

# PHỤ THUỘC HÀM SUY RỘNG TRÊN CƠ SỞ LÝ THUYẾT TẬP THÔ

NGUYỄN ĐĂNG KHOA<sup>1</sup>, VŨ HUY HOÀNG<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Học viện Hành chính Quốc gia, <sup>2</sup>Ban cơ yếu Chính phủ

**Abstract.** Functional dependencies play an important role in the theory of relational databases. Based on the underlying semantics of a rough sets based generalization of functional dependencies proposed by Ha Quang Thuy [3] and recently by L. B. Cristofor [1], we demonstrate in another way some interesting properties in [3] and [1] and some new ones. Some remarks about them are also given.

**Tóm tắt.** Các phụ thuộc hàm đóng một vai trò quan trọng trong lý thuyết các hệ cơ sở dữ liệu quan hệ. Dựa vào ngữ nghĩa ngầm (không tường minh) của việc mở rộng các phụ thuộc hàm trên cơ sở lý thuyết tập thô được đề xuất bởi Hà Quang Thụy ([3]) và gần đây bởi L. B. Cristofor ([1]) chúng tôi chứng minh theo một cách khác một số tính chất lý thú trong [1, 3] và một vài tính chất mới. Một số nhận xét về các tính chất này cũng được đưa ra.

## 1. MỞ ĐẦU

Như đã biết, các phụ thuộc hàm đóng một vai trò quan trọng trong lý thuyết các hệ CSDL quan hệ, liên quan tới việc xác định khóa, xác định dạng chuẩn, xác định các phân tách bảo toàn thông tin... của một lược đồ quan hệ.

Phát triển một ý tưởng mở rộng khái niệm phụ thuộc hàm trên cơ sở các khái niệm của thô được trình bày trong [3] và gần đây trong [1] và dựa vào ngữ nghĩa của sự mở rộng này, chúng tôi trình bày sự mở rộng đó theo một cách khác, tương đương với cách trình bày trong [1], chứng minh lại theo một cách đơn giản hơn một số tính chất được chứng minh trong [1]. Ngoài ra một số tính chất mới của kiểu phụ thuộc suy rộng này cũng được đưa ra và chứng minh. Cũng cần thấy rõ là cả cách tiếp cận và các kết quả trong Mục 2 của [1] về cơ bản là trùng với [3]. Về một số khái niệm cơ bản của lý thuyết tập thô, có thể tham khảo trong [2].

## 1. PHỤ THUỘC HÀM SUY RỘNG

**Định nghĩa 1.** Cho  $r(A_1, A_2, \dots, A_n)$  là một quan hệ xác định trên tập thuộc tính:

$$\Omega = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}.$$

Với mỗi thuộc tính  $A_i$  có tương ứng với một miền trị  $Dom(A_i)$ , là một tập các giá trị mà thuộc tính  $A_i$  có thể lấy được. Từ đó:

$$\begin{aligned} r &= \{t \mid t = (a_1, a_2, \dots, a_n) \text{ trong đó } a_i \in Dom(A_i), \forall i = 1, 2, \dots, n\} \\ &\subseteq Dom(A_1) \times Dom(A_2) \times \dots \times Dom(A_n) = Dom(\Omega). \end{aligned}$$

Ký hiệu  $card(r) = |r| = m$ , nếu quan hệ  $r$  gồm  $m$  bộ phân biệt  $t_1, t_2, \dots, t_m$ .

**Định nghĩa 2.** Cho  $X$  và  $Y$  là các tập con của  $\Omega = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ . Ta nói quan hệ  $r(A_1, \dots, A_n)$  thỏa phụ thuộc hàm  $X \rightarrow Y$  nếu như hai bộ bất kỳ của  $r$  đã giống nhau trên  $X$  thì chúng cũng phải giống nhau trên  $Y$ . Nói cách khác:

$$\forall t_1, t_2 \in r, t_1[X] = t_2[X] \rightarrow t_1[Y] = t_2[Y].$$

Suy ra, nếu tồn tại  $t_1, t_2 \in r$  sao cho  $t_1[X] = t_2[X]$  và  $t_1[Y] \neq t_2[Y]$  thì ta kết luận được rằng  $r$  không thỏa phụ thuộc hàm  $X \rightarrow Y$  (hoặc phụ thuộc hàm  $X \rightarrow Y$  không đúng trên  $r$ ).

