. Khi đó mỗi ánh xạ từ Γ vào $C[0,1]$ có thể xem như là một phép gán giá trị (độ chắc chắn) cho các atom. Đặt $\Im$ là tập các phép gán giá trị như vậy. Khi đó, toán tử suy diễn cảm sinh bởi việc áp dụng luật $J : t_j : \Im \rightarrow \Im$ một mở rộng của modus ponens được định nghĩa như sau: $\forall \Pi \in \Im J t_j : (\Pi)(S) = \Pi(S) \cap I$ nếu S là vế phải của luật J, và $t_j(\prod)(S) = \prod(S)$ nếu ngược lại. Có thể mở rộng định nghĩa này cho môt tập con bất kỳ các luật thuộc B, thay vì áp dụng một luật J duy nhất. Một đặc trưng quan trọng khi nghiên cứu các hệ tri thức Δ là tính ổn định, (hệ sẽ dừng sau một số lần áp dụng toán tử suy diễn và cho kết quả phi mâu thuẫn [1,2,3]). Các kết quả trong [1] đã chứng tỏ bài toán quyết định tính dừng của hệ tri thức đơn điệu mạnh là giải được. Bài báo đã mở rộng các hệ tri thức F-luật đơn điệu yếu.

Bài báo được cấu trúc như sau: Mục 2 đưa ra môt số nhận xét về F-luật đơn điệu mạnh. Hệ luật giá trị điểm được nghiên cứu trong Mục 3 xem như là bước trung gian để nghiên cứu hệ F-luật đơn điệu yếu trong Mục 4.

2. NHẬN XÉT VỀ HỆ TRI THỨC ĐƠN ĐIỆU MẠNH ([1])

Một hệ tri thức được gọi là đơn điệu mạnh khi và chỉ khi tất cả các luật của nó là đồng thời đơn điệu trái và đơn điệu phải. Cụ thể, xét một luật trong cơ sở tri thức (CSTT):

$J : \langle S_1, v_1\rangle \wedge \langle S_2, v_2\rangle \wedge ... \wedge \langle S_n, v_n\rangle \rightarrow \langle S, v\rangle$, ở đây $v = f(v_1, v_2, ..., v_n)$, v_i là các biến khoảng và f là hàm biến khoảng.

J được gọi là đơn điệu trái nếu: Với hai bộ giá trị bất kỳ $(I_1, I_2, ..., I_n)$, $(I'_1, I'_2, ..., I'_n)$ thỏa mãn $\forall i = 1, ..., n$ thì $I'_j \subseteq I_j$, đặt $I = f(I_1, I_2, ..., I_n)$, $I' = f(I'_1, I'_2, ..., I'_n)$, ta có

a$_1$) $(\exists i,\ l(I_i)\langle l(I'_i)) \Longrightarrow l(I)\langle l(I')$.

b$_1$) $(\forall i,\ l(I_i) = l(I'_i)) \Longrightarrow l(I) = l(I')$.

J được gọi là đơn điệu phải nếu:

a$_2$) $(\exists i,\ r(I_i)\rangle r(I'_i)) \Longrightarrow r(I)\rangle l(I')$.

b$_2$) $(\forall i,\ r(I_i) = r(I'_i)) \Longrightarrow r(I) = r(I')$.

Trong [1] đã chứng minh được kết quả sau:

Định lý 1. ([1]) *Giả sử Δ_β là hệ tri thức đơn điệu mạnh. Đặt $N_{\max} = \{\max Depth(A) + 1 | A \in \Gamma\}$, ở đây là độ sâu của A trong đồ thị tương ứng với hệ tri thức Δ_β. Hệ tri thức Δ_β là ổn định khi và chỉ khi nó ổn định tại bước lặp thứ $N_{\max}$.*

Nhận xét

a) Đối với mỗi hệ luật trong hệ tri thức đơn điệu mạnh, trong cận trái của atom, ở vế phải luật là hàm của các cận trái của các atom thuộc vế trái mà không phụ thuộc vào các cận phải của atom ở vế trái. Tương tự, cận phải của các atom ở vế phải là hàm của cận phải của các atom ở vế trái mà không phụ thuộc vào các cận trái của các atom ở vế trái.

