Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.20, S.3 (2004), 237-241

NHẬN DẠNG THAM SỐ MÔ HÌNH HỒI QUY TUYẾN TÍNH MỜ SỬ DỤNG KỸ THUẬT LIÊN HỢP

VŨ NHƯ LÂN, VŨ CHẤN HƯNG, ĐẶNG THÀNH PHU

Viện Công nghệ thông tin

Abstract. The results concerned with a new method of parameter identification of fuzzy linear regression models, which is based on fuzzy adjoint technique [2], are presented. It is shown that the efficiency of this method is successfully demonstrated in the numerical example of fuzzy parameter identification in comparision with the method [1].

The characteristic functions appeared as "forcing term" in adjoint equations may be regarded as the weights in constructed measurement functions.

Tóm tắt. Kết quả bài báo là một phương pháp mới nhận dạng tham số mô hình hồi qui tuyến tính mờ dựa trên kỹ thuật liên hợp mờ. Hiệu quả của phương pháp được thể hiện qua ví dụ về nhận dạng tham số mờ có sự so sánh với phương pháp [1].

Hàm đặc trưng xuất hiện dưới "dạng cưỡng bức" trong phương trình liên hợp có thể được xem như trọng số trong hàm quan sát.

1. MỞ ĐẦU

Hồi quy tuyến tính mờ lần đầu tiên được Tanaka [3] đưa vào nghiên cứu các dữ liệu mờ. Nhiều tác giả khác cũng tiếp tục nghiên cứu mô hình hồi quy tuyến tính mờ [4, 1]. Trong bài báo này sẽ giải quyết bài toán nhận dạng tham số mô hình mờ sử dụng kỹ thuật liên hợp mờ được phát triển ở [2] và so sánh với phương pháp có tiêu chuẩn nhận dạng đề xuất ở [1] vốn được xem là hợp lý hơn so với các tiêu chuẩn khác [3, 4].

2. ĐẶT BÀI TOÁN

Hệ hồi quy tuyến tính mờ mở rộng của [3] được mô tả dưới dạng sau:

$$\underset{\sim}{y}(k) = \underset{\sim}{\sum}_{i=1}^{n} \underset{\sim i}{a} \odot \underset{\sim}{y}(k-i) \oplus \underset{\sim}{\sum}_{i=1}^{n} \underset{\sim i-1}{b} \odot \underset{\sim}{u}(k-d-i+1),\ k = \overline{1, N} \tag{1}$$

ở đây:

$\underset{\sim}{u}(k)$ và $\underset{\sim}{y}(k)$ là đầu vào mờ, đầu ra mờ.

$\underset{\sim}{a}$ và $\underset{\sim}{b}$ là các véctơ tham số mờ chưa biết với các thành phần tương ứng $\underset{\sim i}{a}$, $\underset{\sim i-1}{b}$, $i = \overline{1, n}$.

Trên cơ sở cặp $(\underset{\sim}{u}(k), \underset{\sim}{y}(k))$, xác định véctơ tham số mờ $\underset{\sim}{a}$, $\underset{\sim}{b}$.

3. GIẢI QUYẾT BÀI TOÁN

Định lý về nhiễu loạn mờ [2] có thể tóm tắt như sau:

Cho $\underset{\sim}{\varphi}(k)$ là quá trình mờ thỏa mãn phương trình được viết dưới dạng toán tử sau đây:

$$\underset{\sim}{L}_{\alpha}\underset{\sim}{\varphi}(x) = \underset{\sim}{q}_{\beta}(x), \ x \in D \in R^m. \tag{2}$$

trong đó:

$\underset{\sim}{L}_{\alpha}$ toán tử tuyến tính mờ.

x tập các biến thời gian, không gian...

$\underset{\sim}{q}_{\beta}(x)$ phân bố nguồn mờ.

$\underset{\sim}{\theta}^T = (\underset{\sim}{a}^T, \underset{\sim}{b}^T)$ là véctơ tham số mờ chưa biết cần phải xác định (ước lượng mờ).

Xây dựng phương trình liên hợp mờ tương ứng với (2) như sau:

$$\underset{\sim}{L}^*_{p}\underset{\sim}{\varphi}^*_{p} = \underset{\sim}{p}(x), \tag{3}$$

ở đây $\underset{\sim}{L}^*$ toán tử liên hợp mờ của $\underset{\sim}{L}$ thỏa mãn:

$$< \underset{\sim}{L}, \underset{\sim}{\lambda}, \underset{\sim}{\mu} > = < \underset{\sim}{\lambda}, \underset{\sim}{L}^*, \underset{\sim}{\mu} >$$

$< \bullet, \bullet >$ là tích vô hướng mờ.