Điều này dường như quá ngặt nghèo khi ta hình dung tới một quan hệ có hàng nghìn bộ, trong khi đó chỉ có khoảng chục bộ vi phạm phụ thuộc hàm  $X \rightarrow Y$ , do có một số dữ liệu không chính xác hoặc một số ngoại lệ.

**Định nghĩa 3.** Cho  $r(A, \dots, A_n)$  là một quan hệ xác định trên tập thuộc tính  $\Omega = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ ,  $X$  và  $Y$  là các tập con của  $\Omega$  với  $X \cap Y = \phi$ . Trên  $r$ , quan hệ tương đương  $E(X)$  được xác định như sau:

$$(t_1, t_2) \in E(X) \Leftrightarrow t_1[X] = t_2[X] \quad \forall t_1, t_2 \in r.$$

Quan hệ  $E(X)$  sẽ phân hoạch  $r$  thành các lớp tương đương. Mỗi lớp tương đương là một tập con của  $r$  chứa các bộ giống nhau trên  $X$ . Ký hiệu phân hoạch đó là  $PART(X)$ .

Cho  $U \in PART(X)$ . Nếu  $t_1[X] = t_2[X] \Leftrightarrow t_1[Y] = t_2[Y] \quad \forall t_1, t_2 \in U$ , ta nói rằng  $U$  thỏa phụ thuộc hàm  $X \rightarrow Y$ . Ngược lại  $U$  không thỏa  $X \rightarrow Y$ .

Ta quy ước một bộ  $t \in r$  là thỏa  $X \rightarrow Y$  nếu  $t \in U$  với  $U$  là một lớp tương đương thỏa  $X \rightarrow Y$ .

**Định nghĩa 4.** (Định nghĩa 2 trong [1]) Cho  $r(A_1, \dots, A_n)$ ;  $X, Y \subseteq \Omega = \{A_1, \dots, A_n\}$ . Không gian dương [4] xác định bởi một tập thuộc tính  $X \subseteq \Omega$  đối với một tập thuộc tính  $Y \subseteq \Omega$  trên  $r$ , được định nghĩa bởi:

$$POS(X, Y) = \cup\{U \in PART(X) \mid U \subseteq V \text{ với một } V \text{ nào đó thuộc } PART(Y)\}.$$

**Định nghĩa 5.** (Định nghĩa 3 trong [1]) Ta nói rằng tập thuộc tính  $Y$  phụ thuộc với cấp độ  $k \in [0, 1]$  vào tập thuộc tính  $X$ , ký hiệu  $X \xrightarrow{k} Y$ , trong đó  $k$  được xác định như sau:

$$k = \frac{card(POS(X, Y))}{card(r)}$$

Từ các định nghĩa trên, dễ thấy:

$$(1) POS(X, Y) = \cup\{U \in PART(X) \mid U \text{ thỏa } X \rightarrow Y\}.$$

(2) Quan hệ  $E(X)$  phân chia  $r$  thành hai tập  $r = r_1 \cup r_2, r_1 \cap r_2 = \phi$  trong đó  $r_1$  gồm những bộ thỏa  $X \rightarrow Y$  và  $r_2$  gồm những bộ không thỏa  $X \rightarrow Y$ . Rõ ràng  $POS(X, Y) = r_1$  và  $k = |r_1|/|r|$ .

(3)  $X \xrightarrow{1} Y$  tương đương với phụ thuộc hàm kinh điển  $X \rightarrow Y$ . Vì vậy trong bài báo này hai cách ký hiệu  $X \rightarrow Y$  và  $X \xrightarrow{1} Y$  được xem là như nhau.

### 3. CÁC TÍNH CHẤT CỦA PHỤ THUỘC HÀM SUY RỘNG

Mục này dựa vào ngữ nghĩa của  $POS(X, Y) = r_1$  là tập các bộ trong  $r$  thỏa  $X \rightarrow Y$  và ngữ nghĩa của  $k$  là tỷ số giữa số bộ của  $\pi$  thỏa  $X \rightarrow Y$  và số bộ của  $r$ , chúng tôi chứng minh lại một số tính chất trong [1] và một số tính chất mới khác.