b) Dựa vào nhận xét a) ta có thể định nghĩa luật đơn điệu mạnh như sau: $J : \langle S_1, I_1\rangle \wedge \langle S_2, I_2\rangle \wedge ... \wedge \langle S_n, I_n\rangle (\overrightarrow{\wedge}) \langle S, I\rangle$, với các biến khoảng $I_i = [x_i, y_i]\ \forall i = 1, 2, ..., n,\ I = [x, y]$, ở đây $x = g(x_1, x_2, ..., x_n),\ y = h(y_1, ..., y_n)$, sao cho:

• Với 2 bộ $(x_1, x_2, ..., x_n),\ (x'_1, x'_2, ..., x'_n)$ bất kỳ:

+ $\forall i = 1, 2, ..., n,\ x_i \leq x'_i \Rightarrow g(x_1, x_2, ..., x_n) \leq g(x'_1, x'_2, ..., x'_n)$.

+ Nếu tồn tại một bất đẳng thức thực sự $x_i < x'_i$ thì $g(x_1, x_2, ..., x_n) < g(x'_1, x'_2, ..., x'_n)$.

• Với 2 bộ $(y_1, ..., y_n),\ (y'_1, ..., y'_n)$ bất kỳ.

+ $\forall i = 1, 2, ..., n,\ y_i \geq y'_i \Rightarrow h(y_1, ..., y_n) \geq h(y'_1, ..., y'_n)$.

+ Nếu tồn tại một bất đẳng thức thực sự $y_i > y'_i$ thì $h(y_1, ..., y_n) > h(y'_1, ..., y'_n)$.

Hơn nữa, luật đơn điệu có thể định nghĩa như sau:

$J : \langle S_1, I_1\rangle \wedge \langle S_2, I_2\rangle \wedge \cdots \wedge \langle S_n, I_n\rangle \rightarrow \langle S, I\rangle$, với các biến khoảng $I_i = [x_i, y_i]$ $\forall i = 1, 2, ..., n,\ I = [x, y]$, ở đây $x = g(x_1, x_2, ..., x_n, y_1, ..., y_n),\ y = h(x_1, x_2, ..., x_n, y_1, ..., y_n)$ được gọi là đơn điệu nếu với 2 bộ $(x_1, x_2, ..., x_n, y_1, ..., y_n),\ (x'_1, x'_2, ..., x'_n, y'_1, ..., y'_n)$ bất kỳ, thỏa mãn $\forall i = 1, 2, ..., n,\ x_i \leq x'_i,\ y_i \geq y'_i$ thì $g(x_1, x_2, ..., x_n, y_1, ..., y_n) \leq g(x'_1, x'_2, ..., x'_n, y_1, ..., y_n)$, $h(x_1, x_2, ..., x_n, y_1, ..., y_n) \geq h(x_1, x_2, ..., x_n, y'_1, ..., y'_n)$.

c) Định nghĩa trên cho thấy tập các luật đơn điệu mạnh chỉ chiếm một phần rất nhỏ trong số các luật đơn điệu. Thật vậy, nếu như luật đơn điệu mạnh thì cận trái (cận phải) của atom vế phải phụ thuộc vào tất cả các cận trái (các cận phải) của các atom ở vế trái của luật. Ta sẽ xem xét một lớp luật đơn điệu yếu sao cho cận trái (cận phải) của vế phải chỉ phụ thuộc vào một số cận trái (phải) của các atom vế trái. Ngoài ra, trong phần sau sẽ xem xét cả trường hợp cận trái của atom ở vế phải phụ thuộc chặt chẽ đồng thời vào một số cận trái và phải của các atom ở bên vế trái.

3. HỆ TRI THỨC GIÁ TRỊ ĐIỂM

Nhằm phục vụ cho việc mở rộng hệ tri thức đơn điệu yếu sẽ trình bày trong Mục 4, ở đây đưa ra khái niệm hệ tri thức giá trị điểm.

Định nghĩa 1. Hệ tri thức giá trị điểm:

Sự kiện: là một cặp $\langle S, a\rangle$ gồm atom S và một giá trị $a \in [0,1]$.

