Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.21, S.2 (2005), 120–129

MỘT SỐ ĐÁNH GIÁ TRONG CƠ CHẾ SUY DIỄN CỦA MÔ HÌNH HEURISTIC VỚI LAN TRUYỀN CÓ CẬN

LÊ HẢI KHÔI, LÊ QUÝ SƠN

Viện Công nghệ thông tin

Abstract. This paper deals with some estimations on correlations between events and equalities of bounds propagation conditions used in heuristic model based on bounds propagation approach of expert system.

Tóm tắt. Bài báo đề cập một số đánh giá về tương quan giữa các sự kiện, đẳng thức của các điều kiện lan truyền được sử dụng trong cơ chế lan truyền cận của hệ chuyên gia.

MỞ ĐẦU

Trong [1] chúng tôi đã đề cập một số vấn đề của mô hình heuristic sử dụng cơ chế lan truyền cận đối với hệ chuyên gia. Bài báo này sẽ trình bày thêm một số đánh giá liên quan đến các mệnh đề lan truyền cận sử dụng trong [1], cụ thể là xét trường hợp các điều kiện lan truyền có đẳng thức xảy ra.

Bên cạnh đó, bài báo cũng đưa ra một ví dụ minh họa nhằm khai thác tính ứng dụng thực tế của tiếp cận lan truyền có cận trong trường hợp có đẳng thức xảy ra.

Cấu trúc của bài báo như sau. Mục 1 nêu sơ lược về khái niệm xác suất khoảng cùng với một số nhận xét và đánh giá về tương quan giữa các sự kiện. Tiếp đó, Mục 2 trình bày những đánh giá toán học về trường hợp đẳng thức xảy ra trong các điều kiện lan truyền. Mục 3 đưa ra một ví dụ minh họa cụ thể thông qua các sự kiện. Cuối cùng là Kết luận.

Độc giả có thể tìm trong [2, 3, 4] những kiến thức cơ sở về lý thuyết xác suất, cơ chế lan truyền cận cũng như hệ chuyên gia INFERNO.

1. XÁC SUẤT KHOẢNG CỦA SỰ KIỆN

1.1. Nhắc lại một số khái niệm

Như ta đã biết trong mô hình lan truyền có cận (xem [1]), xác suất của sự kiện A được xác định như sau: $t(A) \leqslant P(A) \leqslant 1 - f(A)$ và được kí hiệu là $P(A) \asymp [t(A), 1 - f(A)]$ ($[t(A), 1 - f(A)]$ được gọi là xác suất khoảng của sự kiện A), trong đó:

(i) $t(A)$ - cận dưới của xác suất $P(A)$ của sự kiện A,

(ii) $f(A)$ - cận dưới của xác suất $P(\overline{A})$ của sự kiện $\overline{A}$, với $\overline{A}$ là sự kiện đối của sự kiện A. Khi đó xác suất khoảng của sự kiện $\overline{A}$ sẽ là $P(\overline{A}) \asymp [f(A), 1 - t(A)]$.

Từ định nghĩa trên ta có một số nhận xét sau:

- Từ $t(A) \leqslant P(A) \leqslant 1 - f(A)$ ta có $t(A) \leqslant 1 - f(A) \Leftrightarrow t(A) + f(A) \leqslant 1$.

- Giá trị xác suất tầm thường là $P(A) \asymp [0,1] \Leftrightarrow t(A) = 0, f(A) = 0 \Leftrightarrow P(\overline{A}) \asymp [0,1]$.

- Khi sự kiện A là chắc chắn sai, ta có $P(A) = 0 \Leftrightarrow t(A) = 1 - f(A) = 0 \Leftrightarrow t(A) = 0, f(A) = 1$. Khi đó $P(\overline{A}) \asymp [1,1] = 1$, tức là giá trị xác suất của hai sự kiện chắc chắn đúng và chắc chắn sai lần lượt tương ứng là 1 và 0.

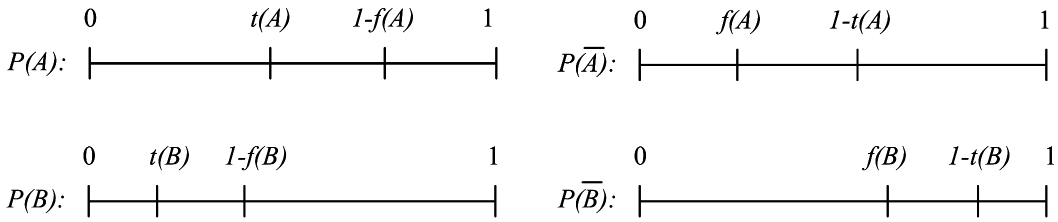
- Tương tự, có $P(A) = 1$ ứng với $P(\overline{A}) = 0$ khi $t(A) = 1, f(A) = 0$.

