

ÔTÔMÁT HỮU HẠN HAI PHÍA

ĐẶNG HUY RUẬN

Khoa Toán - Cơ - Tin học, Trường Đại học Khoa học tự nhiên Hà Nội

Abstract. This article presents the model of a double-side finite automate, which includes two separate finite automates.

Its also affirms that the classes of languages recognized by these automates are coincidental with class of regular language.

Tóm tắt. Bài báo trình bày về mô hình Ôtômát hữu hạn hai phía gồm một cặp ôtômát hữu hạn rời nhau. Bài báo cũng chỉ ra rằng lớp ngôn ngữ được đoán nhận bởi các ôtômát hai phía trùng với lớp ngôn ngữ chính quy.

1. ÔTÔMÁT HỮU HẠN THEO MÔ HÌNH TRUYỀN THỐNG

Ôtômát hữu hạn theo mô hình truyền thống chỉ có thể mô tả một số lớp quá trình vô hạn một phía. Để mô tả quá trình vô hạn cả hai phía đòi hỏi ôtômát hữu hạn theo mô hình mới.

Trong [1] M.O.Rabin và D.Scott đã đưa ra mô hình ôtômát hai phía, trong đó đầu đọc có thể di chuyển sang phải, sang trái.

Bài này trình bày mô hình ôtômát hai phía gồm hai ôtômát hữu hạn rời nhau, trong đó một ôtômát với hàm chuyển luôn luôn tác động về phía trái, còn ôtômát kia có hàm chuyển luôn luôn tác động về phía phải.

Bài viết cũng khẳng định: Lớp ngôn ngữ được đoán nhận bởi các ôtômát hữu hạn hai phía trùng với lớp ngôn ngữ chính quy.

2. NGÔN NGỮ PHẢI, NGÔN NGỮ TRÁI

Giả sử có bảng chữ cái $\Sigma = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$.

Xâu $\vec{a} = a_{i_1}a_{i_2}\dots a_{i_t}$ được đọc theo thứ tự trái sang phải (tức đánh số các ký tự tăng dần từ trái sang phải) được gọi là từ theo thứ tự phải hay từ phải.

Ký hiệu từ phải được đặt dưới mũi tên định hướng phải.

Xâu $\overleftarrow{\beta} = b_{j_s}b_{j_{s-1}}\dots b_{j_2}b_{j_1}$ được đọc theo thứ tự từ phải sang trái (tức đánh số các ký tự tăng dần từ phải sang trái) được gọi là từ theo thứ tự trái hay từ trái, ký hiệu từ trái bao giờ cũng được đặt dưới mũi tên định hướng trái.

Tập gồm các từ theo thứ tự phải được gọi là ngôn ngữ theo thứ tự phải hay ngôn ngữ phải và mọi ký hiệu chỉ ngôn ngữ phải đều đặt dưới mũi tên hướng về phía phải.

Tập gồm các từ theo thứ tự trái được gọi là ngôn ngữ theo thứ tự trái hay ngôn ngữ trái và mọi ký hiệu chỉ ngôn ngữ trái đều đặt dưới mũi tên hướng về phía trái.

Nhận xét. Từ phải, ngôn ngữ phải chính là từ và ngôn ngữ hiểu theo định nghĩa truyền thống. Bởi vậy khi không cần phân biệt tính trái, phải ta gọi ngay là từ và ngôn ngữ.

3. TÍCH GHÉP

Giả sử có các từ phải $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ và các từ trái $\overleftarrow{\gamma}, \overleftarrow{\delta}$. Người ta gọi xâu nhận được sau khi viết tiếp $\vec{\beta}$ ngay sau bên phải $\vec{\alpha}$ là tích ghép của từ phải $\vec{\alpha}$ với từ phải $\vec{\beta}$ và viết $\vec{\alpha}.\vec{\beta}$.

Người ta gọi xâu nhận được sau khi viết $\overleftarrow{\delta}$ tiếp ngay sau bên trái $\overleftarrow{\gamma}$ là tích ghép của từ trái $\overleftarrow{\gamma}$ với từ trái $\overleftarrow{\delta}$ và viết $\overleftarrow{\delta}.\overleftarrow{\gamma}$.

Người ta gọi xâu nhận được sau khi viết từ phải $\vec{\alpha}$ ngay bên phải từ trái $\overleftarrow{\gamma}$ là tích ghép của từ trái $\overleftarrow{\gamma}$ với từ phải $\vec{\alpha}$ và viết $\overleftarrow{\gamma}.\vec{\alpha}$.

Xâu ω được gọi là từ theo thứ tự hai phía hay từ hai phía, nếu nó là tích ghép của từ trái $\overleftarrow{\gamma}$ với từ phải $\vec{\alpha}$, tức $\omega = \overleftarrow{\gamma}.\vec{\alpha}$.

Ngôn ngữ gồm các từ hai phía được gọi là ngôn ngữ hai phía. Ký hiệu để chỉ ngôn ngữ hai phía bao giờ cũng được đặt dưới mũi tên hai chiều.

