

## CÂN BẰNG KÊNH THÍCH NGHI

NGUYỄN HOÀNG LINH

*Học viện Công nghệ Bưu chính viễn thông*

**Abstract.** This paper presents RLS (Recursive Least Square), LMS (Least Mean Square) and RBF (Radial Basis Function) neural network adaptive channel equalizers. The principles and algorithms are analysed. The application domain is also discussed.

**Tóm tắt.** Bài này trình bày các bộ cân bằng kênh thích nghi RLS, LMS và mạng nron RBF. Các nguyên lý và thuật toán được phân tích. Lĩnh vực ứng dụng cũng được thảo luận.

### 1. MỞ ĐẦU

Cân bằng kênh là một kỹ thuật lọc nhiễu có hiệu quả, nhằm nâng cao chất lượng dịch vụ trong mạng viễn thông. Cân bằng kênh thích nghi rất cần thiết cho các hệ thống với các tham số thay đổi theo thời gian, như trong thông tin di động khoảng cách từ máy di động đến trạm gốc và fading luôn thay đổi. Trong bài này, chúng tôi giới thiệu một số phương pháp cân bằng kênh thích nghi quan trọng nhất, được sử dụng rộng rãi trong thực tế. Nguyên lý cơ bản cũng như những kết quả nghiên cứu mới sẽ được trình bày. Trên hình 1 là sơ đồ bộ cân bằng kênh thích nghi. Theo tính chất của đáp ứng xung ta chia ra bộ cân bằng kiểu đáp ứng xung hữu hạn (FIR) hoặc vô hạn (IIR). Căn cứ vào phương pháp tính các hệ số  $w(m)$  ta có bộ cân bằng bình phương (sai số) nhỏ nhất hồi qui (RLS), bình phương (sai số) trung bình nhỏ nhất...

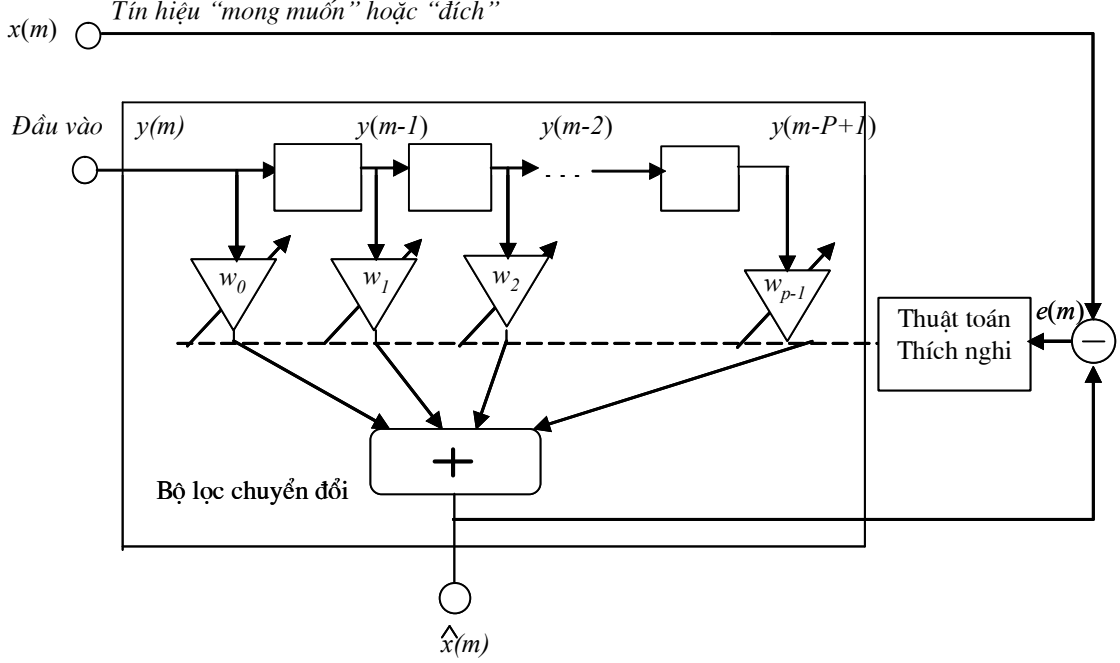
Trên hình 1 ta thấy  $\hat{x}(m)$  là đáp ứng xung (hữu hạn) của hệ thống tuyến tính với đầu vào  $y(m)$ . Trong thực tế, kênh viễn thông là phi tuyến nhất là dưới tác động của nhiễu xuyên ký hiệu hoặc fading sâu... Trong những trường hợp này, đáp ứng xung của kênh được mô tả bằng chuỗi Volte rất phức tạp. Theo lý thuyết mạng nơron nhân tạo, ta có thể xấp xỉ hàm phi tuyến này ví dụ bằng một mạng RBF. Do đó, ở phần cuối chúng tôi đề xuất sử dụng mạng RBF để xây dựng bộ cân bằng kênh thích nghi.