- Xét $P(A) = P(\overline{A}) \Leftrightarrow f(A) = t(A) = 0{,}5$, khi đó xác suất hai sự kiện A và $\overline{A}$ đều suy biến về một giá trị đơn là 0,5, tức là sự kiện A và $\overline{A}$ có thể đúng hoặc sai với độ tin cậy như nhau.

1.2. Tương quan giữa hai sự kiện

Xét hai sự kiện A, B có xác suất $P(A) \asymp [t(A), 1 - f(A)]$ và $P(B) \asymp [t(B), 1 - f(B)]$, ứng với $P(\overline{A}) \asymp [f(A), 1 - t(A)]$ và $P(\overline{B}) \asymp [f(B), 1 - t(B)]$. Không mất tính tổng quát, giả sử $t(A) \geq t(B)$. Khi đó hoặc $t(A) \in [t(B), 1 - f(B)]$ hoặc $t(A) \in [1 - f(B), 1]$. Vì thế có thể xảy ra 3 trường hợp sau:

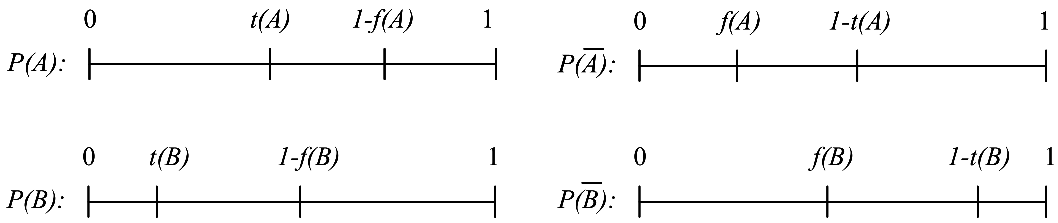
(i) $t(B) \leqslant 1 - f(B) \leqslant t(A) \leqslant 1 - f(A) \Leftrightarrow f(A) \leqslant 1 - t(A) \leqslant f(B) \leqslant 1 - t(B)$ (Hình 1)



Hình 1

Trường hợp này minh họa cho việc sự kiện A có xác suất khoảng nằm hoàn toàn phía trên so với xác suất khoảng của B. Khi đó xác suất khoảng của sự kiện $\overline{A}$ nằm hoàn toàn phía dưới xác suất khoảng của sự kiện $\overline{B}$. Ta gọi sự kiện A và B có tương quan xác suất dạng 1.

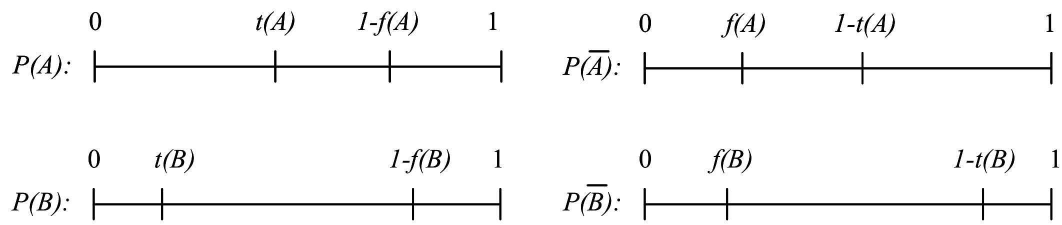
(ii) $t(B) \leqslant t(A) \leqslant 1 - f(B) \leqslant 1 - f(A) \Leftrightarrow f(A) \leqslant f(B) \leqslant 1 - t(A) \leqslant 1 - t(B)$ (Hình 2)



Hình 2

Đây là trường hợp sự kiện A có xác suất khoảng lớn hơn nhưng không hoàn toàn so với xác suất khoảng của sự kiện B dẫn đến $\overline{A}$ có xác suất khoảng nhỏ hơn nhưng không hoàn toàn so với xác suất khoảng của sự kiện $\overline{B}$. Trong trường hợp này ta gọi sự kiện A và B có tương quan xác suất dạng 2.

(iii) $t(B) \leqslant t(A) \leqslant 1 - f(A) \leqslant 1 - f(B) \Leftrightarrow f(B) \leqslant f(A) \leqslant 1 - t(A) \leqslant 1 - t(B)$ (Hình 3)



Hình 3

Trong trường hợp sự kiện A có xác suất khoảng nằm hoàn toàn phía trong so với xác suất khoảng của sự kiện B, ta có xác suất khoảng của sự kiện $\overline{A}$ cũng nằm hoàn toàn trong xác suất khoảng của sự kiện $\overline{B}$. Trường hợp này ta gọi sự kiện A và B có tương quan xác suất dạng 3.