Luật: $J : \langle S_1, v_1\rangle \wedge \cdots \wedge \langle S_n, v_n\rangle \to \langle S, v\rangle$, với $v_1, v_2, ..., v_n$ là các biến lấy giá trị thuộc $[0,1]$, $v = f(v_1, v_2, ..., v_n)$ là ánh xạ từ $[0,1]^n$ vào $[0,1]$.

Cơ sơ tri thức β: Gồm tập các sự kiện β_f và tập các luật β_r.

Ký hiệu Γ là tập các atom xuất hiện trong cơ sở tri thức.

Phép lập luận: Gọi $\Im$ là tập các ánh xạ từ Γ vào [0,1].

Khi đó phép lập luận $t_p : \Im \to \Im$ được xác định như sau: Với mỗi $u \in \Im$, $u : \Gamma \to [0,1]$ ta có:

$$t_p(u)(A) = \max\{u(A),\ \max\{f_j(a_{i1}, ..., a_{im}) | j \in E_A\}\},$$

với $u(A)$ là giá trị của A và E_A là tập các luật có vế phải của A trong cơ sở tri thức $f_j(a_{i1}, ..., a_{im})$ là hàm biến khoảng tương ứng với luật $j \in E_A$.

Hệ tri thức: Gồm cơ sở tri thức β và phép lập luận t_p, $\Delta_\gamma = (\beta, t_p)$.

Giá trị của các atom đối với hệ tri thức:

+ Giá trị ban đầu: Nếu sự kiện $\langle A_i, a_i\rangle$ thuộc β_f thì ban đầu $a_A^0 = a_i$. Ngược lại, $a_A^0 = 0$.
+ Giá trị sau bước lặp thứ n : $u_A^n = t_p(u^{n-1})(A)$.

Tương tự trong [1] ta đưa vào khái niệm đồ thị có hướng G_γ tương ứng hệ tri thức Δ_γ. Các khái niệm $Depth(A)$ cũng được định nghĩa như trong [1]. Các định nghĩa sau đây tương tự trong [1].

Định nghĩa 2. Luật giá trị điểm đơn điệu.

Luật $J : \langle S_1, v_1\rangle \wedge \cdots \wedge \langle S_n, v_n\rangle \to \langle S, v\rangle$, $v = f(v_1, v_2, ..., v_n)$ được gọi là đơn điệu nếu đối với hai bộ $(a_1, a_2, ..., a_n)$, $(a'_1, a'_2, ..., a'_n)$ thỏa mãn $0 \le a_i \le a'_i \le 1$ thì:

- $f(a_1, a_2, ..., a_n) \le f(a'_1, a'_2, ..., a'_n)$.
- $\exists i,\ a_i \langle a'_i$ thì $f(a_1, a_2, ..., a_n) \langle f(a'_1, a'_2, ..., a'_n)$.

Hệ tri thức điểm đơn điệu là hệ tri thức trong đó mọi luật của nó đều là đơn điệu.

Định nghĩa 3. Ta nói hệ tri thức điểm Δ_γ dừng ở bước lặp thứ n nếu với mọi $A \in \Gamma$, $u_A^n = u_A^{n-1}$. Hệ tri thức điểm Δ_γ là dừng nếu tồn tại n để hệ dừng tại bước lặp thứ n.

Định nghĩa 4. Ta xây dựng các vị từ sau đây:

- $c(A, n) = a_A^n > a_A^{n-1}$.

• $act(X, A, n) = true$ nếu thỏa mãn đồng thời 2 điều kiện:

$C(A, n)$ và $u_A^n = \max\{u(A), \max\{f_j(a_{i1}, ..., a_{im})|j \in E_A \cap T_X\}\}$ với $T_X = \{i|X \in left_i\}$.

• Với $A \in \Gamma$, gọi t-đường bậc n của A là dãy $X_1 \to X_2 \to ... \to X_n = A$ với $X_i \in \Gamma$ thỏa mãn $\forall i \in 1, 2, ..., n-1 : act(X_i, X_{i+1}, i+1)$.

Khi đó, với $1 \leq k \leq n$ thì $X_k \to X_{k+1} \to ... \to X_n$ là một t-đường bậc $n - k + 1$ của A.

Đường đơn là một dãy $X_1 \to X_2 \to ... \to X_n$ với $X_i \in \Gamma$ và $X_i \neq X_j$ $\forall i \neq j \leq n$.

