Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.20, S.2 (2004), 147–150

PHƯƠNG TRÌNH LIÊN HỢP MỜ

VŨ NHƯ LÂN, VŨ CHẤN HƯNG, ĐẶNG THÀNH PHU, HOÀNG HỒNG SƠN

Viện Công nghệ thông tin

Abstract. Adjoint equations (AE) are increasingly widespread throughout mathematics and its applications. In this paper, we aim to study Fuzzy AE and an adjoint technique-based-construction of fuzzy pertubaition theory formulas is also outlined. By this way many algorithms may be developed for modelling, identifying parameter estimating, controlling... in real time.

Tóm tắt. Phương trình liên hợp là công cụ toán học có ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực khoa học và công nghệ. Bài báo tập trung nghiên cứu phương trình liên hợp mờ và xây dựng công thức nhiễu loạn mờ. Trên cơ sở các kết quả này, có thể phát triển nhiều thuật toán để sử dụng cho mô phỏng nhận dạng, ước lượng và điều khiển trong thời gian thực.

1. MỞ ĐẦU

Kỹ thuật liên hợp đã được G. I. Marchuk ([5]) xây dựng hoàn chỉnh nhằm giải quyết các bài toán khoa học phức tạp. Một trong những ứng dụng quan trọng của kỹ thuật liên hợp là các bài toán lớn về mô hình hóa và dự báo các hệ phức tạp như môi trường, khí hậu, thời tiết, khí tượng thủy văn ([3, 5]).

Nhờ công cụ chính xác, chặt chẽ của phương trình liên hợp, các mô hình phức tạp có thể được thay thế bằng các mô hình xấp xỉ đơn giản hơn nhằm giải quyết các bài toán có tính toàn cầu. Nhiều mô hình hiện nay phát triển trên cơ sở sử dụng công cụ lôgic mờ, mạng nơron... nhằm ứng dụng trong các thuật toán xử lý thông tin không chắc chắn.

Vậy, liệu có thể tiếp tục phát triển công cụ phương trình liên hợp cho các mô hình mờ hiện nay hay không? Câu trả lời là nội dung được trình bày dưới đây của bài báo.

2. MÔ HÌNH HÓA MỜ PHƯƠNG TRÌNH LIÊN HỢP

2.1. Số mờ L-R ([1])

Số mờ L-R ([1]) là tập mờ A với hàm thuộc $\mu_A(x)$ mô phỏng một đại lượng số không chính xác trên tập nền số thực R và có các tính chất sau:

(i) Tập α-cắt của $\mu_A(x)$ là một đoạn (khoảng đóng),

(ii) $\exists x$ sao cho $\mu_A(x) = 1$,

(iii) Lồi, thỏa mãn:

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)) \text{ với } \lambda \in [0, 1]$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L\dfrac{c-x}{c-e};\ l \leq x \leq c \\ R\dfrac{x-c}{r-c};\ c \leq x \leq r \end{cases}$$

với L và R là các hàm liên tục giảm mạnh trên [0,1]

$L(0) = R(0) = 1,\ x = C.$

$L(1) = R(1) = 0,\ x = l$ hoặc $x = r$

Các đại lượng trong phương trình liên hợp sẽ được thể hiện bằng các số mờ L-R trên đây.

1.2. Công thức nhiễu loạn mờ

Quá trình $\varphi(x)$ được mô hình hóa qua phương pháp [4] thỏa mãn phương trình giải được chỉnh sau đây:

$$\underset{\sim}{L}\varphi(x) = \underset{\sim}{q}(x) \tag{1}$$

Ở đây, $\underset{\sim}{L}$- toán tử tuyến tính mờ.

$\underset{\sim}{q}$- phân bố nguồn mờ (số mờ L-R).

φ là hàm thực rõ.

x- biến thời gian, không gian, năng lượng gia tốc...

Phiếm hàm được cho dưới dạng tích vô hướng mờ (số mờ L-R)

$$\underset{\sim}{J_p}[\varphi] = (\varphi, \underset{\sim}{p}) \tag{2}$$

trong đó:

$$(\varphi, \underset{\sim}{p}) = \underset{\sim}{\sum}\varphi(x) \odot \underset{\sim}{p}(x), \tag{2a}$$

$\underset{\sim}{p}(x)$- đặc trưng của phép đo (số mờ L-R).