Các quan sát được cho dưới dạng phiếm hàm mờ:

$$\underset{\sim}{J}_{p}[\underset{\sim}{\varphi}] = < \underset{\sim}{\mu}, \underset{\sim}{p} > = \underset{\sim}{\sum}\underset{\sim}{\varphi}(x) \odot \underset{\sim}{p}(x). \tag{4}$$

Từ định nghĩa $\underset{\sim}{L}^*$ trong (3) và cùng điều kiện biên đối với $\underset{\sim}{\varphi}(x)$ và $\underset{\sim}{\varphi}^*(x)$, ta có:

$$\underset{\sim}{J}_{p}[\underset{\sim}{\varphi}] = \underset{\sim}{J}_{q}[\underset{\sim}{\varphi}^*_{p}] \text{ hoặc } < \underset{\sim}{\varphi}, \underset{\sim}{p} > = < \underset{\sim}{\varphi}^*_{p}, \underset{\sim}{p} > . \tag{5}$$

Giả sử $\underset{\sim}{\varphi}'$ là nghiệm của (2) với $\underset{\sim}{L} = \underset{\sim}{L}'$ và $\underset{\sim}{q} = \underset{\sim}{q}', \underset{\sim}{\varphi}^*_{p}$ là nghiệm của (3), khi đó có phương trình quan hệ sau đối với $\delta \underset{\sim}{J}_{p}, \delta \underset{\sim}{L}, \delta q$:

$$\delta \underset{\sim}{J}_{p} = \ominus < \underset{\sim}{\varphi}^*_{p}, \delta \underset{\sim}{L}\underset{\sim}{\varphi}' > \oplus < \underset{\sim}{\varphi}^*_{p}, \delta \underset{\sim}{q} >, \tag{6}$$

$$\delta \underset{\sim}{J}_{p} = \underset{\sim}{J}'_{p} \ominus \underset{\sim}{J}_{p}; \ \delta \underset{\sim}{L} = \underset{\sim}{L}' \ominus \underset{\sim}{L}; \ \delta \underset{\sim}{q} = \underset{\sim}{q}' \ominus \underset{\sim}{q}. \tag{6a}$$

Như vậy khi $\underset{\sim}{L}$ và $\underset{\sim}{q}$ phụ thuộc vào véctơ tham số $\underset{\sim}{\theta}$ mờ.

Việc sử dụng (6) sẽ có được phương trình quan hệ giữa biến phân tham số mờ $\delta \underset{\sim}{\theta}$ và biến phân phiếm hàm mờ $\delta \underset{\sim}{J}_{p}$. Việc chọn các hàm đặc trưng mờ $\underset{\sim}{P}_{j}(x), \ j = \overline{1, m}$ sẽ dẫn đến m phương trình để xác định biến phân tham số mờ $\delta \underset{\sim}{\theta}$.

Hệ (1) được đưa về dạng mô hình toán tử (2) như sau:

$$\underset{\sim}{L} \underset{=}{\Delta} \underset{\sim}{1} \ominus \underset{\sim}{\sum}_{i=1}^{n} \underset{\sim}{a}_{i} \odot \underset{\sim}{B}^i, \tag{6b}$$

$$\underset{\sim}{B}^i \underset{\sim}{y}(k) = \underset{\sim}{y}(k-i), \tag{6c}$$

$$\underset{\sim b}{q} \overset{\Delta}{=} \underset{\sim}{\sum}_{i=1}^{n} \underset{\sim i-1}{b} \odot \underset{\sim}{u}(k-d-i+1). \tag{6d}$$

Nếu chọn $\underset{\sim}{\hat{y}}(k)$ là nghiệm của phương trình mô hình hệ (1) với các véctơ tham số $\hat{a}, \hat{b}$.