Tương tự như việc chứng minh Định lý 1 trong [1] , ta đi chứng minh định lý sau:

Định lý 2. *Giả sử hệ tri thức điểm là đơn điệu. Đặt* $N_{\max} = \max\{Depth(A) + 1/A \in \Gamma\}$. *Hệ là dừng khi và chỉ khi hệ dừng tại bước lặp thứ* $N_{\max}$.

Việc chứng minh Định lý 2 cho hệ tri thức giá trị điểm được thực hiện tương tự như việc chứng minh Định lý 1 trong [1] bằng cách đưa ra 4 bổ đề:

Bổ đề 1. *Nếu có* $A \in \Gamma$ *và một số* $n \geq 2$ *sao cho* $c(A, n)$ *thì có* $X \in \Gamma$ *để* $c(A, n-1)$ *và* $act(X, A, n)$.

Bổ đề 2. *Xét hệ đơn điệu, phi mâu thuẫn. Nếu có* $A \in \Gamma$ *và* $n \geq 2$ *sao cho* $c(A, n)$ *thı tồn tại* t*-đường bậc* n *của* A.

Bổ đề 3. *Giả sử* $X_k \to X_{k+1} \to ... \to X_n$ *là một* t*-đường bậc* $n - k + 1$ *của* A. *Khi đó nếu tồn tại* $k_0 > k$ *mà* $c(X_k, k_0)$ *thì tồn tại* $n_0 > n$ *thỏa mãn* $c(X_n, n_0)$.

Bổ đề 4. *Nếu có* $A \in \Gamma$ *sao cho tồn tại* $N > Depth(A)$ *thỏa* $c(A, N)$ *thì* $\exists N^* > N$ *thỏa* $c(A, N^*)$.

4. HỆ TRI THỨC ĐƠN ĐIỆU YẾU

Định nghĩa 5. (Hệ tri thức đơn điệu yếu)

Một hệ tri thức là đơn điệu yếu khi và chỉ khi tất cả các luật của nó là đơn điệu yếu. Luật J được gọi là đơn điệu yếu nếu thỏa mãn điều kiện sau:

$J : \langle S_1, I_1\rangle \wedge \langle S_2, I_2\rangle \wedge \cdots \wedge \langle S_n, I_n\rangle \to \langle S, I\rangle$, với các biến khoảng $I_i = [x_i, y_i]$ $\forall i = 1, 2, ..., n$, $I = [x, y]$ với:

$$x = g(x_{i1}, ..., x_{im}, y_{j1}, ..., y_{jk}).$$

$$y = h(x_{t1}, ..., x_{tp}, y_{l1}, ..., y_{lq}).$$

Ở đây $\{i_1, ..., i_m\}$, $\{j_1, ..., j_k\}$, $\{t_1, ..., t_p\}$, $\{l_1, ..., l_q\}$ là các tập con của $\{1, 2, ..., n\}$ sao cho: $\{i_1, ..., i_m\} \cup \{j_1, ..., j_k\} \cup \{t_1, ..., t_p\} \cup \{l_1, ..., l_q\} = \{1, 2, ..., n\}$. Điều kiện này là cần thiết, bởi nếu không, sẽ có một atom ở vế trái không có ảnh hưởng gì tới atom bên vế phải của luật. Hơn nữa, với hai bộ $(x_{i1}, ..., x_{im}, y_{j1}, ..., y_{jk})$, $(x'_{i1}, ..., x'_{im}, y'_{j1}, ..., y'_{jk})$ thỏa mãn:

$\forall i \in (i_1, ..., i_m)$, $x_i \leq x'_i$; $\forall j \in (j_1, ..., j_k)$, $y_j \geq y'_j$ thì:

• $g(x_{i1}, ..., x_{im}, y_{j1}, ..., y_{jk}) \leq g(x'_{i1}, ..., x'_{im}, y'_{j1}, ..., y'_{jk})$.

• Nếu tồn tại một bất đẳng thức thực sự $x_i < x'_i$ hay $y_j > y'_j$ thì $g(x_{i1}, ..., x_{im}, y_{j1}, ..., y_{jk}) < g(x'_{i1}, ..., x'_{im}, y'_{j1}, ..., y'_{jk})$.