### 2. BỘ CÂN BẰNG THÍCH NGHI RLS

Bộ cân bằng RLS là một dạng của bộ cân bằng Wiener. Đối với những tín hiệu ổn định, bộ cân bằng RLS hội tụ đến hệ số bộ cân bằng tối ưu như bộ cân bằng Wiener. Đối với những tín hiệu không ổn định, bộ cân bằng RLS bám theo biến thiên thời gian của quá trình. Bộ cân bằng RLS với các hệ số tối ưu hội tụ nhanh nhất. Điều này rất hữu ích cho những ứng dụng đòi hỏi khả năng bám theo những tín hiệu thay đổi nhanh ([1, 5]).

Trong thuật toán bình phương nhỏ nhất hồi quy, thuật toán thích nghi khởi động với vài trạng thái ban đầu, và những mẫu kế tiếp của các tín hiệu vào được sử dụng để hiệu chỉnh các hệ số bộ cân bằng. Hình 1 minh họa cấu hình của một bộ cân bằng thích nghi trong đó

$y(m)$ ,  $x(m)$  và  $\mathbf{W}(m) = [w_0(m), w_1(m), \dots, w_{P-1}(m)]^T$  biểu thị đầu vào của bộ cân bằng, tín hiệu mong muốn và véc-tơ hệ số bộ cân bằng tương ứng. Đầu ra có thể được biểu diễn như sau:



Hình 1. Sơ đồ bộ cân bằng thích nghi

$$\hat{x}(m) = \mathbf{w}^T(m)y(m), \quad (1)$$

trong đó  $\hat{x}(m)$  là ước lượng của tín hiệu mong muốn  $x(m)$ ,  $y(m) = [y(m), \dots, y(m-P)]^T$ . Tín hiệu sai số bộ cân bằng được định nghĩa:

$$e(m) = x(m) - \hat{x}(m) = x(m) - \mathbf{w}^T(m)y(m). \quad (2)$$

Quá trình thích nghi dựa trên việc cực tiểu hóa tiêu chuẩn sai số bình phương trung bình được định nghĩa:

$$\begin{aligned} E[e^2(m)] &= E\{[x(m) - \mathbf{w}^T(m)y(m)]^2\} \\ &= E[x^2(m)] - 2\mathbf{w}^T(m)E[y(m)x(m)] + \mathbf{w}^T(m)E[y(m)y^T(m)]\mathbf{w}(m) \\ &= r_{xx}(0) - 2\mathbf{w}^T(m)r_{yx}(m) + \mathbf{w}^T(m)\mathbf{R}_{yy}(m)\mathbf{w}(m) \end{aligned} \quad (3)$$

Bộ cân bằng trên cơ sở cân bằng Wiener có được do cực tiểu hóa sai số bình phương trung bình đối với các hệ số. Đối với tín hiệu ổn định, kết quả của việc cực tiểu hóa cho ta phương trình sau:

$$\mathbf{w} = \mathbf{R}_{yy}^{-1}\mathbf{r}_{yx} \quad (4)$$

Trong đó  $\mathbf{R}_{yy}$  là ma trận tự tương quan của tín hiệu đầu vào và  $r_{yx}$  là véc-tơ tương quan chéo của tín hiệu vào và tín hiệu đích. Dưới đây ta dẫn ra công thức hồi quy cập nhật thời gian, công thức thích nghi của phương trình (4). Cho một khối gồm  $N$  véc-tơ mẫu ma trận tương quan có thể được viết lại như sau:

$$\mathbf{R}_{yy} = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} = \sum_{m=0}^{N-1} \mathbf{y}(m) \mathbf{y}^T(m) \quad (5)$$

trong đó  $\mathbf{y}(m) = [y(m), \dots, y(m-P)]^T$ . Tổng của tích các véctơ trong (5) có thể được biểu diễn dưới dạng hồi quy như sau:

$$\mathbf{R}_{yy}(m) = \mathbf{R}_{yy}(m-1) + \mathbf{y}(m) \mathbf{y}^T(m) \quad (6)$$

Để đưa ra khả năng thích nghi với biến thiên thời gian của các thống kê tín hiệu, ước lượng tự tương quan trong phương trình (6) có thể biểu diễn bởi một cửa sổ suy giảm theo hàm mũ.