$$\underset{\sim}{\hat{y}}(k) = \underset{\sim}{\sum}_{i=1}^{n} \underset{\sim}{\hat{a}} \odot \underset{\sim}{y}(k-i) + \underset{\sim}{\sum}_{i=1}^{n} \underset{\sim i-1}{\hat{b}} \odot u(k-d-i+1), \tag{7}$$

$$\underset{\sim}{L}^* = \underset{\sim}{1} \ominus \underset{\sim}{\sum}_{i=1}^{n} \underset{\sim i}{\hat{a}} \odot \underset{\sim}{F}^i, \tag{7a}$$

$$\underset{\sim}{F}^i \underset{\sim}{y}(k) = \underset{\sim}{y}(k+i), \tag{7b}$$

Và xác định:

$$< \underset{\sim}{\lambda}, \underset{\sim}{\mu} > \overset{\Delta}{=} \underset{\sim}{\sum}_{-\infty}^{\infty} \underset{\sim}{\lambda}(k) \odot \underset{\sim}{\mu}(k) \tag{8a}$$

$$= \underset{\sim}{\sum}_{i=1}^{N} \underset{\sim}{\lambda}(k) \odot \underset{\sim}{\mu}(k). \tag{8b}$$

Với:

$$\underset{\sim}{\lambda}(k) = \underset{\sim}{0},\ \underset{\sim}{\mu}(k) = \underset{\sim}{0},\ \forall k \le 0,\ k > N$$

thì:

$$\delta \underset{\sim}{L} = \underset{\sim}{L} \ominus \underset{\sim}{L}' = \ominus \underset{\sim}{\sum}_{i=1}^{n} \delta \underset{\sim i}{a} \odot \underset{\sim}{B}^i, \tag{9a}$$

$$\delta q = q \ominus \hat{q} = \underset{\sim}{\sum}_{i=1}^{n} \delta \underset{\sim i-1}{b} \odot \underset{\sim}{u}(k-d-i+1). \tag{9b}$$

Gọi: $\underset{\sim}{\hat{\theta}} = (\underset{\sim}{\hat{a}}^T, \underset{\sim}{\hat{b}}^T)$ là ước lượng tham số mờ $\underset{\sim}{\theta}$.

Nếu với mỗi j, $\underset{\sim}{P}(k) \overset{\Delta}{=} \underset{\sim j}{P}(k)$, $j = \overline{1, m}$, thì từ (6), (7), (8), (9) xây dựng được hệ m phương trình:

$$\underset{\sim}{\xi} = \underset{\sim}{\Lambda} \odot \delta \underset{\sim}{\theta};\ \underset{\sim}{\xi} = (\underset{\sim 1}{\xi}, \underset{\sim 2}{\xi}, ..., \underset{\sim m}{\xi})^T,$$

hay

$$\underset{\sim j}{\xi} = \underset{\sim (j)}{\lambda} \odot \delta \underset{\sim}{\theta};\ j = \overline{1, m}.$$

Ở đây:

$$\underset{\sim j}{\xi} = \delta \underset{\sim j}{Z} \overset{\Delta}{=} \underset{\sim j}{Z} \ominus \underset{\sim j}{\hat{J}};\ \delta \underset{\sim j}{Z} = (\delta \underset{\sim 1}{Z}, \delta \underset{\sim 2}{Z}, ..., \delta \underset{\sim m}{Z})^T, \tag{10b}$$

$$\underset{\sim j}{Z} \overset{\Delta}{=} \underset{\sim}{\sum}_{k-1}^{N} P(k) \odot \underset{\sim}{y}(k), \tag{10c}$$

$$\underset{\sim j}{\hat{J}} \underset{=}{\Delta} J_j[\underset{\sim}{\hat{y}}], \tag{10d}$$

$$\Lambda = (\lambda_{(1)}^T, \lambda_{(2)}^T, ..., \lambda_{(m)}^T)^T \text{ là ma trận thu được qua tính toán.} \tag{10e}$$

Giải phương trình để tìm $\underset{\sim}{\delta\theta}$ trong (10).

Sau khi tìm được $\underset{\sim}{\delta\theta}$, véctơ tham số mờ ngay lập tức tính được như sau:

$$\underset{\sim}{\theta}(r+1) = \underset{\sim}{\theta}(r) \oplus \underset{\sim}{\delta\theta}. \tag{11}$$

4. VÍ DỤ MINH HỌA

Hiệu quả của phương pháp sử dụng phương trình liên hợp mờ trong bài toán xác định mô hình hồi quy mờ được thể hiện qua ví dụ sau.