Chú ý: Trường hợp sự kiện A và B có xác suất khoảng bằng nhau tức là có $t(A) = t(B), f(A) = f(B)$ có thể coi là trường hợp đặc biệt của tương quan xác suất dạng 3. Vậy ta có 3 dạng tương quan (có thể coi là vị trí tương đối) giữa xác suất khoảng của sự kiện A và B là:

(i) *Tương quan dạng 1:* xác suất của sự kiện A lớn hơn hoàn toàn so với xác suất của sự kiện B.

(ii) *Tương quan dạng 2:* xác suất của sự kiện A lớn hơn, nhưng không hoàn toàn, so với xác suất của sự kiện B (ứng với xác suất khoảng của sự kiện A có cực trị lần lượt xen kẽ với các cực trị của xác suất khoảng sự kiện B).

(iii) *Tương quan dạng 3:* xác suất của sự kiện A nằm hoàn toàn bên trong so với xác suất khoảng của sự kiện B (hai sự kiện có xác suất khoảng lồng nhau).

2. TRƯỜNG HỢP XẢY RA ĐẲNG THỨC TRONG CÁC MỆNH ĐỀ SUY DIỄN CỦA MÔ HÌNH HEURISTIC VỚI LAN TRUYỀN CÓ CẬN

Trong mô hình lan truyền có cận, luật chuyên gia gọi là quan hệ suy luận (dẫn xuất) có dạng minh họa như sau:

$$A \ \underline{enables}\ Q\ \underline{with\ strength}\ x$$

(A khẳng định Q với độ tin cậy là x), tức là xác suất có điều kiện $P(Q \mid A) \geq x$.

Các mệnh đề nêu trong mục này đã được chứng minh trong [1]. Để tiện theo dõi, trong phần này chúng tôi nêu lại phát biểu các mệnh đề đó và xét trường hợp đẳng thức xảy ra.

Mệnh đề 2.1. *Đối với luật chuyên gia có dạng: "A khẳng định Q với độ tin cậy x" có các ràng buộc sau:*

$$t(Q) \geq x.t(A), \tag{2.1}$$

$$f(A) \geq 1 - \frac{1 - f(Q)}{x}. \tag{2.2}$$

Ta có $$\begin{cases} t(Q) \geq t(A).x \\ f(A) \geq 1 - \dfrac{1-f(Q)}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t(A) \leqslant \dfrac{t(Q)}{x} \\ 1-f(A) \leqslant \dfrac{1-f(Q)}{x} \end{cases}$$

nên xác suất sự kiện A nhỏ hơn dạng 2 so với xác suất sự kiện Q chia cho x, với x là độ tin cậy khẳng định Q của sự kiện A. Xét đẳng thức xảy ra đồng thời tại (2.1) và (2.2) có

$$\begin{cases} t(A) = \dfrac{t(Q)}{x} \\ 1-f(A) = \dfrac{1-f(Q)}{x} \end{cases}$$

Ta có $P(A) \asymp [t(A), 1-f(A)] \equiv [\dfrac{t(Q)}{x}, \dfrac{1-f(Q)}{x}] \equiv \dfrac{1}{x}[t(Q), 1-f(Q)] \asymp \dfrac{P(Q)}{x}$.

Ta lại có $Q \cap A \subseteq Q \Rightarrow P(Q) \geq P(Q \cap A) = P(Q \mid A).P(A) \geq x.P(A)$, nên từ $P(A) = \dfrac{P(Q)}{x}$ suy ra:

$$\begin{cases} P(Q) = P(Q \cap A) \\ P(Q \mid A) = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q \subseteq A \\ P(Q \mid A) = x \end{cases}$$

Vậy đẳng thức xảy ra khi sự kiện Q là sự kiện con của sự kiện A, đồng thời xác suất có Q khi có A đúng bằng x.

Mệnh đề 2.2. *Đối với luật chuyên gia có dạng: "A là hợp của các tập $\{Q_1, Q_2, ..., Q_n\}$ (tức là $A \equiv \bigcup_{i=1}^{n} Q_i$)" có các ràng buộc sau:*

$$t(A) \geq t(Q_i), \forall i = \overline{1,n}, \tag{2.3}$$

$$f(A) \geq 1 - \sum_{i=1}^{n} \Big(1 - f(Q_i)\Big), \tag{2.4}$$

$$t(Q_i) \geq t(A) - \sum_{j \neq i, j=1}^{n} \Big(1 - f(Q_j)\Big),\ \forall i = \overline{1,n}, \tag{2.5}$$

$$f(Q_i) \geq f(A),\ \forall i = \overline{1,n}. \tag{2.6}$$

Trước hết từ (2.3) và (2.6) ta có nhận xét là xác suất sự kiện A lớn hơn dạng 2 so với xác suất các sự kiện Q_i, $\forall i = \overline{1,n}$.