$$\mathbf{R}_{yy}(m) = \lambda \mathbf{R}_{yy}(m-1) + \mathbf{y}(m) \mathbf{y}^T(m) \quad (7)$$

trong đó  $\lambda$  được gọi là thừa số thích nghi hoặc là thừa số không nhớ và ở trong khoảng  $0 \leq \lambda \leq 1$ . Tương tự, véctơ tương quan chéo được cho bởi

$$\mathbf{r}_{yx} = \sum_{m=0}^{N-1} \mathbf{y}(m) x(m) \quad (8)$$

Tổng của tích các véctơ trong (8) có thể được tính dạng hồi quy như sau:

$$\mathbf{r}_{yx} = \mathbf{r}_{yx}(m-1)x(m) + \mathbf{y}(m)x(m) \quad (9)$$

Một lần nữa phương trình này có thể tạo ra thích nghi sử dụng thừa số không nhớ  $\lambda$  suy giảm theo hàm mũ.

$$\mathbf{r}_{yx} = \lambda \mathbf{r}_{yx}(m-1)x(m) + \mathbf{y}(m)x(m) \quad (10)$$

Đối với một lời giải hồi quy của sai số bình phương nhỏ nhất của (10), ta thu được công thức cập nhật thời gian hồi quy cho ma trận nghịch đảo dạng sau:

$$\mathbf{R}_{yy}^{-1}(m) = \mathbf{R}_{yy}^{-1}(m-1) + \text{Cập nhật} \quad (11)$$

Một quan hệ hồi quy đối với phép nghịch đảo ma trận đạt được là do sử dụng bổ đề sau:

**Bổ đề phép nghịch đảo ma trận.** Cho  $A$  và  $B$  là 2 ma trận  $P \times P$  xác định dương có mối liên hệ với nhau ([5]):

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}_{-1} + \mathbf{C} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{C}^T \quad (12)$$

trong đó  $\mathbf{D}$  là ma trận  $N \times N$  xác định dương và  $\mathbf{C}$  là ma trận  $P \times N$ . Bổ đề phép nghịch đảo ma trận được phát biểu rằng nghịch đảo của ma trận  $\mathbf{A}$  có thể được biểu diễn:

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B} - \mathbf{B} \mathbf{C} (\mathbf{D} + \mathbf{C}^T \mathbf{B} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{B}^T \quad (13)$$

Bổ đề này được chứng minh bằng cách nhân phương trình (12) với phương trình (13). Kết quả của 2 vế là 2 ma trận đồng nhất. Bổ đề phép nghịch đảo ma trận có thể được sử dụng để nhận được dạng hồi quy đầy đủ cho nghịch đảo của ma trận tương quan  $\mathbf{R}_{yy}^{-1}(m)$ .

Cho

$$\mathbf{R}_{yy}(m) = \mathbf{A} \quad (14)$$

$$\lambda^{-1}\mathbf{R}_{yy}^{-1}(m-1) = \mathbf{B} \quad (15)$$

$$\mathbf{y}(m) = \mathbf{C} \quad (16)$$

$$\mathbf{D} = \text{ma trận đơn vị} \quad (17)$$

Thay (14) và (15) vào phương trình (13) ta nhận được:

$$\mathbf{R}_{yy}^{-1}(m) = \lambda^{-1}\mathbf{R}_{yy}^{-1}(m-1) - \frac{\lambda^{-2}\mathbf{R}_{yy}^{-1}\mathbf{y}(m)\mathbf{y}^T(m)\mathbf{R}_{yy}^{-1}(m-1)}{1 + \lambda^{-1}\mathbf{y}^T(m)\mathbf{R}_{yy}^{-1}(m-1)\mathbf{y}(m)} \quad (18)$$

Ta định nghĩa các biến  $\Phi(m)$  và  $\mathbf{k}(m)$  như sau:

$$\Phi_{yy}(m) = \mathbf{R}_{yy}^{-1}(m) \quad (19)$$

$$\mathbf{k}(m) = \frac{\lambda^{-1}\mathbf{R}_{yy}^{-1}(m-1)\mathbf{y}(m)}{1 + \lambda^{-1}\mathbf{y}^T(m)\mathbf{R}_{yy}^{-1}(m-1)\mathbf{y}(m)} \quad (20)$$

Hoặc

$$\mathbf{k}(m) = \frac{\lambda^{-1}\Phi_{yy}(m-1)\mathbf{y}(m)}{1 + \lambda^{-1}\mathbf{y}^T(m)\Phi_{yy}(m-1)\mathbf{y}(m)} \quad (21)$$

Sử dụng (19) và (21), phương trình hồi quy (18) cho việc tính toán ma trận nghịch đảo có thể được viết như sau:

$$\Phi_{yy}(m) = \lambda^{-1}\Phi_{yy}(m-1) - \lambda^{-1}\mathbf{k}(m)\mathbf{y}^{-1}(m)\Phi_{yy}(m-1) \quad (22)$$