Để tìm $\underset{\sim}{J_p}$ có thể giải phương trình mờ (1) và xác định theo (2) hoặc giải phương trình liên hợp mờ sau đây:

$$\underset{\sim}{L^*}\varphi_p^* = \underset{\sim}{p}(x), \tag{3}$$

và xác định:

$$\underset{\sim}{J_p}[\varphi] = \underset{\sim}{J_q}[\varphi^*] = (\varphi^*, \underset{\sim}{q}), \tag{3a}$$

$\underset{\sim}{L^*}$ là toán tử liên hợp mờ đối với $\underset{\sim}{L}$ được xác định bằng quan hệ:

$$(g, \underset{\sim}{L}, h) = (h, \underset{\sim}{L^*}, g),\ \forall g, h \in \mathcal{H}. \tag{3b}$$

Do (1) giải được chỉnh, vậy (3) có nghiệm φ^* với mọi $\underset{\sim}{p}(x)$.

Thay vào (3b) các đại lượng của (1) và (3) nhận được:

$$(\underset{\sim}{L}\varphi, \varphi_p^*) = (\varphi, \underset{\sim}{L^*}\varphi_p^*). \tag{3c}$$

Sử dụng (1), (3) suy ra:

$$(\underset{\sim}{q}, \varphi_p^*) = (\varphi, \underset{\sim}{p}), \tag{3d}$$

hay

$$\underset{\sim}{J_p}[\varphi] = (q, \varphi_p^*). \tag{3e}$$

Vấn đề đặt ra là tìm mối quan hệ giữa sự thay đổi định tính của toán tử $\underset{\sim}{L}$ và phiếm hàm (có nghĩa là giữa biến phân mờ $\delta \underset{\sim}{J_p}$ và biến phân phiếm hàm mờ $\delta \underset{\sim}{J_p}$).

Giả sử rằng sự thay đổi nhỏ định tính:

$$\underset{\sim}{L} \to \underset{\sim}{L}' = \underset{\sim}{L} \oplus \delta \underset{\sim}{L} \tag{4a}$$

với $\delta\underset{\sim}{L}$ là sự thay đổi nhỏ của $\underset{\sim}{L}$ kéo theo sự thay đổi φ và $\underset{\sim}{J_p}$:

$$\varphi \to \varphi', \;\; \underset{\sim}{J_p}[\varphi] = \underset{\sim}{J'_q}[\varphi'] = \underset{\sim}{J_p}[\varphi] \oplus \delta \underset{\sim}{J_p}. \tag{4b}$$

Như vậy:

$$\delta \underset{\sim}{J_p} = \underset{\sim}{J'_p}[\varphi'] \ominus \underset{\sim}{J_p}[\varphi]. \tag{4c}$$

Định lý về nhiễu loạn mờ. *Cho φ' là nghiệm của phương trình (1) với $\underset{\sim}{L} \underset{=}{\Delta} \underset{\sim}{L}'$; φ_p^* là nghiệm của phương trình (3) với $\underset{\sim}{L}^* \underset{=}{\Delta} \underset{\sim}{L}^{*'}$.*

Khi đó có quan hệ sau đây giữa biến phân mờ $\delta \underset{\sim}{L}$ và biến phân phiếm hàm mờ $\delta \underset{\sim}{J_p}$:

$$\delta \underset{\sim}{J_p} = \ominus(\delta \underset{\sim}{L}\varphi, \underset{\sim}{\varphi_p^*}), \tag{5a}$$

$$\delta \underset{\sim}{J_p} = \ominus(\varphi, \delta \underset{\sim}{L}^* \varphi_p^*), \tag{5b}$$

Các công thức (5a), (5b) được gọi là các công thức nhiễu loạn mờ, tổng quát hóa công thức nhiễu loạn của Marchuk [5].

Chứng minh:

Tính chất của toán tử mờ $\underset{\sim}{L}$ ở (1) bị thay đổi và toán tử mờ $\underset{\sim}{L}$ trở thành toán tử $\underset{\sim}{L}'$ như ở (4a):

$$\underset{\sim}{L}' = \underset{\sim}{L} \oplus \delta \underset{\sim}{L}, \tag{p1}$$

ở đây $\delta \underset{\sim}{L}$ là biến phân toán tử mờ.

Nghiệm φ và giá trị định tính của biến phân hàm mờ $\underset{\sim}{J_p}[\varphi]$ cũng bị thay đổi thành:

$$\varphi \to \varphi',$$

$$\underset{\sim}{J_p}[\varphi] \to \underset{\sim}{J'_p}[\varphi'] \text{ như ở (4b) và (4c)}$$

với:

$$\delta \underset{\sim}{J_p} = \underset{\sim}{J'_p}[\varphi'] \ominus \underset{\sim}{J_p}[\varphi].$$

Như vậy, thay cho (1), nhận được mô hình nhiễu loạn

$$\underset{\sim}{L}'\varphi' = \underset{\sim}{q}. \tag{p3}$$

Giả sử (p3) giải được chỉnh, khi đó tồn tại phần tử duy nhất φ' là nghiệm của phương trình mờ (p3).