Với hai bộ bất kỳ $(x_{t1}, ..., x_{tp}, y_{l1}, ..., y_{lq})$, $(x'_{t1}, ..., x'_{tp}, y'_{l1}, ..., y'_{lq})$ thỏa mãn:

$\forall i \in (t_1, ..., t_p)$, $x_i \leq x'_i$; $\forall j \in (l_1, ..., l_q)$, $y_j \geq y'_j$ thì:

• $h(x_{t1},...,x_{tp},y_{l1},...,y_{lq}) \geq h(x'_{t1},...,x'_{tp},y'_{l1},...,y'_{lq})$.

• Nếu tồn tại một bất đẳng thức thực sự $x_i < x'_i$ hay $y_j > y'_j$ thì $h(x_{t1},...,x_{tp},y_{l1},...,y_{lq}) \geq h(x'_{t1},...,x'_{tp},y'_{l1},...,y'_{lq})$.

Định nghĩa 6. (Chuyển hệ tri thức đơn điệu yếu về hệ tri thức điểm). Với một hệ tri thức đơn điệu yếu Δ_β như đã định nghĩa ở trên, ta xây dựng hệ tri thức điểm tương ứng Δ_γ như sau:

+ Một atom S của Δ_β tương ứng hai atom S_l, S_r của Δ_γ.

  Nếu giá trị ban đầu của S trong Δ_β là $[x,y]$ thì giá trị ban đầu của S_l, S_r tương ứng là $u^0_{sl} = x$; $u^0_{sr} = 1-y$;

+ Với mỗi luật J trong Δ_β : J : $\langle S_1, I_1\rangle \wedge \langle S_2, I_2\rangle \wedge \cdots \wedge \langle S_n, I_n\rangle \rightarrow \langle S, I\rangle$, $I_i = [x_i, y_i]$ $\forall i = 1,2,...n$, $I = [x,y]$, $x = g(x_{i1},...,x_{im},y_{j1},...,y_{jk})$, $y = h(x_{t1},...,x_{tp},y_{l1},...,y_{lq})$, ở đây $\{i_1,...,i_m\}$, $\{j_1,...,j_k\}$, $\{t_1,...,t_p\}$, $\{l_1,...,l_q\}$ là các tập con của $\{1,2,...,n\}$ tương ứng với hai luật sau đây trong Δ_γ.

  Luật $J_1 : \langle S_{i1}, a_{i1}\rangle \wedge \cdots \wedge \langle S_{im}, a_{im}\rangle \wedge \langle S_{j1}, a_{j1}\rangle \wedge \cdots \wedge \langle S_{jk}, a_{jk}\rangle \rightarrow \langle S, a\rangle$.

  $a = g(a_{i1},...,a_{im}, 1-a_{j1},...,1-a_{jk})$.

  Luật $J_2 : \langle S_{t1}, a_{t1}\rangle \wedge \cdots \wedge \langle S_{tp}, a_{tp}\rangle \cdots \langle S_{l1}, a_{l1}\rangle \wedge \cdots \wedge \langle S_{lq}, a_{lq}\rangle \rightarrow \langle S, a\rangle$.

  $a = h(a_{t1},...,a_{tp}, 1-a_{l1},...,1-a_{lq})$.

Mệnh đề 1. *Nếu luật J là luật đơn điệu yếu trong hệ Δ_β thì các luật J_1, J_2 là đơn điệu theo nghĩa trong hệ tri thức điểm.*

Chứng minh. Xét luật J_1. Xét hai bộ $(a_{i1},...,a_{im},a_{j1},...,a_{jk})$, $(a'_{i1},...,a'_{im},a'_{j1},...,a'_{jk})$ bất kỳ sao cho $a_i \leq a'_i$ $\forall i \in \{i_1,...,i_m\} \cup \{j_1,...,j_k\}$.
Như vậy, $a_i \leq a'_i$ $\forall i \in \{i_1,...,i_m\}$ và $1-a_i \geq 1-a'_i$ $\forall i \in \{j_1,...,j_k\}$.
Do J là luật đơn điệu yếu, cho nên:

$f(a_{i1},...,a_{im}, 1-a_{j1},...,1-a_{jk}) \leq f(a'_{i1},...,a'_{im}, 1-a'_{j1},...,1-a'_{jk})$ nghĩa là $a \leq a'$.