- $n = 1$, ta có luật suy biến về $A \equiv Q_1$, các đẳng thức hiển nhiên xảy ra.
- $n \geq 2$, trong trường hợp đẳng thức chỉ xảy ra tại một trong hai điều kiện trên thì tương quan xác suất giữa hai sự kiện vẫn ở dạng 2 với cận dưới trùng nhau (trong trường hợp đẳng thức tại (2.3)) hay cận trên trùng nhau (đẳng thức tại (2.6)).

Xét đẳng thức xảy ra đồng thời ở (2.3) và (2.6): $t(A) = t(Q_1) = ... = t(Q_n)$, $f(A) = f(Q_1) = ... = f(Q_n)$. Khi đó ta sẽ có các sự kiện Q_i có cùng giá trị xác suất khoảng, và xác suất sự kiện A là hợp của các sự kiện Q_i cũng có cùng giá trị xác suất khoảng đó.

Xét thêm đẳng thức ở (2.4), có $f(A) = 1 - \sum\limits_{i=1}^{n} \Big(1 - f(Q_i)\Big) = n.f(A) - n + 1 \Leftrightarrow n - 1 = (n-1)f(A)$.

Do $n \geq 2$, ta suy ra đẳng thức ở (2.4) xảy ra khi $f(A) = 1$. Khi đó $f(A) = 1$, $t(A) = 0 \Leftrightarrow f(Q_i) = 1$, $t(Q_i) = 0$ nên đồng thời xảy ra đẳng thức ở (2.5). Trường hợp này ứng với trường hợp A, Q_i là chắc chắn sai, có giá trị xác suất bằng 0.

Mệnh đề 2.3. *Đối với luật chuyên gia có dạng: "A là hợp của $\{Q_1, Q_2, ..., Q_n\}$ với Q_i độc lập với nhau, tức là $A \equiv \bigcup\limits_{i=1}^{n} Q_i$, $P(Q_i \cap Q_j) = P(Q_i).P(Q_j)$, $\forall i \neq j$" có các ràng buộc sau:*

$$t(A) \geq 1 - \prod_{i=1}^{n} \Big(1 - t(Q_i)\Big), \tag{2.7}$$

$$f(A) \geq \prod_{i=1}^{n} f(Q_i), \tag{2.8}$$

$$t(Q_i) \geq 1 - \frac{1 - t(A)}{\prod\limits_{j \neq i, j=1}^{n} f(Q_j)}, \ \forall i = \overline{1, n}, \tag{2.9}$$

$$f(Q_i) \geq \frac{f(A)}{\prod\limits_{j \neq i, j=1}^{n} \Big(1 - t(Q_j)\Big)}, \ \forall i = \overline{1, n}. \tag{2.10}$$

Mệnh đề 2.3 là trường hợp đặc biệt của Mệnh đề 2.2 nên ta có xác suất sự kiện A lớn hơn dạng 2 so với xác suất sự kiện Q_i, $\forall i = \overline{1, n}$ (có thể chứng minh trực tiếp từ các điều kiện (2.7) và (2.10)).

- $n = 1$, ta có mệnh đề suy biến với $A \equiv Q_1$, các đẳng thức hiển nhiên xảy ra.
- $n \geq 2$, để đẳng thức xảy ra ở (2.7) và (2.8) ta có

$$\begin{cases} t(A) = 1 - \prod\limits_{i=1}^{n} \Big(1 - t(Q_i)\Big) \\ f(A) = \prod\limits_{i=1}^{n} f(Q_i) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - t(A) = \prod\limits_{i=1}^{n} \Big(1 - t(Q_i)\Big) \\ f(A) = \prod\limits_{i=1}^{n} f(Q_i) \end{cases}$$

Thêm điều kiện đẳng thức ở (2.9) ta sẽ có

$$t(Q_i) = 1 - \frac{1 - t(A)}{\prod\limits_{j \neq i, j=1}^{n} f(Q_j)} \Leftrightarrow 1 - t(Q_i) = \frac{(1 - t(A))f(Q_i)}{\prod\limits_{j=1}^{n} f(Q_j)} \Leftrightarrow \frac{1 - t(Q_i)}{f(Q_i)} = \frac{\prod\limits_{j=1}^{n} \big(1 - t(Q_j)\big)}{\prod\limits_{j=1}^{n} f(Q_j)},$$

$\forall i = \overline{1, n}$. Điều kiện này cũng đồng thời thỏa mãn đẳng thức tại (2.10).