Xét hệ hồi quy tuyến tính mờ đơn giản với 5 cặp quan sát dưới đây:

$$\underset{\sim j}{y} = \underset{\sim 0}{A} \oplus \underset{\sim 1}{A} \odot u_j, \ j = 1, ..., 5. \tag{12}$$

Lưu ý rằng: $y_j = y(j)$; $u_j = u(j)$.

Ở đây $\underset{\sim 0}{A}$, $\underset{\sim 1}{A}$ là các tập mờ dạng tam giác với các tham số chưa biết $\underset{\sim 0}{A} = (l_0, c_0, r_0)$; $\underset{\sim 1}{A} = (l_1, c_1, r_1)$.

Giả sử các giá trị đúng như sau: $l_0 = 3.0; c_0 = 5.0; r_0 = 7.0; l_1 = 1.5; c_1 = 2.0; r_1 = 2.5$.

Theo phương pháp [1], tiêu chuẩn nhận dạng mô hình có dạng

$$E = \frac{\int_{\underset{\sim}{Sy} \bigcup \underset{\sim}{S\hat{y}}} |\mu_{\underset{\sim}{y}}(x) - \mu_{\underset{\sim}{\hat{y}}}(x)| dx}{\int_{\underset{\sim}{Sy}} \mu_{\underset{\sim}{y}}(x) dx}.$$

Dựa trên cơ sở định lý cơ bản về nhiễu loạn mờ [2], trong trường hợp các tham số của hệ (12) có dạng tam giác, công thức nhiễu loạn mờ được tách thành 3 công thức nhiễu loạn rõ sau đây theo 3 đỉnh tam giác:

$$\delta J_{pl} = < \varphi_{pl}^*, \delta q_l > \tag{12a),}$$

$$\delta J_{pc} = < \varphi_{pc}^*, \delta q_c > \tag{12b),}$$

$$\delta J_{pr} = < \varphi_{pr}^*, \delta q_r > \tag{12c),}$$

Mọi tính toán dựa trên (12a), (12b), (12c).

Giá trị ban đầu phục vụ tính toán được cho như sau:

$$\underset{\sim 0}{A^0} = (3.0, 4.0, 5.0); \ \underset{\sim 1}{A^0} = (3.0, 3.5, 4.0); \ p_j(k) = \delta_j(k) \ \text{ hàm Kronecker}$$

Năm cặp quan sát được cho trong bảng 1

Bảng 1

y_j	(4.5, 7, 9.5)	(6, 9, 12)	(7.5, 11, 14.5)	(9, 13, 17)	(10.5, 15, 19.5)
u_j	(1 1 1)	(2 2 2)	(3 3 3)	(4 4 4)	(5 5 5)

Kết quả tính toán được trình bày trong bảng 2 so với phương pháp [1]

Bảng 2

Phương pháp [1]	(3.11, 4.95, 6.84)	(1.55, 1.71, 1.82)
Phương pháp đề xuất	(3.02, 5.02, 7.02)	(1.50, 2.01, 2.52)

Tổng sai số đánh giá tại bảng 3

Bảng 3

	U1	u2	u3	u4	u5	Tổng sai số
Phương pháp [1]	1.22	1.38	0.4	1.12	0.36	4.48
Phương pháp đề xuất	0.01	0.01	0.02	0.01	0.02	0.07

5. KẾT LUẬN

Phương pháp ước lượng mờ trên quan điểm phương trình liên hợp là phương pháp khá hiệu quả sử dụng cho bài toán đánh giá tham số mờ trong mô hình hồi quy mờ hiện nay. Kết quả cho thấy phương pháp trên có độ chính xác khá cao so với nhiều phương pháp hiện nay đang sử dụng [1, 3, 4].

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] B. Kim, R. R. Bishee, Evaluation of fuzzy linear regression models by comparing membership functions, *Fuzzy sets and Systems* **100** (1998) 343–352.

[2] Vũ Như Lân, Vũ Chấn Hưng, Hoàng Hồng Sơn, Phương trình liên hợp mờ, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **20** (2) (2004).

[3] H. Tanaka, I. Hayashi, J. Watada, Possibilistic linear regression analys for fuzzy data, *Eur. Journal Oper. Res.* **40** (1989) 389–396.

[4] D. A. Savic, W. Pedrycz, Evaluation of fuzzy linear regression models, *Fuzzy sets and Systems* **38** (1991) 51–63.

Nhận bài ngày 03 - 11 - 2003