Mặt khác, nếu tồn tại một bất đẳng thức thực sự $a_i \leq a'_i$ với $i \in \{i_1,...,i_m\} \cup \{j_1,...,j_k\}$ thì ta cũng sẽ có $a < a'$ dựa trên định nghĩa J là luật đơn điệu yếu.
Luật J_2: chứng minh tương tự. ■

Mệnh đề 2. *Kết quả thực hiện phép lập luận tổng thể trên hai hệ tri thức Δ_β và Δ_γ là tương đương nhau theo nghĩa nếu I^n_S là giá trị gán cho S, u^n_{Sl} và u^n_{Sr} là các giá trị gán cho S_l, S_r tương ứng trong Δ_γ thì : $I^n_S = [a^n_{Sl}, a^n_{Sr}]$* (*)

Chứng minh. Ta sẽ chứng minh bằng phương pháp quy nạp theo n :

• Với $n = 0$: rõ ràng $I^0_S = [a^0_{Sl}, a^n_{Sr}], S \in \Delta_\beta$.

• Giả sử (*) đúng đến $n-1$. Ta sẽ chứng minh (*) đúng với n.

Xét $S \in \Delta_\beta$ bất kì:

Trong $\Delta_\beta, I^n_S = I^{n-1}_S \cap (\bigcap_{j \in E_s} [f_j(I^{n-1}), g_j(I^{n-1})])$.

Suy ra $l(I^n_S) = \max(l(I^{n-1}_S), \max\{f_j(I^{n-1}) | j \in E_S\})$. (1)

Mặt khác, trong Δ_r

$$a_{Sl}^n = \max(a_{Sl}^{n-1}, \max\{f_j(a^{n-1})|j \in E_{Sl}\}) \tag{2}$$

Ở đây E_{Sl} là tập các luật trong Δ_γ có atom ở vế phải là S_l.

Dễ thấy, với mỗi luật $j \in E$ trong Δ_β tương ứng với hai luật trong Δ_γ, một luật thuộc E_{Sl}, một luật thuộc E_{Sr}.

Với mỗi $j \in E_S$ ta có:

$$\begin{aligned} f_j(I^{n-1}) &= f_j(x_{Si1}^{n-1}, ..., x_{Sim}^{n-1}, y_{Sj1}^{n-1}, ..., y_{Sjk}^{n-1}) = f(a_{Sli1}^{n-1}, ..., a_{Slim}^{n-1}, 1 - a_{Sri1}^{n-1}, ..., 1 - a_{Srjk}^{n-1}) \\ &= f_j(a^{n-1}),\ (j \in E_{Sl} \ \text{ trong } \Delta_\gamma) \end{aligned} \tag{3}$$

Theo giả thiết quy nạp: $l(I_S^{n-1}) = a_{Sl}^n$ (4)

Từ (1), (2), (3), (4) ta có $l(I_S^n) = a_{Sl}^n$ (5)

Hoàn toàn tương tự, $r(I_S^n) = 1 - a_{Sr}^n$ (6)

Từ (5), (6) suy ra mệnh đề đã được chứng minh. ■

Nhận xét về đồ thị $G_\gamma(V_\gamma, E_\gamma)$

Khi nghiên cứu hệ tri thức đơn điệu yếu, dựa trên mệnh đề trên ta có thể kiểm tra tính dừng của nó bằng cách chuyển về hệ tri thức điểm. Ta sẽ xem xét đến mối liên hệ giữa $N_{\max}(G_\beta)$ và $N_{\max}(G_\gamma)$. Thực vậy, ta tiến hành xây dựng đồ thị $G_\beta(V_\beta, E_\beta)$ cho hệ tri thức đơn điệu yếu và xây dựng đồ thị $G_\gamma(V_\gamma, E_\gamma)$ cho hệ tri thức điểm.

Dễ thấy, số đỉnh của G_γ gấp đôi số đỉnh của G_β. Nếu (A,B) là một cung của G_β, thì trong đồ thị G_γ có ít nhất một trong bốn cung $(A_l, B_l), (A_r, B_l), (A_l, B_r), (A_r, B_r)$. Trong trường hợp tổng quát khó có thể đưa ra kết luận về quan hệ giữa $N_{\max}(G_\beta)$ và $N_{\max}(G_\gamma)$.