Giả sử \vec{A}, \vec{B} là các ngôn ngữ phải, $\overleftarrow{C}, \overleftarrow{D}$ là các ngôn ngữ trái trên bảng chữ cái Σ .

Ngôn ngữ phải

$$\vec{A}.\vec{B} = \{\vec{x} \in \Sigma^* \mid \exists \vec{y} \in \vec{A}, \exists \vec{z} \in \vec{B} (\vec{x} = \vec{y}.\vec{z})\}$$

được gọi là tích ghép của các ngôn ngữ phải \vec{A} và \vec{B} đồng thời ký hiệu bằng $\vec{A}.\vec{B}$.

Ngôn ngữ trái

$$\overleftarrow{D}.\overleftarrow{C} = \{\overleftarrow{x} \in \Sigma^* \mid \exists \overleftarrow{y} \in \overleftarrow{C}, \exists \overleftarrow{z} \in \overleftarrow{D} (\overleftarrow{x} = \overleftarrow{z}.\overleftarrow{y})\}$$

được gọi là tích ghép của các ngôn ngữ trái \overleftarrow{C} và \overleftarrow{D} đồng thời ký hiệu bằng $\overleftarrow{D}.\overleftarrow{C}$.

Ngôn ngữ hai phía

$$\overleftarrow{C}.\vec{A} = \{\overleftarrow{x} \in \Sigma^* \mid \exists \overleftarrow{y} \in \overleftarrow{C}, \exists \vec{z} \in \vec{A} (\overleftarrow{x} = \overleftarrow{y}.\vec{z})\}$$

được gọi là tích ghép của ngôn ngữ trái \overleftarrow{C} và ngôn ngữ phải \vec{A} đồng thời ký hiệu bằng $\overleftarrow{C}.\vec{A}$.

4. ÔTÔMÁT PHẢI, ÔTÔMÁT TRÁI

Ôtômát hữu hạn $A_t = (S, \Sigma, s_0, \delta, F)$, mà hàm chuyển của nó tác động theo nguyên tắc:

$$\forall s \in S, \forall a \in \Sigma, \forall x \in \Sigma^* (\delta(s, ax) = \delta(\delta(s, a), x))$$

$$[\forall s \in S, \forall a \in \Sigma, \forall x \in \Sigma^* (\delta(s, xa) = \delta(\delta(s, a), x))]$$

được gọi là ôtômát tác động phải hay ôtômát phải. [ôtômát tác động trái hay ôtômát trái].

Ôtômát phải chính là ôtômát hiểu theo định nghĩa truyền thống, nên trong trường hợp không cần phân biệt giữa tính trái, phải ta gọi là ôtômát.

Giả sử $A_t = (S, \Sigma, s_0, \delta, F)$ là một ôtômát trái. Tập từ trái

$$T(\overleftarrow{A}_t) = \{\overleftarrow{x} \in \Sigma^* \mid \delta(s_0, \overleftarrow{x}) \in F\}$$

được gọi là ngôn ngữ do ôtômát trái A_t đoán nhận và ký hiệu bằng $T(\overleftarrow{A}_t)$.

Giả sử $A_p = (S, \Sigma, s_0, \delta, F)$ là một ôtômát phải. Tập từ phải

$$T(\vec{A}_p) = \{\vec{x} \in \Sigma^* \mid \delta(s_0, \vec{x}) \in F\}$$

được gọi là ngôn ngữ do ôtômát phải đoán nhận và ký hiệu bằng $\overrightarrow{T(A_p)}$.

5. ÔTÔMÁT HAI PHÍA

Định nghĩa. Mỗi cặp gồm một ôtômát hữu hạn trái A_t và một ôtômát hữu hạn phải A_p hoàn toàn rời nhau

$$H = \left\{ \begin{array}{l} A_t = (S_1, \Sigma_1, p_0, \delta_1, F_1) \\ A_p = (S_2, \Sigma_2, q_0, \delta_2, F_2) \end{array} \right\}$$

được gọi là ôtômát hữu hạn hai phía, trong đó:

- S_1 được gọi là tập trạng thái trái
- S_2 được gọi là tập trạng thái phải
- $S = S_1 \cup S_2$ là tập trạng thái
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ - bảng chữ cái vào
- $p_0 \in S_1$ - trạng thái khởi đầu trái
- $q_0 \in S_2$ - trạng thái khởi đầu phải
- δ_1 - hàm chuyển trái
- δ_2 - hàm chuyển phải
- F_1 - tập trạng thái kết trái
- F_2 - tập trạng thái kết phải

của ôtômát hai phía H .

Ôtômát hai phía H được gọi là ôtômát đơn định, nếu cả hai ôtômát thành phần đều đơn định.

Ôtômát hai phía H được gọi là ôtômát đầy đủ, nếu cả hai ôtômát thành phần đều đầy đủ.

Ôtômát hai phía H được gọi là ôtômát đơn định, đầy đủ, nếu cả hai ôtômát thành phần đều đơn định đầy đủ.