**Tính chất 1.** (Định lý 1 trong [1])

$$POS(X, Y) \subseteq POS(XZ, YZ, ) \text{ với } X, Y, Z \subseteq \Omega$$

*Chứng minh.* Cho  $t_0 \in POS(X, Y)$ . Suy ra  $t_0 \in U$  với  $U \in PART(X)$  và  $U$  thỏa  $X \rightarrow Y$ . Gọi  $V \in PART(XZ)$  được xác định bởi  $V = \{t \in r | t[XZ] = t_0[XZ]\}$ . Từ đó suy ra:

$$t_0 \in V \text{ và } \forall t_1, t_2 \in V \Rightarrow t_1[XZ] = t_2[XZ] \Rightarrow t_0[X] \text{ và}$$

$$t_1[Z] = t_2[Z] \Rightarrow t_1[Y] = t_2[Y] \Rightarrow t_1[YZ] = t_2[YZ],$$

chứng tỏ  $V$  thỏa  $XZ \rightarrow YZ$  và  $t_0 \in POS(XZ, YZ)$ . Vậy  $POS(X, Y) \subseteq POS(XZ, YZ)$ . ■

**Tính chất 2.** (Hệ quả 1 trong [1])

$$X \xrightarrow{k} Y \Rightarrow XZ \xrightarrow{k'} YZ, k' \geq k \text{ với } X, Y, Z \in \Omega.$$

*Chứng minh.* Theo Tính chất 1:

$$k = \frac{\text{card}(POS(X, Y))}{|r|} \leq \frac{\text{card}(POS(XZ, YZ))}{|r|} = k'.$$

Vậy Tính chất 2 được chứng minh. Điều này chứng tỏ rằng hệ tiên đề 2 của Armstrong (tiên đề gia tăng) được bảo toàn. ■

**Tính chất 3.** (Định lý 2 trong [1]) *Nếu*  $POS(X, Y) = r$  *thì*  $POS(Y, Z) \subseteq POS(X, Z)$ , *với*  $X, Y, Z \subseteq \Omega$ .

*Chứng minh.* Giả sử  $t_0 \in POS(Y, Z)$ . Suy ra  $t_0 \in V, V \in PART(Y)$  và  $V$  thỏa  $Y \rightarrow Z$ . Xét  $U \in PART(X)$  với  $U = \{t \in r | t[X] = t_0[X]\}$ . Rõ ràng  $t_0 \in U$  và với  $\forall t_1, t_2 \in U \Rightarrow t_1[X] = t_2[X] \Rightarrow t_1[Y] = t_2[Y] = t_0[Y]$  (do có  $X \xrightarrow{1} Y$  và  $t_1, t_2 \in V \Rightarrow t_1[Z] = t_2[Z]$ , chứng tỏ  $U$  thỏa  $X \rightarrow Z$  và  $t_0 \in POS(X, Z)$ . Vậy  $POS(Y, Z) \subseteq POS(X, Z)$ . ■

**Tính chất 4.** (Hệ quả 2 trong [1]) *Từ*  $X \rightarrow Y$  *và*  $Y \xrightarrow{k} Z$  *suy ra*  $X \xrightarrow{k'} Z, k \geq k'$ .

*Chứng minh.* Dễ dàng suy ra từ Tính chất 3. ■

**Tính chất 5.** (Mệnh đề 1 trong [1]) *Nếu*  $POS(X, Y) = r$  *thì với bất kỳ*  $U \in PART(X)$  *đều tồn tại*  $V \in PART(Y)$  *sao cho*  $U \subseteq V$ .

*Chứng minh.* Cho  $U$  là một lớp tương đương bất kỳ thuộc  $PART(X)$  và  $t_0 \in U$ . Khi đó:

$$U = \{t | t[X] = t_0[X]\} \text{ và } U \text{ thỏa } X \rightarrow Y \text{ (do } r \text{ thỏa } X \xrightarrow{1} Y).$$

Gọi  $V \in PART(Y)$  với  $V = \{t | t[Y] = t_0[Y]\}$ . Rõ ràng  $U \subseteq V$ . ■

**Tính chất 6.** (Định lý 3 trong [1]) *Nếu*  $POS(Y, Z) = r$  *thì*  $POS(X, Y) \subseteq POS(X, Z)$  *với*  $X, Y, Z \subseteq \Omega$ .

*Chứng minh.* Giả sử  $t_0 \in POS(X, Y)$ . Suy ra  $t_0 \in U, U \in PART(X)$  và  $U$  thỏa  $X \rightarrow Y$  với  $U = \{t | t[X] = t_0[X]\}$ .

a) Nếu  $|U| = 1$ , thì  $t_0 \in POS(X, Z)$ .

b) Nếu  $|U| > 1$ , khi đó  $\forall t_1, t_2 \in U \Rightarrow t_1[X] = t_2[X]$  và  $t_1[Y] = t_2[Y]$ .