Xét φ_p^*- nghiệm của phương trình liên hợp mờ (3) tương ứng với phiếm hàm mờ $\underset{\sim}{J_p}$, nhân vô hướng phương trình mờ (p3) bên phải với φ_p^* và phương trình (3) bên trái với φ', sau đó xây dựng hiệu mờ giữa chúng, nhận được kết quả sau:

$$(\underset{\sim}{L}'\varphi', \varphi_p^*) \ominus (\varphi', \underset{\sim}{L}^*\varphi_p^*) = (q, \varphi_p^*) \ominus (\varphi', \underset{\sim}{p}). \tag{p4}$$

Sử dụng tính chất (3b) của toán tử liên hợp mờ $\underset{\sim}{L}^*$, mô tả lại vế trái của (p4) dưới dạng:

$$(\underset{\sim}{L}'\varphi', \varphi_p^*) \ominus (\varphi', \underset{\sim}{L}^*\varphi_p^*) = (\underset{\sim}{L}'\varphi', \varphi_p^*) \ominus (\underset{\sim}{L}\varphi', \varphi_p^*) = (\delta\underset{\sim}{L}\varphi', \varphi_p^*). \qquad (p5)$$

Vế phải (p4) kết hợp với (2) và (3d), (3e) sẽ có:

$$(\underset{\sim}{q}, \varphi_p^*) \ominus (\varphi', p) = J_{\underset{\sim}{p}}[\varphi] \ominus J_{\underset{\sim}{p}}[\varphi'] = \ominus\delta J_{\underset{\sim}{p}}. \qquad (p6)$$

Tổng hợp (p4), (p5), (p6), nhận được quan hệ tổng quát đối với biến phân phiếm hàm mờ:

$$\delta J_{\underset{\sim}{p}} = \ominus(\delta\underset{\sim}{L}\varphi', \varphi_p^*). \qquad (p7)$$

Nếu thay cho phương trình (p3) và (3), xem xét phương trình liên hợp nhiễu loạn mờ

$$(\underset{\sim}{L}^* \oplus \delta\underset{\sim}{L}^*)\varphi'^*_p = \underset{\sim}{p} \qquad (p8)$$

và xem xét phương trình cơ bản mờ không nhiễu loạn (1) thì bằng phương pháp hoàn toàn tương tự, nhận được quan hệ sau:

$$\delta J_{\underset{\sim}{p}} = \ominus(\varphi, \delta\underset{\sim}{L}^*\varphi'^*_p). \qquad (p9)$$

Biểu thức (p9) tương đương với (p7).

Trên thực tế giá trị định tính $\delta\underset{\sim}{L}$ và $\delta\underset{\sim}{L}^*$ đủ nhỏ và chúng không ảnh hưởng đến nghiệm φ và φ^*. Do đó trong (p7) và (p9) có thể thay $\varphi' \approx \varphi, \varphi'^*_p \approx \varphi_p^*$.

Cuối cùng nhận được các công thức (5a), (5b).

Như vậy định lý về nhiễu loạn mờ được chứng minh. ■

3. KẾT LUẬN

Như vậy, phương pháp liên hợp ([5]) đã được mở rộng và phát triển sang lĩnh vực mờ. Đây là một hướng nghiên cứu mới nhằm giải quyết các bài toán lớn chứa nhiều bất định. Các tham số bất định trong mô hình được thể hiện bằng các số mờ dạng L-R. Các tính toán sẽ đơn giản hơn khi chọn số mờ dạng tam giác. Từ đây các bài toán nhận dạng mô hình, dự báo và điều khiển thích nghi có thể xem xét giải quyết dưới một góc độ mềm dẻo hơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] D. Dubois, H. Prade, Operation on fuzzy numbers, *International Journal of Systems Sciences* **9** (6) (1978) 613–626.

[2] H.S. Hoang, O. Talagrand, Variational algorithm based adjoint technique for inverse problems , *Inverse Problems,* Shiro Kubo (Editor), Atlanta, USA, 1993

[3] Vu Nhu Lan, Vu Chan Hung, Dang Thanh Phu, Hoang Hong Son, The weight Training algorithm of the Neural Network based on the Variational Method, *Proceedings of International Symposium on "Matematical theory of networks and systems"*, Perpignan, France, June 19-23, 2000.

[4] Vũ Như Lân, Vũ Chấn Hưng, Đặng Thành Phu, Phương pháp mới mô hình hóa mờ hệ động học chứa bất định, *Tạp chí Khoa học và Công nghệ* **40** (số ĐB) (2002).

[5] G.I. Marchuk, *Adjoint Equations and Analys of complex Systems,* Kluwer Academic publishers, 1999.

Nhận bài ngày 21 - 10 - 2003