Trong trường hợp đặc biệt, hệ tri thức đơn điệu yếu suy biến thành hệ tri thức đơn điệu mạnh, thì G_γ sẽ được tách ra thành hai đồ thị rời nhau, khi đó $N_{\max}(G_\beta) = N_{\max}(G_\gamma)$. Ta có định lý sau đối với hệ tri thức đơn điệu yếu.

Định lý 3. *Giả sử hệ tri thức Δ_β là đơn điệu yếu. Đặt $M_{\max} = \max\{Depth(A) + 1|A \in \Gamma\}$, với Depth(A) được định nghĩa trong đồ thị G_γ của hệ tri thức Δ_γ tương ứng. Hệ tri thức Δ_β là ổn định khi và chỉ khi hệ ổn định tại bước lặp thứ $M_{\max}$.*

Chứng minh.

- Giả sử hệ là ổn định tại bước lặp thứ $M_{\max}$. Ta sẽ chứng minh hệ là ổn định.

  Thật vậy, dễ dàng thấy $\forall n \geq M_{\max} \forall A \in \Gamma, I_A^n = I_A^{Mmax}$. Điều này chứng tỏ hệ ổn định.
- Giả sử hệ là ổn định, ta sẽ chứng minh hệ ổn định tại bước $M_{\max}$.

  Giả sử ngược lại, hệ không ổn định tại bước $M_{\max}$ tức là $\forall A$ sao cho:

$$I_A^{M\max} \neq I_A^{M\max - 1}. \tag{*}$$

Xét hệ tri thức điểm tương ứng của hệ tri thức Δ_β:

Từ (*) ta suy ra $(a_{Al}^{Mmax-1} < a_{Al}^{Mmax})$ hoặc $(a_{Ar}^{Mmax-1} < a_{Ar}^{Mmax})$.

Nói cách khác, hệ tri thức không dừng tại bước $M_{\max}$. Theo định lý cho hệ tri thức điểm thì hệ tri thức Δ_γ sẽ không dừng. Do đó, Δ_β cũng sẽ không dừng. Điều này mâu thuẫn với giả thiết hệ là ổn định. Do vậy, hệ ổn định tại bước $M_{\max}$.

4. KẾT LUẬN

Kết quả Định lý 3 cho phép nghiên cứu tính dừng của các hệ F-luật đơn điệu yếu. Có thể thấy lớp các hệ đơn điệu yếu đã mở rộng thực sự so với các hệ đơn điệu mạnh. Tuy nhiên, việc mở rộng tiếp theo vẫn là vấn đề tồn tại.

Một vấn đề quan trọng là đưa ra toán tử suy diễn tích hợp trong hệ tri thức bao gồm nhiều loại luật: luật giá trị điểm, C-luật, F-luật, luật giá trị hằng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] N. T. Thủy, P. D. Hiệu, Lập luận trong các hệ tri thức F-luật, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **17** (1) (2001).

[2] N. T. Thủy, P. D. Hiệu, Các cơ chế lập luận trong các hệ tri thức F-luật đơn điệu, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **18** (1) (2002).

[3] N. T. Thủy, P. D. Hiệu, Đơn điệu hoá hệ tri thức F-luật, *Báo cáo chuyên môn tại Trung tâm tính toán hiệu năng cao,* Trường Đại học Bách khoa Hà Nội (2001).

[4] P. D. Diệu, On a theory on Interval-valued probabilistic logic, *Research Report 5,* Viet Nam NCSR, 1991.

[5] D. Dubois, H. Prade, *Possibility Theory: an aproach to computerised processing of uncertainty*, Plenum Press, NewYork and London, 1998.

[6] NG. Raymond, V. S. Subrahmanian, Probabilistic Logic Programming, *Information and Computation* **101** (1992) 150–201.

[7] N. Nilsson, Probabilistic logic, *Artificial Intelligent* **28** (1986) 71–87.

[8] P. D. Diệu, T. Đ. Quế, Reasoning in knowledge bases with external and internal uncertainty, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **10** (2) (1994) 1–8.

Nhận bài ngày 13 - 11 - 2002