Do  $POS(Y, Z) = r$ , suy ra  $t_1[Z] = t_2[Z]$ . Từ đó  $U$  thỏa  $X \rightarrow Z$  và  $t_0 \in POS(X, Z)$ . Vậy  $POS(X, Y) \subseteq POS(X, Z)$  và tính chất 6 được chứng minh. Từ tính chất 6, dễ dàng chứng minh được hệ quả sau. ■

**Hệ quả 1.** Từ  $X \xrightarrow{k}$  và  $Y \rightarrow Z$  suy ra  $X \xrightarrow{k'} Z, k' \geq k$ .

**Tính chất 7.** (Quy tắc tách) Từ  $X \xrightarrow{k} YZ$  suy ra  $X \xrightarrow{k'} Y$  và  $X \xrightarrow{k''} Z, k' \geq k$  và  $k'' \geq k$ .

*Chứng minh:*

$$\text{Ta có } X \xrightarrow{k} YZ. \quad (1)$$

$$\text{Theo qui tắc tách có } YZ \rightarrow Y \quad (2)$$

$$\text{và } YZ \rightarrow Z. \quad (3)$$

Từ (1) và (2), theo hệ quả 1, có  $X \xrightarrow{k'} Y, k' \geq k$ .

Từ (2) và (3), theo hệ quả 2, có  $X \xrightarrow{k''} Z, k'' \geq k$ . ■

**Tính chất 8.** Cho  $r(A_1, A_2, \dots, A_n)$  và  $X, Y, Z \subseteq \Omega = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ . Khi đó, từ  $X \xrightarrow{1} Y, Y \xrightarrow{k} Z$  suy ra  $X \xrightarrow{k'} Z, k' \geq k$ .

*Chứng minh.* Giả sử  $t_0 \in \text{POS}(Y, Z)$ . Suy ra  $t_0 \in V, V \in \text{PART}(Y)$  và  $V$  thỏa  $Y \rightarrow Z$ . Xét  $U \in \text{PART}(X)$ , với  $U = \{t \in r \mid t[X] = t_0[X]\}$ . Suy ra  $t_0 \in U$ .

$$\begin{aligned} \forall t_1, t_2 \in U &\Rightarrow t_1[X] = t_2[X] \Rightarrow t_1[Y] = t_2[Y] = t_0[Y] (\text{do } X \xrightarrow{1} Y) \\ &\Rightarrow t_1[Z] = t_2[Z] (\text{do } t_1, t_2 \in V). \end{aligned}$$

Chúng ta có  $U$  thỏa  $X \rightarrow Z$  và  $t_0 \in \text{POS}(X, Z)$ . Vậy  $\text{POS}(Y, Z) \subseteq \text{POS}(X, Z)$  và tính chất 8 được chứng minh. ■

**Tính chất 9.** Từ  $X \xrightarrow{k} Y$  và  $X \xrightarrow{k} Z$  không suy ra được  $X \xrightarrow{k'} YZ$  với  $k' \geq k$ .

*Nói cách khác, đối với phụ thuộc hàm suy rộng, quy tắc hợp có trong phụ thuộc hàm kinh điển không còn đúng.*

*Chứng minh.* Xét quan hệ  $r(A, B, C, D)$  như sau:

$r :$	$A$	$B$	$C$	$D$
	1	0	2	1
	1	1	3	2
	3	1	3	3
	3	1	2	4
	3	1	3	5
	4	1	5	6
	4	2	5	7
	4	3	5	8

Để thấy là  $A \xrightarrow{3/8} B$  và  $A \xrightarrow{3/8} C$ . Tuy nhiên  $A \not\xrightarrow{0} BC$ .

*Nhận xét:*

+ Khác với phụ thuộc hàm thông thường từ  $X \xrightarrow{k} Y$  và  $Y \xrightarrow{k} Z$  không suy ra được  $X \xrightarrow{k'} Z$  (tức không có tính bắc cầu) với  $1 > k' \geq k$ . Nói cách khác, với các phụ thuộc hàm suy rộng, tiên đề thứ 3 (tiên đề bắc cầu) của hệ tiên đề Armstrong không còn đúng. Điều này được minh họa bởi ví dụ sau:

$r :$	$A$	$B$	$C$	$D$
	0	3	5	1
	0	3	6	2
	1	2	2	3
	1	1	0	4
	2	1	0	5
	2	2	3	6

Để thấy là  $A \xrightarrow{1/3} B$  và  $B \xrightarrow{1/3} C$  tuy nhiên  $A \not\xrightarrow{0} C$ .