Từ phương trình (21) và (22) ta có :

$$\begin{aligned} \mathbf{k}(m) &= [\lambda^{-1}\Phi_{yy}(m-1) - \lambda^{-1}\mathbf{k}(m)\mathbf{y}^T(m)\Phi_{yy}(m-1)]\mathbf{y}(m) \\ &= \Phi_{yy}(m)\mathbf{y}(m) \end{aligned} \quad (23)$$

Phương trình (22) và (23) được sử dụng dưới đây để nhận được thuật toán thích nghi của bộ cân bằng RLS

**Cập nhật thời gian hồi quy của các hệ số bộ cân bằng:** các hệ số sai số bình phương nhỏ nhất là:

$$\mathbf{w}(m) = \mathbf{R}_{yy}^{-1}(m)\mathbf{r}_{yx}(m) = \Phi_{yy}(m)\mathbf{r}_{yx}(m) \quad (24)$$

thay dạng hồi quy của vectơ tương quan vào (24) ta được:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(m) &= \Phi_{yy}(m)[\lambda\mathbf{r}_{yx}(m-1) + \mathbf{y}(m)x(m)] \\ &= \lambda\Phi_{yy}(m)\mathbf{r}_{yx}(m-1) + \Phi_{yy}(m)\mathbf{y}(m)x(m) \end{aligned} \quad (25)$$

Bây giờ thay dạng hồi quy của ma trận  $\Phi(m)$  từ (22) và  $\mathbf{k}(m) = \Phi(m)\mathbf{y}(m)$  từ (23) vào vế phải của (25) ta có:

$$\mathbf{w}(m) = [\lambda^{-1}\Phi_{yy}(m-1) - \lambda^{-1}\mathbf{k}(m)\mathbf{y}^T(m)\Phi_{yy}(m-1)]\lambda\mathbf{r}_{yx}(m-1) + \mathbf{k}(m)x(m) \quad (26)$$

hoặc:

$$\mathbf{w}(m) = \Phi_{yy}(m-1)\mathbf{r}_{yx}(m-1) - k(m)y^T(m)\Phi_{yy}(m-1)\mathbf{r}_{yy}(m-1) + k(m)x(m) \quad (27)$$

Thay  $\mathbf{w}(m-1) = \Phi(m-1)\mathbf{r}_{yx}(m-1)$  vào (27) ta được:

$$w(m) = w(m-1) - k(m)[x(m) - y^T(m)w(m-1)] \quad (28)$$

Phương trình này có thể được viết lại dưới dạng sau:

$$w(m) = w(m-1) - k(m)e(m) \quad (29)$$

Phương trình (29) là cập nhật thời gian đầy đủ của sai số bình phương nhỏ nhất của bộ cân bằng Wiener.

### Thuật toán thích nghi RLS

Tín hiệu vào:  $y(m)$  và  $x(m)$

Giá trị đầu:  $\Phi_{yy}(m) = \delta\mathbf{I}$  cho  $m = 1, 2, \dots$

Véc tơ độ lợi cân bằng :

$$\mathbf{w}(m) = \frac{\lambda^{-1}\Phi_{yy}(m-1)\mathbf{y}(m)}{1 + \lambda^{-1}\mathbf{y}^T(m)\Phi_{yy}(m-1)\mathbf{y}(m)} \quad (30)$$

Phương trình tín hiệu sai số:

$$e(m) = x(m) - \mathbf{w}^T(m-1)\mathbf{y}(m) \quad (31)$$

Các hệ số cân bằng:

$$\mathbf{w}(m) = \mathbf{w}(m-1) - k(m)e(m) \quad (32)$$

Cập nhật ma trận tương quan nghịch đảo:

$$\Phi_{yy}(m) = \lambda^{-1}\Phi_{yy}(m-1) - \lambda^{-1}k(m)y^T(m)\Phi(m-1) \quad (33)$$

### 3. PHƯƠNG PHÁP ĐỘ DỐC NHẤT

Bề mặt sai số bình phương trung bình có liên quan đến các hệ số của bộ cân bằng FIR, là đường parabol bậc 2 với điểm cực tiểu tương ứng các hệ số của bộ cân bằng LSE (Least Square Error). Việc tìm kiếm dựa trên một loạt liên tiếp các bước xuống theo hướng gradient âm của bề mặt sai số. Bắt đầu bằng tập hợp các giá trị ban đầu, các hệ số bộ cân bằng được cập nhật liên tiếp theo chiều xuống cho đến điểm cực tiểu. Tại đây gradient đã đạt được bằng 0. Phương pháp thích nghi độ dốc nhất có thể được biểu diễn như sau ([4, 5]):

$$\mathbf{w}(m+1) = \mathbf{w}(m) + \mu \left[ -\frac{\partial E[e^2(m)]}{\partial \mathbf{w}(m)} \right] \quad (34)$$

trong đó  $\mu$  là cỡ của bước thích nghi. Gradient của hàm sai số bình phương trung bình được cho bởi:

$$\frac{\partial E[e^2(m)]}{\partial \mathbf{w}(m)} = -2\mathbf{r}_{yx} + 2\mathbf{R}_{yy}\mathbf{w}(m) \quad (35)$$