Vậy ta có

$$\frac{1-t(Q_i)}{f(Q_i)} = \frac{\prod_{j=1}^{n}\Big(1-t(Q_j)\Big)}{\prod_{j=1}^{n} f(Q_j)} = \frac{1-t(A)}{f(A)}, \forall i = \overline{1,n} \qquad (*)$$

.

Kết hợp với điều kiện $f(Q_i)+t(Q_i) \leqslant 1 \Leftrightarrow 1-t(Q_i) \geq f(Q_i) \Leftrightarrow \dfrac{1-t(Q_i)}{f(Q_i)} \geq 1$, từ $(*)$ suy ra $\dfrac{1-t(Q_i)}{f(Q_i)} = 1 \Leftrightarrow t(Q_i)+f(Q_i) = 1$, $\forall i = \overline{1,n}$ (ứng với $t(A)+f(A)=1$).

Khi đó

$$\begin{cases} P(A) \asymp [t(A), 1-f(A)] \equiv t(A), \\ P(Q_i) \asymp [t(Q_i), 1-f(Q_i)] \equiv t(Q_i),\ \forall i = \overline{1,n}, \end{cases}$$

tức là xác suất của sự kiện A và các sự kiện Q_i suy biến về xác suất cổ điển và $P(A) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P(\overline{Q_i})$.

Mệnh đề 2.4. *Đối với luật chuyên gia có dạng: "A là giao của các tập $\{Q_1, Q_2, .., Q_n\}$ tức là $A \equiv \bigcap_{i=1}^{n} Q_i$" có các ràng buộc sau:*

$$t(A) \geq 1 - \sum_{i=1}^{n}\Big(1-t(Q_i)\Big), \qquad (2.11)$$

$$f(A) \geq f(Q_i),\ \forall i = \overline{1,n}, \qquad (2.12)$$

$$t(Q_i) \geq t(A),\ \forall i = \overline{1,n}, \qquad (2.13)$$

$$f(Q_i) \geq f(A) - \sum_{j\neq i, j=1}^{n}\Big(1-t(Q_j)\Big),\ \forall i = \overline{1,n}. \qquad (2.14)$$

Từ (2.12) và (2.13) ta thấy xác suất sự kiện A nhỏ hơn dạng 2 so với xác suất các sự kiện Q_i.

- $n = 1$, ta có luật suy biến về $A \equiv Q_1$, các đẳng thức hiển nhiên xảy ra.
- $n \geq 2$, trong trường hợp đẳng thức chỉ xảy ra tại một trong hai điều kiện (2.12) hoặc (2.13) thì tương quan xác suất giữa hai sự kiện vẫn ở dạng 2 với cận dưới trùng nhau (trong trường hợp đẳng thức tại (2.12)) hay cận trên trùng nhau (đẳng thức tại (2.13)). Trong trường hợp đẳng thức xảy ra đồng thời ở (2.12) và (2.13) thì $t(A) = t(Q_1) = ... = t(Q_n)$, $f(A) = f(Q_1) = ... = f(Q_n)$. Khi đó ta sẽ có các sự kiện Q_i có cùng giá trị xác suất khoảng, và xác suất sự kiện A là giao của các sự kiện Q_i cũng có cùng giá trị xác suất khoảng đó.

Xét thêm đẳng thức ở (2.11), có $t(A) = 1 - \sum_{i=1}^{n}\big(1-f(Q_i)\big) = n.t(A) - n + 1 \Leftrightarrow n-1 = (n-1)t(A)$.

Do $n \geq 2$, ta suy ra đẳng thức ở (2.11) xảy ra khi $t(A) = 1$. Khi đó $t(A) = 1, f(A) = 0 \Leftrightarrow t(Q_i) = 1, f(Q_i) = 0$ nên đồng thời xảy ra đẳng thức ở (2.14). Trường hợp này ứng với trường hợp các sự kiện A, Q_i chắc chắn đúng, có giá trị xác suất bằng 1.