+ Các tiên đề 1 (phản xạ) và tiên đề 2 (gia tăng) vẫn còn đúng.

Sau khi đã chứng minh các tính chất 7, 8, 9, bây giờ ta hãy xem xét và giải quyết vấn đề sau: Cho  $r$  và  $s$  là hai quan hệ cùng xác định trên tập thuộc tính  $\Omega = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ ,  $X, Y$  là các tập con của  $\Omega$ ,  $r$  thỏa  $X \xrightarrow{k_1} Y$ ,  $s$  thỏa  $X \xrightarrow{k_2} Y$  với  $0 < k_1, k_2 < 1$ . Khi đó có thể kết luận gì về sự phụ thuộc của phụ thuộc hàm suy rộng  $X \xrightarrow{k} Y$  trên các quan hệ  $r \cup s, r - s$  và  $r \cap s$ ? Ta có những kết quả sau:

**Tính chất 10.** Cho  $r$  và  $s$  là hai quan hệ cùng xác định trên tập thuộc tính  $\Omega = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ ,  $X, Y$  là các tập con của  $\Omega$ ,  $r$  thỏa  $X \xrightarrow{k_1} Y$ ,  $s$  thỏa  $X \xrightarrow{k_2} Y$  với  $0 < k_1, k_2 < 1$ .

Khi đó có thể xây dựng được các quan hệ  $r$  và  $s$  thỏa tất cả các điều kiện trên sao cho  $r \cup s$  thỏa  $X \xrightarrow{0} Y$  và cũng có thể xây dựng được các quan hệ  $r$  và  $s$  thỏa tất cả các điều kiện trên sao cho  $r \cup s$  thỏa  $X \xrightarrow{k} Y$ .

$$\text{với } k \leq \min \left[ \frac{\max(k_1^*|r|, k_2^*|s|)}{\min(|r|, |s|)}, 1 \right] \text{ và } k < 1$$

*Chứng minh.* Với  $r$  và  $s$  thỏa các điều kiện được nêu trong tính chất 10, ta xây dựng các quan hệ  $r$  và  $s$  cho hai trường hợp sau.

Trường hợp 1:

$r :$	$A$	$B$	$C$	$s :$	$A$	$B$	$C$	$r \cup s :$	$A$	$B$	$C$
	1	0	0		1	0	0		1	0	0
	1	0	1		1	0	1		1	0	1
	1	1	0		0	0	0		0	0	0
	0	0	0		0	1	0		0	0	1
	0	0	1		0	1	1		0	1	0
									0	1	1

Rõ ràng  $r$  thỏa  $A \xrightarrow{2/5} B$  và  $s$  thỏa  $A \xrightarrow{2/5} B$ , còn  $r \cup s$  thỏa  $A \xrightarrow{0} B$ .

Trường hợp 2:

Ta xây dựng hai quan hệ  $r$  và  $s$  sao cho với mọi  $t \in r$  có  $t[X] \neq t'[X] \forall t' \in s$ . Điều kiện này đảm bảo  $r \cap s = \phi$ .

Khi đó rõ ràng với  $r \cup s$ , số bộ thỏa phụ thuộc hàm  $X \rightarrow Y$  bằng  $|r_1| + |s_1|$ , trong đó  $|r_1|$  và  $|s_1|$  theo thứ tự là số bộ của  $r$  và  $s$  thỏa phụ thuộc hàm  $X \rightarrow Y$ . Như vậy  $r \cup s$  thỏa  $X \xrightarrow{k} Y$  với:



Trường hợp 2: Xét

$r :$	$A$	$B$	$C$	$s :$	$A$	$B$	$C$	$r - s :$	$A$	$B$	$C$
	0	0	1		2	0	0		0	0	1
	0	0	0		2	1	1		0	0	0
	2	0	0		2	1	0		0	0	0
	2	1	1		1	0	2		0	0	0
	2	1	0		1	0	0		0	0	0
					1	0	1				

$r$  thỏa  $A \xrightarrow{2/5} B$ ;  $s$  thỏa  $A \xrightarrow{0,5} B$ ;  $r - s$  thỏa  $A \xrightarrow{1} B$ .