Nếu một trong hai ôtômát thành phần không đơn định (không đầy đủ), thì ôtômát hai phía H được gọi là ôtômát đơn định (đầy đủ) một phía.

Tập từ $\overleftarrow{T(A_1)}. \overrightarrow{T(A_2)}$ được gọi là ngôn ngữ do ôtômát hữu hạn đơn định hai phía H đoán nhận, đồng thời được ký hiệu bằng $D(H)$.

$$D(H) = \overleftarrow{T(A_1)}. \overrightarrow{T(A_2)}$$

Do $\overleftarrow{T(A_1)}. \overrightarrow{T(A_2)}$ đều là các ngôn ngữ chính quy và lớp ngôn ngữ chính quy đóng đối với phép lấy tích ghép, nên ngôn ngữ được đoán nhận bởi ôtômát hữu hạn hai phía cũng là ngôn ngữ chính quy.

Mặt khác ngôn ngữ chính quy L tùy ý đều tồn tại ôtômát (ôtômát phải) $A = (S, \Sigma, s_0, \delta, F)$ đoán nhận L . Khi đó ôtômát hữu hạn hai phía

$$H = \left\{ \begin{array}{l} A_0 = (\{k_0, k_1\}, \{a\}, k_0, \delta_0, \{k_0\}) \\ A = (S, \Sigma, s_0, \delta, F) \end{array} \right\}$$

với $\delta_0(k_0, a) = b_1, \delta(k_1, a) = k_1$ sẽ đoán nhận ngôn ngữ $D(H) = \overleftarrow{T(A_0)}. \overrightarrow{T(A)} = \{\wedge\}$. $T(A) = L$. Vậy lớp ngôn ngữ được đoán nhận bởi các ôtômát hữu hạn hai phía trùng với lớp ngôn ngữ chính quy.

6. VÍ DỤ

Ta lập ô tô măt hai phía đoán nhận ngôn ngữ hai phía

$$\overleftrightarrow{M} = \left\{ \begin{array}{l} (cd)^n cab(ab)^k, (cd)^n cbb(ab)^s, (cd)^n cba(ba)^t, (dc)^m cdab(ab)^k, \\ (dc)^m cdbb(ab)^s, (dc)^m cdba(ba)^t, k, m, n, s, t = 0, 1, 2, \dots \end{array} \right\}$$

1) M có thể phân tích thành tích ghép của ngôn ngữ trái \overleftarrow{X} và ngôn ngữ phải \overrightarrow{Y} : $M = \overleftarrow{X} \cdot \overrightarrow{Y}$, trong đó:

$$\overleftarrow{X} = \{(cd)^n c, (dc)^m cd | n, m = 0, 1, 2, \dots\}$$

$$\overrightarrow{Y} = \{ab(ab)^k, bb(ab)^s, ba(ba)^t | k, s, t = 0, 1, 2, \dots\}.$$

2) Xây dựng ô tô măt trái: $A_t = (\{p_0, p_1, p_2, p_3\}, \{c, d\}, p_0, \delta_t, \{p_2, p_3\})$

δ_t	p_0	p_1	p_2	p_3
c	p_2	p_3		p_2
d	p_1		p_3	p_2

đoán nhận ngôn ngữ \overleftarrow{X} .

Ô tô măt phải: $A_p = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, q_0, \delta_p, \{q_3, q_4\})$

δ_p	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4
a	q_1		q_4	q_4	q_3
b	q_2	q_3	q_3		

đoán nhận ngôn ngữ \overrightarrow{Y} .

Khi đó ô tô măt hai phía $H = \left\{ \begin{array}{l} A_t = (\{p_0, p_1, p_2, p_3\}, \{c, d\}, p_0, \delta_t, \{p_2, p_3\}) \\ A_p = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, q_0, \delta_p, \{q_3, q_4\}) \end{array} \right\}$

đoán nhận ngôn ngữ hai phía. $\overleftrightarrow{M} = \overleftarrow{T}(A_t) \cdot \overrightarrow{T}(A_p)$.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Rabin M.O., Scott D., Finite automata and their decision problems, *IBM J.Res.Dev.*, **3** (2) (1959) 114–125.
- [2] V.B.Kudrriaev, S.V.Alôsin, A.S.Potcondin, *Nhập môn về lý thuyết ô tô măt*, Nauka, Mackva, 1985.
- [3] Đặng Huy Ruận, Phùng Văn Ôn. Độ phức tạp ô tô măt hữu hạn đoán nhận siêu ngôn ngữ chính quy, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học*, **14** (4) (1998) 25–30.
- [4] Đặng Huy Ruận, Phùng Văn Ôn. Cận dưới độ phức tạp ô tô măt hữu hạn đoán nhận siêu ngôn ngữ chính quy, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học*, **15** (29) (1999) 20–26.
- [5] Đặng Huy Ruận, *Lý thuyết ngôn ngữ hình thức và ô tô măt*, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội, 2002.

Nhận bài ngày 12 - 10 - 2002