Thay (3.5) vào (3.4) ta được:

$$w(m+1) = w(m) + \mu[2r_{yx} + 2\mathbf{R}_{yy}w(m)] \quad (36)$$

Số hạng thứ 2 trong (35) đã được hấp thụ vào cỡ của bước nhảy thích nghi  $\mu$ . Cho  $w_0$  biểu diễn véc tơ hệ số bộ cân bằng LSE tối ưu, ta định nghĩa véc tơ sai số của hệ số bộ cân bằng như sau:

$$w(m) = \mathbf{w}(m) - w_0 \quad (37)$$

Đối với một quá trình ổn định,  $w_0$  của bộ cân bằng LSE tối ưu thu được từ bộ lọc Wiener có phương trình sau:

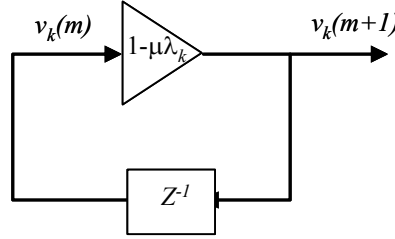
$$w_0 = \mathbf{R}_{yy}^{-1}r_{yx} \quad (38)$$

Trừ 2 vế của phương trình (36) cho  $w_0$  và thay  $\mathbf{R}_{yy}w_0$  cho  $r_{yx}$  sử dụng (37) ta có:

$$w(m+1) = [\mathbf{I} - \mu\mathbf{R}_{yy}]w(m) \quad (39)$$

Điều mong muốn là véc tơ sai số của bộ cân bằng  $w(m)$  triệt tiêu càng nhanh càng tốt. Tham số  $\mu$  điều khiển sự ổn định và tốc độ hội tụ của bộ cân bằng thích nghi. Khi giá trị của  $\mu$  quá lớn gây nên mất ổn định, giá trị quá nhỏ làm cho tốc độ hội tụ chậm. Độ ổn định của phương pháp ước lượng tham số phụ thuộc vào sự lựa chọn giá trị của tham số thích nghi  $\mu$  và ma trận tự tương quan. Từ (39) phương trình hồi quy cho sai số trong mỗi hệ số bộ cân bằng riêng biệt có thể thu được như sau, ma trận tương quan có thể biểu diễn dưới dạng các ma trận véc tơ riêng và ma trận giá trị riêng như sau:

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^T \quad (40)$$



Hình 2. Một kiểu hồi tiếp của biến thiên sai số hệ số theo thời gian

Trong đó  $\mathbf{Q}$  là ma trận trực giao của ma trận véc tơ riêng  $\mathbf{R}_{yy}$ , và  $\mathbf{\Lambda}$  là ma trận đường chéo với các phần tử đường chéo tương ứng với giá trị riêng của  $\mathbf{R}_{yy}$ . Thay  $\mathbf{R}_{yy}$  từ (40) vào (39) ta có:

$$w(m+1) = [\mathbf{I} - \mu\mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^T]w(m) \quad (41)$$

Nhân 2 vế của (41) với  $\mathbf{Q}^T$  và sử dụng quan hệ  $\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} = \mathbf{Q} \mathbf{Q}^T = \mathbf{I}$ , ta có:

$$\mathbf{Q}^T w(m+1) = [\mathbf{I} - \mu \mathbf{\Lambda}] \mathbf{Q}^T w(m) \quad (42)$$

Cho

$$v(m) = \mathbf{Q}^T w(m) \quad (43)$$

Sau đó:

$$v(m+1) = [\mathbf{I} - \mu \mathbf{\Lambda}] v(m) \quad (44)$$

Vì  $\Lambda$  và  $\mathbf{I}$  là hai ma trận đường chéo, phương trình (44) có thể biểu diễn dưới dạng các phương trình đối với các thành phần riêng của vectơ sai số  $\nu(m)$  như sau:

$$\nu(m+1) = [\mathbf{1} - \mu\lambda_k]\nu_k(m) \quad (45)$$

trong đó  $\lambda_k$  là giá trị riêng thứ  $k$  của ma trận tự tương quan của đầu vào bộ cân bằng  $y(m)$ . Hình 2 là kiểu s đồ hồi tiếp biến thiên theo thời gian của vect sai số. Từ (45) điều kiện để ổn định của quá trình thích nghi và hệ số của vect sai số là:

$$1 < 1 - \mu\lambda_k < 1 \quad (46)$$

Cho  $\lambda_{\max}$  biểu diễn giá trị riêng cực đại của ma trận tự tương quan  $y(m)$ , từ (46) giới hạn  $\mu$  cho sự thích nghi ổn định được cho bởi [4]:

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\max}} \quad (47)$$

**Tốc độ hội tụ:** Tốc độ hội tụ của các hệ số bộ cân bằng phụ thuộc vào sự lựa chọn tham số  $\mu$ , trong đó  $0 < \mu < 1/\lambda_{\max}$ . Khi các giá trị riêng của ma trận tự tương quan dàn trải không đều các hệ số bộ cân bằng hội tụ ở các tốc độ khác nhau: giá trị riêng nhỏ hơn thì tốc độ hội tụ chậm hơn và ngược lại. Các hệ số bộ cân bằng có giá trị riêng cực đại và cực tiểu,  $\lambda_{\max}$  và  $\lambda_{\min}$  hội tụ theo phương trình sau:

$$v_{\max}(m+1) = (1 - \mu\lambda_{\max})v_{\max}(m), \quad (48)$$

$$v_{\min}(m+1) = (1 - \mu\lambda_{\min})v_{\min}(m). \quad (49)$$

Tỷ số giữa giá trị riêng cực đại và giá trị riêng cực tiểu của ma trận tự tương quan được gọi là giá trị riêng của ma trận tự tương quan.

$$\text{giá trị riêng} = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \quad (50)$$

Chú ý rằng trị trong tốc độ hội tụ của hệ số bộ cân bằng tỷ lệ với trị trong giá trị riêng của ma trận tự tương quan của tín hiệu đầu vào.

#### 4. BỘ CÂN BẰNG LMS

Phương pháp độ dốc nhất dùng sai số bình phương trung bình để tìm các hệ số sai số bình phương nhỏ nhất của bộ cân bằng. Một cách tính đơn giản của phương pháp tìm gradient là tìm bình phương trung bình nhỏ nhất của bộ cân bằng mà trong đó gradient của sai số bình phương trung bình được thay bằng gradient của hàm sai số bình phương tức thời. Phương pháp thích nghi LMS được định nghĩa như sau ([2]):

$$w(m+1) = w(m) + \mu \left( \frac{\partial e^2(m)}{\partial w(m)} \right) \quad (51)$$

trong đó tín hiệu sai số  $e(m)$  được cho bởi:

$$e(m) = x(m) - w^T(m)x(m) \quad (52)$$

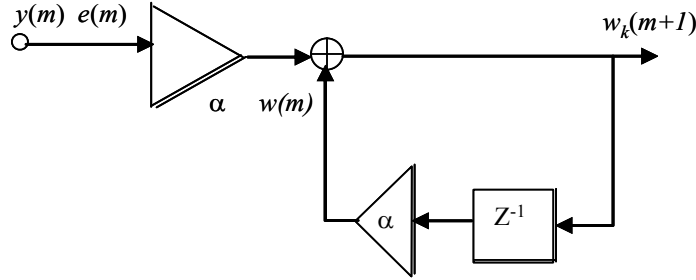
Gradient tức thời của sai số bình phương có thể được viết lại như sau:

$$\begin{aligned} \frac{\partial e^2(m)}{\partial w(m)} &= \frac{\partial [x(m) - w^T(m)x(m)]^2}{\partial w(m)} \\ &= -2y(m)[x(m) - w^T(m)x(m)]^2 \\ &= -2y(m)e(m) \end{aligned} \quad (53)$$

Thay (53) vào phương trình cập nhật hồi quy của các tham số bộ cân bằng, phương trình (51) cho phương trình thích nghi LMS là:

$$w(m+1) = w(m) + \mu[y(m)e(m)] \quad (54)$$

Đây là phương trình rất đơn giản. Tiềm lợi chính của thuật toán LMS là nó đơn giản cả trong các biểu thức mà yêu cầu bộ nhớ và độ phức tạp tính toán.



Hình 3. Hệ số bộ cân bằng LMS

**Thuật toán rò LMS:** Sự ổn định và thích nghi của phương trình thích nghi hồi quy LMS (38) có thể được cải thiện bằng cách đưa vào hệ số rò  $\alpha$  như sau:

$$w(m+1) = \alpha w(m) + \mu[y(m)e(m)]. \quad (55)$$

Chú ý rằng phương trình hồi tiếp cho cập nhật thời gian của hệ số bộ cân bằng về cơ bản là hệ hồi quy (đáp ứng xung là vô hạn) với đầu vào  $\mu y(m)e(m)$  và các cực của nó tại  $\alpha$ . Khi tham số  $\alpha < 1$ , kết quả là đưa ra độ ổn định hơn và gia tăng sự thích nghi của bộ cân bằng đến sự thay đổi các đặc tính của tín hiệu vào.