Mệnh đề 2.5. *Đối với luật chuyên gia có dạng: "A là giao của $\{Q_1, Q_2, .., Q_n\}$ với Q_i độc lập với nhau (tức là $A \equiv \bigcap\limits_{i=1}^{n} Q_i$, $P(Q_i \cap Q_j) = P(Q_i).P(Q_j)$, $\forall i \neq j$)" có các ràng buộc sau:*

$$t(A) \geq \prod_{i=1}^{n} t(Q_i), \tag{2.15}$$

$$f(A) \geq 1 - \prod_{i=1}^{n} \big(1 - f(Q_i)\big), \tag{2.16}$$

$$t(Q_i) \geq \frac{t(A)}{\prod\limits_{j\neq i, j=1}^{n} \big(1 - f(Q_j)\big)}, \ \forall i = \overline{1, n}, \tag{2.17}$$

$$f(Q_i) \geq 1 - \frac{1 - f(A)}{\prod\limits_{j\neq i, j=1}^{n} t(Q_j)}, \ \forall i = \overline{1, n}. \tag{2.18}$$

Với nhận xét Mệnh đề 2.5 là trường hợp đặc biệt của Mệnh đề 2.4 nên ta có xác suất sự kiện A nhỏ hơn dạng 2 so với xác suất các sự kiện Q_i.

• $n = 1$, ta có mệnh đề suy biến với $A \equiv Q_1$, các đẳng thức hiển nhiên xảy ra.

• $n \geq 2$, để đẳng thức xảy ra ở (2.15) và (2.16) ta có

$$\begin{cases} t(A) = \prod\limits_{i=1}^{n} t(Q_i) \\ f(A) = 1 - \prod\limits_{i=1}^{n} \big(1 - f(Q_i)\big) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t(A) = \prod\limits_{i=1}^{n} t(Q_i) \\ 1 - f(A) = \prod\limits_{i=1}^{n} \big(1 - f(Q_i)\big) \end{cases}$$

Thêm điều kiện đẳng thức ở (2.17) ta sẽ có

$$t(Q_i) = \frac{t(A)}{\prod\limits_{j\neq i, j=1}^{n} \big(1 - f(Q_j)\big)} \Leftrightarrow t(Q_i) = \frac{t(A)(1 - f(Q_i))}{\prod\limits_{j=1}^{n} \big(1 - f(Q_j)\big)} \Leftrightarrow \frac{\prod\limits_{j=1}^{n} \big(1 - f(Q_j)\big)}{t(A)} = \frac{1 - f(Q_i)}{t(Q_i)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\prod\limits_{j=1}^{n} \big(1 - f(Q_j)\big)}{\prod\limits_{j=1}^{n} t(Q_j)} = \frac{1 - f(Q_i)}{t(Q_i)}, \ \forall i = \overline{1, n}.$$

Điều kiện này cũng đồng thời thỏa mãn đẳng thức tại (2.18).

Vậy ta có

$$\frac{1 - f(Q_i)}{t(Q_i)} = \frac{\prod\limits_{j=1}^{n} \big(1 - f(Q_j)\big)}{\prod\limits_{j=1}^{n} t(Q_j)} = \frac{1 - f(A)}{t(A)}\,. \tag{**}$$

Kết hợp (**) với điều kiện $f(Q_i) + t(Q_i) \leqslant 1 \Leftrightarrow 1 - f(Q_i) \geq t(Q_i) \Leftrightarrow \dfrac{1 - f(Q_i)}{t(Q_i)} \geq 1$, có $\dfrac{1 - f(Q_i)}{t(Q_i)} = 1 \Leftrightarrow t(Q_i) + f(Q_i) = 1, \forall i = \overline{1, n}$ (ứng với $t(A) + f(A) = 1$).

Khi đó

$$\begin{cases} P(A) \asymp [t(A), 1 - f(A)] \equiv t(A) \\ P(Q_i) \asymp [t(Q_i), 1 - f(Q_i)] \equiv t(Q_i), \forall i = \overline{1, n}, \end{cases}$$

tức là xác suất của sự kiện A và các sự kiện Q_i suy biến về xác suất cổ điển, với xác suất sự kiện A bằng tích xác suất các sự kiện Q_i: $P(A) = \prod_{i=1}^{n} P(Q_i)$.

Mệnh đề 2.6. *Đối với luật chuyên gia có dạng: "A là hợp loại trừ của* $\{Q_1, Q_2, ..., Q_n\}$ *(tức là* $A \equiv \bigcup_{i=1}^{n} Q_i$, $P(Q_i \cap Q_j) = 0$*" có các ràng buộc sau:*

$$t(A) \geq \sum_{i=1}^{n} t(Q_i), \ \forall i = \overline{1, n}, \tag{2.19}$$

$$f(A) \geq 1 - \sum_{i=1}^{n} \big(1 - f(Q_i)\big), \tag{2.20}$$

$$t(Q_i) \geq t(A) - \sum_{j \neq i, j=1}^{n} \big(1 - f(Q_j)\big), \ \forall i = \overline{1, n}, \tag{2.21}$$

$$f(Q_i) \geq f(A) + \sum_{j \neq i, j=1}^{n} t(Q_j), \ \forall i = \overline{1, n}. \tag{2.22}$$

Từ (2.19) và (2.22) ta có xác suất sự kiện A lớn hơn dạng 2 so với xác suất sự kiện Q_i.