**Tính chất 12.** Cho  $r$  và  $s$  là hai quan hệ cùng xác định trên tập thuộc tính  $\Omega = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ ,  $X, Y$  là các tập con của  $\Omega$ ,  $r$  thỏa  $X \xrightarrow{k_1} Y$ ,  $s$  thỏa  $X \xrightarrow{k_2} Y$  với  $0 < k_1, k_2 < 1$ .

Khi đó có thể xây dựng được các quan hệ  $r$  và  $s$  thỏa tất cả các điều kiện trên sao cho  $r \cap s$  thỏa  $X \xrightarrow{0} Y$  và cũng có thể xây dựng được các quan hệ  $r$  và  $s$  thỏa tất cả các điều kiện trên sao cho  $r \cap s$  thỏa  $X \xrightarrow{1} Y$ .

Chứng minh:

Với  $r$  và  $s$  thỏa các điều kiện được nêu trên trong tính chất 12, ta xây dựng các quan hệ  $r$  và  $s$  cho hai trường hợp sau:

Trường hợp 1:

$r :$	$A$	$B$	$C$	$s :$	$A$	$B$	$C$	$r - s :$	$A$	$B$	$C$
	1	0	0		0	0	0		0	0	0
	0	0	0		0	1	0		0	0	0
	0	1	0		1	1	1		0	1	0
					1	1	0				

Rõ ràng  $r$  thỏa  $A \xrightarrow{1/3} B$ ;  $s$  thỏa  $A \xrightarrow{1/2} B$  và  $r - s$  thỏa  $A \xrightarrow{0} B$ .

Trường hợp 2: Xét

$r :$	$A$	$B$	$C$	$s :$	$A$	$B$	$C$	$r \cap s :$	$A$	$B$	$C$
	0	0	0		1	0	0		1	0	0
	0	1	0		1	0	1		1	0	0
	0	0	1		2	1	0		1	0	1
	1	0	0		2	0	1				
	1	0	1								

$r$  thỏa  $A \xrightarrow{2/5} B$ ;  $s$  thỏa  $A \xrightarrow{1/2} B$ ;  $r - s$  thỏa  $A \xrightarrow{1} B$ .

### Bàn luận

Trên đây chúng tôi đã trình bày dưới dạng hiển về ngữ nghĩa cách mở rộng của [1,3] để thấy được bản chất của sự mở rộng [1,3]. Chúng tôi cũng đã chứng minh lại một số tính chất trong [1,3] theo một cách mới. Các tính chất 7, 8, 9,10, 11, 12 là những tính chất mới đã được chứng minh và những nhận xét trong bài báo này là những nhận xét có ý nghĩa về phụ thuộc hàm suy rộng trên cơ sở lý thuyết tập thỏ.

Qua các tính chất 10, 11, 12 đã chứng minh ở trên, ta thấy được có sự khác nhau giữa phụ thuộc hàm kinh điển và phụ thuộc hàm suy rộng. Cụ thể là nếu  $r$  và  $s$  có cùng lược đồ và cùng thỏa  $X \xrightarrow{1} Y$  thì các quan hệ  $r \cup s, r - s, r \cap s$  cũng thỏa phụ thuộc hàm  $X \xrightarrow{1} Y$ , nhưng điều đó không còn đúng với các phụ thuộc hàm suy rộng.

**Lời cảm ơn.** Chúng tôi xin chân thành cảm ơn TS. Hà Quang Thụy đã cho nhiều ý kiến đóng góp quý báu, giúp chúng tôi hoàn thiện bài báo này.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] L.B. Cristofor, *A rough sets based generalization of functional dependencies*, UMass/Boston, Dept. of Math and Comp. Sci. Technical Report May 8, 2000.
- [2] Z. Pawlak, *Rough sets: Theoretical aspects of reasoning about data*, Kluwer, 1991.
- [3] Hà Quang Thụy, Tập thô trong bảng quyết định, *Tạp chí Khoa học ĐHQG, KHTN*, **XII** (4) (1996) 6–12.
- [4] W. Ziarko, *The Discovery, Analysis and Representation of data dependencies in Databases*, G. Piatetsky-Shapiro and W. J. Frawley (eds.), Knowledge Discovery in Databases, AAAI Press/MIT Press, 177-195.

*Nhận bài ngày 01 - 7 - 2003*

*Nhận lại sau sửa ngày 02 - 02 - 2004*