**Sai số trạng thái bền vững:** Sai số bình phương trung bình nhỏ nhất (LMS),  $E_{\min}$  đạt được cả khi hệ số của bộ cân bằng tiến tới giá trị tối ưu đã được định nghĩa trong phương trình  $w_0 = R_{yy}^{-1}r_{yy}$  ở phần trước.

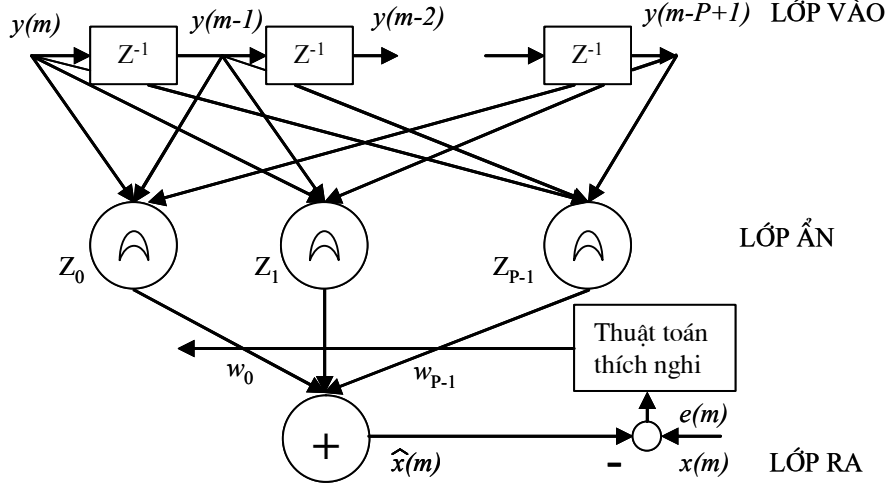
Phương pháp độ dốc nhất dùng gradient trung bình của bề mặt sai số cho việc cập nhật tăng dần các hệ số bộ cân bằng để đạt được giá trị tối ưu. Do đó, khi các hệ bộ cân bằng đạt đến điểm cực tiểu của đường cong sai số bình phương trung bình, gradient trung bình bằng 0 và giữ nguyên khi bề mặt sai số là ổn định. Trong trường hợp ngược lại, việc xem xét phương trình LMS cho thấy rằng đối với những ứng dụng mà LMS không bằng 0 chẳng hạn như giảm nhiễu, cập nhật tăng dần số hạng  $\mu e(m)y(m)$  không đạt đến 0 ngay cả khi điểm tối ưu đã được tìm thấy. Do đó tại điểm hội tụ, bộ cân bằng LMS sẽ thay đổi ngẫu nhiên về điểm LSE, với kết quả là LSE của LMS sẽ vượt quá LSE của bộ cân bằng Wiener, hoặc các bộ cân bằng dùng phương pháp giảm độ dốc nhanh nhất. Chú ý ở lân cận điểm hội tụ một sự giảm dần của  $\mu$  có thể làm suy giảm quá ngưỡng LSE nhờ vào sự suy giảm khả năng thích nghi đối với các thay đổi trong các đặc tính của tín hiệu.

## 5. BỘ CÂN BẰNG THÍCH NGHI NƠN

Người ta đã chứng minh rằng: mạng nơon RBF có khả năng xấp xỉ các hàm phi tuyến dạng bất kỳ với độ chính xác tùy ý ([3]). Để đơn giản, ở đây ta sử dụng mạng RBF với  $P$  đầu vào  $y(m), \dots, y(m-P+1)$  và 1 đầu ra  $\hat{x}(m)$ , hình 4. Các đầu vào được tạo ra nhờ các ô nhớ như ở các bộ cân bằng trên và được đưa vào lớp 1. Lớp 2 gồm  $P$  nơon có hàm kích



hoạt:



Hình 4. Bộ cân bằng thích nghi nơon RBF

$$z_i = \frac{\exp[-\|y(m) - m_i(m)\|^2/2\sigma_i^2]}{\sum_{j=0}^{P-1} \exp[-\|y(m) - m_j(m)\|^2/2\sigma_j^2]}, \quad i = 0, 1, \dots, P-1, \quad (56)$$