- $n = 1$, ta có mệnh đề suy biến với $A \equiv Q_1$, các đẳng thức hiển nhiên xảy ra.
- $n \geq 2$, để đẳng thức xảy ra ở (2.19) và (2.20) ta có

$$\begin{cases} t(A) = \sum_{i=1}^{n} t(Q_i). \\ f(A) = 1 - \sum_{i=1}^{n} \big(1 - f(Q_i)\big). \end{cases}$$

Thêm điều kiện đẳng thức ở (2.21) ta sẽ có

$$t(Q_i) = t(A) - \sum_{j \neq i, j=1}^{n} \big(1 - f(Q_j)\big) \Leftrightarrow t(Q_i) = t(A) - \sum_{j=1}^{n} \big(1 - f(Q_j)\big) + 1 - f(Q_i)$$

$$\Leftrightarrow t(Q_i) + f(Q_i) = t(A) + f(A), \ \forall i = \overline{1, n}$$

(do $f(A) = 1 - \sum_{i=1}^{n} \big(1 - f(Q_i)\big)$). Điều kiện này cũng đồng thời thỏa mãn đẳng thức tại (2.22).

Khi đẳng thức xảy ra dẫn đến $n.(t(A) + f(A)) = \sum_{i=1}^{n} \big(t(Q_i) + f(Q_i)\big) = t(A) + n - 1 + f(A)$ $\Leftrightarrow t(A) + f(A) = 1 \Leftrightarrow t(Q_i) + f(Q_i) = 1$. Có nghĩa là xác suất các sự kiện A và Q_i sẽ suy biến về giá trị xác suất cổ điển, trong đó xác suất sự kiện A sẽ bằng tổng xác suất các sự kiện Q_i.

Mệnh đề 2.7. *Đối với luật chuyên gia có dạng: "$\{Q_1, Q_2, .., Q_n\}$ loại trừ lẫn* nhau (tức là $P(Q_i \cap Q_j) = 0$, với mọi $i \neq j; i, j = \overline{1, n}$)" có các ràng buộc sau:

$$f(Q_i) \geq \sum_{j \neq i, j=1}^{n} t(Q_j),\ \forall i = \overline{1, n}. \tag{2.23}$$

Xét trường hợp đẳng thức xảy ra: $f(Q_i) = \sum_{j \neq i, j=1}^{n} t(Q_j) \Leftrightarrow t(Q_i) + f(Q_i) = \sum_{j=1}^{n} t(Q_j)$, $\forall i = \overline{1, n}$. Từ đó suy ra $t(Q_i) + f(Q_i) = t(Q_j) + f(Q_j),\ \forall i \neq j$.

Ngoài ra, có

$$t(Q_i) + f(Q_i) = \sum_{j=1}^{n} t(Q_j) \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} \big(t(Q_i) + f(Q_i)\big) = n.\sum_{i=1}^{n} t(Q_i) \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} f(Q_i) = (n-1)\sum_{i=1}^{n} t(Q_i).$$

Vậy đẳng thức xảy ra khi với mọi sự kiện $Q_i,\ \forall i = \overline{1, n}$ có tổng $t(Q_i) + f(Q_i)$ là một hằng số không đổi.

3. VÍ DỤ MINH HỌA

Phần này đưa ra một ví dụ cụ thể minh họa cho việc ứng dụng các đẳng thức trong thực tế.

Xét một hệ chuyên gia có sử dụng mô hình lan truyền có cận có liên quan đến việc nghiên cứu đậu Hà Lan với một số tri thức như sau: trong tự nhiên đậu Hà Lan có hai tính trạng về màu sắc là vàng và xanh, trong đó tính trạng vàng là tính trạng trội, xanh là tính trạng lặn.

Gọi A là sự kiện đậu có màu xanh, B là sự kiện đậu có màu vàng, C là sự kiện đậu thuần chủng.

Khi đó giả sử $P(A) \asymp [0{,}2, 0{,}4]$. Dễ thấy sự kiện B là sự kiện đối của sự kiện A nên có $P(B) \asymp [0{,}6, 0{,}8]$.

Giả sử có các luật sau:

(1) A *khẳng định* C *với độ tin cậy* 1, tức là "Đậu màu xanh khẳng định đậu là thuần chủng với độ tin cậy là 1";

(2) B *khẳng định* C *với độ tin cậy* 0,33, tức là "Đậu màu vàng khẳng định đậu là thuần chủng với độ tin cậy là 0,33".

Như vậy ta có $P(C \mid A) = 1$ và $P(C \mid B) \geq 0{,}33$.

Khi đó nếu áp dụng cách tính xác suất thông thường ta có: $P(C) = P(A).P(C \mid A) + P(B).P(C \mid B) > 0{,}2 * 1 + 0{,}6 * 0{,}33 = 0{,}398$ (do $P(A)$ và $P(B)$ không đồng thời nhận các giá trị cận dưới tương ứng). Kết quả trên chưa cho ta kết luận cụ thể về xác suất khoảng $P(C)$ mà chỉ cho ta ước lượng được xác suất khoảng đó có cận dưới lớn hơn 0,398 (tức là $P(C) \asymp (0{,}398, 1]$).

Trong trường hợp áp dụng nhận xét về điều kiện xảy ra đẳng thức nêu trong Mục 2, ta gọi C_1 là sự kiện đậu thuần chủng màu xanh; C_2 là sự kiện đậu thuần chủng màu vàng.

Khi đó ta có: $P(C) = P(A).\big(P(C_1 \mid A) + P(C_2 \mid A)\big) + P(B).\big(P(C_1 \mid B) + P(C_2 \mid B)\big) = P(A).P(C_1 \mid A) + P(B).P(C_2 \mid B)$, do $P(A).P(C_2 \mid A) = 0$ và $P(B).P(C_1 \mid B) = 0$.

Khi đó ta tìm xác suất $P(C)$ thông qua hai luật là "A *khẳng định* C_1 *với độ tin cậy* 1" ("Đậu màu xanh khẳng định đậu là thuần chủng xanh với độ tin cậy là 1") và B *khẳng định*

C_2 *với độ tin cậy* 0,33" ("Đậu màu vàng khẳng định đậu là thuần chủng vàng với độ tin cậy là $0,33$"). Hai luật trên tuân theo định luật di truyền Menden, thỏa mãn điều kiện xảy ra đẳng thức vì sự kiện C_1, C_2 lần lượt là sự kiện con của sự kiện A, B đồng thời xác suất có C_1 khi có A đúng bằng 1, xác suất có C_2 khi có B đúng bằng 0,33.

Từ đó theo Mệnh đề 2.1 ta có

$$\begin{cases} P(A).P(C_1 \mid A) = P(A), \\ P(B).P(C_2 \mid B) = 0{,}33 * P(B). \end{cases}$$

Vậy ta có $P(C) = P(A) + 0{,}33 * P(B)$. Với nhận xét $P(A) = 1 - P(B)$ ta có $P(C) = P(A) + 0{,}33 * \big(1 - P(A)\big) = 0{,}67 * P(A) + 0{,}33$. Từ $P(A) \asymp [0{,}2,\ 0{,}4]$ có $P(C) \asymp [0{,}464,$ $0{,}598]$. Kết quả này có ý nghĩa thực tiễn hơn nhiều so với kết luận $P(C) \asymp (0{,}398, 1]$ ở trên khi áp dụng xác suất thông thường.

Từ ví dụ minh họa trên ta thấy việc áp dụng các nhận xét về các trường hợp xảy ra đẳng thức có thể mang lại một kết quả chính xác hơn.

4. KẾT LUẬN

Nhắc lại những nhận xét trong [1], *thứ nhất*, mô hình heuristic dựa trên tiếp cận lan truyền có cận đối với hệ chuyên gia sử dụng lý thuyết xác suất khoảng thay vì xác suất điểm; *thứ hai*, đây là mô hình có tính tin cậy cao do có sử dụng các mệnh đề kiểm tra cận xác suất của sự kiện trong quá trình suy diễn; *thứ ba*, là tính toàn vẹn tài nguyên ban đầu của hệ thống. Trong bài báo này, có thêm một *nhận xét mới* về mô hình lan truyền có cận là các điều kiện kiểm tra của các mệnh đề phụ thuộc khá nhiều vào tương quan giữa các sự kiện. Khi áp dụng vào các trường hợp cụ thể có thỏa mãn các điều kiện xảy ra đẳng thức, ta có thể có được kết quả chính xác hơn rất nhiều so với việc chỉ áp dụng các điều kiện kiểm tra đơn thuần.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Lê Hải Khôi, Lê Quý Sơn, Về mô hình heuristic dựa trên tiếp cận lan truyền có cận đối với hệ chuyên gia, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **20** (1) (2004) 31–41.

[2] Pearl, J., *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems. Networks of Plausible Inference*, Morgan Kaufmann, New York, 1988.

[3] Quinlan, J.R., INFERNO - A cautious approach to uncertain inference, *Comp. J.* **26** (3) (1983) 255–269.

[4] Allan Gut, *An Intermediate Course in Probability*, Springer-Verlag, 1995.

Nhận bài ngày 07 - 4 - 2005