Trong đó  $\mathbf{y}(m)$  là véctơ các đầu vào,  $\mathbf{m}_i(m)$  là véctơ các tọa độ của tâm nơon thứ  $i$  trong không gian đầu vào,  $\sigma_i$  gọi là chiều rộng của nơon,  $\|\cdot\|$  ký hiệu chuẩn Ôclit. Lớp ra có 1 nơon tuyến tính:

$$\hat{x}(m) = \sum_{i=0}^{P-1} w_i(m) z_i = \mathbf{W}_j^T \mathbf{z}, \quad (57)$$

trong đó  $\mathbf{z}$  ký hiệu véctơ các đầu ra của lớp ẩn  $\mathbf{z} = [z_0, z_1, \dots, z_{P-1}]^T$ . Trong giai đoạn luyện, tham số của các nơon được cập nhật (học) theo phương pháp lai với nhiều ưu điểm: học nhanh không giám sát cho lớp ẩn và học có giám sát cho lớp ra. Ta gọi nơon “thắng”, và ký hiệu bằng  $v$ , là nơon có tâm gần  $\mathbf{y}(m)$  nhất:

$$\|\mathbf{y}(m) - \mathbf{m}_v(m)\| = \min_{0 \leq i \leq P-1} \|\mathbf{y}(m) - \mathbf{m}_i(m)\|$$

Chỉ có nơon này được cập nhật còn các nơon khác thì giữ nguyên:

$$\mathbf{m}_v(m+1) = \mathbf{m}_v(m) + \delta \mathbf{m}_v(m) = \mathbf{m}_v(m) + \beta(\mathbf{y}(m) - \mathbf{m}_v(m)), \quad (58)$$

$$\sigma_v(m+1) = \|\mathbf{m}_v(m) - \mathbf{m}_{v-\text{cloest}}(m)\|/\gamma, \quad (59)$$

trong đó  $\beta$  là tốc độ học,  $\gamma$  là tham số chống lẩn, được chọn thích hợp,  $\mathbf{m}_{v-\text{cloest}}(m)$  là véctơ tâm của nơon gần nơon “thắng” nhất. Để khử sai số do cách học nhanh gây ra, ta thực hiện học có giám sát cho lớp ra. Từ (57) ta thấy sai số  $e(m) = x(m) - \hat{x}(m)$  là hàm tuyến tính đối với các trọng số  $w_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, P-1$ . Do đó ta có luật cập nhật theo phương pháp gradient nh”m cực tiểu hoá bình phương sai số:

$$w_i(m+1) = w_i(m) + \Delta w_i(m) = w_i(m) + \nu(x(m) - \hat{x}(m)), \quad i = 0, 1, \dots, P-1. \quad (60)$$

Với số mẫu luyện  $x(m)$  lớn mạng RBF mô hình hoá đủ chính xác hàm phi tuyến mô tả đặc tính kênh. Nhờ đó, trong giai đoạn sử dụng đầu ra  $\hat{x}(m)$  sẽ là ước lượng của tín hiệu mong muốn  $x(m)$  với độ chính xác cao.

## 6. KẾT LUẬN

Đối với các ứng dụng trong thực tiễn, bộ cân bằng RLS là một phần bổ sung hồi quy của bộ cân bằng Wiener cho các quá trình ổn định, nó hội tụ về cùng một nghiệm như bộ cân bằng Wiener. Ưu điểm chính của bộ cân bằng LMS là tính đơn giản của các thuật toán. Tuy nhiên, đối với tín hiệu có độ trị giá trị riêng rộng bộ cân bằng LMS có tốc độ hội tụ chậm và không đều. Trong những trường hợp này, bộ cân bằng RLS với tốc độ hội tụ tốt hơn và độ nhảy nhỏ hơn đối với trị giá trị riêng sẽ là sự lựa chọn hấp dẫn hơn. Các bộ cân bằng nơron là lời giải lý tưởng cho các kênh phi tuyến bị nhiễu mạnh và thay đổi nhanh. Đây là những thiết bị thế hệ mới với nhiều ưu điểm nổi bật, như xử lý song song, khả năng xấp xỉ vạn năng, có những tính năng thông minh nhờ quá trình học...

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] M. G. Bellanger, *Adaptive digital filter and signal analysis*, Marcel Dekker, Inc, New York, 1987.
- [2] M. Juntti, S. Glisic, Advanced CDMA for wireless communication, *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference*, Atlanta, GA, USA, 2, 666-670, 1995.
- [3] C. T. Lin, C.S. Lee, *Neural fuzzy systems*, Prentice-Hall International, Inc., 1996.
- [4] V. Saeed, Vaseghi, *Advanced digital signal processing and noise reduction*, John Wiley & Sons, Inc, New York, 2000.
- [5] Simon Haykin, *Adaptive filter theory*, Prentice-Hall International, Inc, 1996.

Nhận bài ngày 09 - 10 - 2003