

ĐIỀU KHIỂN SỬ DỤNG ĐẠI SỐ GIA TỬ

VŨ NHƯ LÂN¹, VŨ CHẤN HƯNG¹, ĐẶNG THÀNH PHU¹, NGUYỄN DUY MINH²

¹*Viện Công nghệ thông tin*

²*Khoa CNTT, Đại học Thái Nguyên*

Abstract. This paper proposes an algebraic approach to control problems of nonlinear systems. As observed by Ho and Wechler in [2,3], hedge algebras have a rich enough algebraic structure and, therefore, these algebras can be take as an algebraic basic for kind of fuzzy logic.

To verify the effect of this approach, we have simulated the example, which is the problem of balancing of an inverted pendulum. The simulation reveal that the novel controller using hedge algebras is really better than the conventional fuzzy logic controller.

Tóm tắt. Bài báo đưa ra phương pháp đại số cho các bài toán điều khiển hệ phi tuyến. Các tác giả Nguyễn Cát Hồ và W. Wechler trong các công trình [2,3] đã đưa ra nhận xét rằng đại số gia tử chứa một cấu trúc đại số đủ giàu và có thể xem như một cơ sở đại số cho một loại logic mờ.

Để kiểm tra hiệu quả của phương pháp này, một ví dụ về điều khiển con lắc ngược được đưa ra thử nghiệm. Kết quả là điều khiển sử dụng đại số gia tử thực sự tốt hơn hẳn so với điều khiển mờ truyền thống.

1. MỞ ĐẦU

Trong những năm gần đây, nhiều công nghệ thông minh được sử dụng và phát triển mạnh trong điều khiển công nghiệp như công nghệ nơron, công nghệ mờ, công nghệ tri thức, giải thuật di truyền,... Những công nghệ trên phải giải quyết với một mức độ nào đó những vấn đề còn để ngỏ trong điều khiển thông minh hiện nay, đó là xử lý hướng đến tối ưu tri thức chuyên gia, trong đó có hai bài toán quan trọng là học và suy luận xấp xỉ. Vướng mắc quan trọng trong quá trình xử lý tri thức là việc phải xử lý chính xác tri thức định tính.

Logic mờ đã đem lại cho công nghệ điều khiển truyền thống một cách nhìn mới, cho phép điều khiển được khá hiệu quả các đối tượng không rõ ràng về mô hình trên cơ sở tri thức chuyên gia đầy cảm tính. Tri thức chuyên gia là kết quả rút ra từ quá trình tổ chức thông tin phức tạp, đa cấp, đa cấu trúc, đa chiều nhằm đánh giá và nhận thức được (càng chính xác càng tốt) thế giới khách quan. Công nghệ tính toán mềm là sự hội tụ của công nghệ mờ và công nghệ nơron và lập trình tiến hóa nhằm tạo ra các mặt cắt xuyên qua tổ chức thông tin phức tạp nói trên, tăng cường khả năng xử lý chính xác những tri thức trực giác của các chuyên gia trên những lát cắt này.

Như vậy có thể thấy rằng khoa học điều khiển đang cần một công cụ có khả năng mô hình hóa được đầy đủ và chính xác các tri thức chuyên gia để từ đó góp phần nâng cao khả năng điều khiển các đối tượng phức tạp trong môi trường đầy bất định. Vào những năm 1990, N. C. Ho và W. Wechlerr [2,3] lần đầu tiên đã cố gắng mô tả công cụ này dưới dạng đại số gia tử. Có thể đây là một sự cố gắng lớn nhằm mở ra một hướng giải quyết mới cho xử

lý biến ngôn ngữ tự nhiên và vấn đề tư duy trực cảm. Những công trình công bố gần đây [4, 5] đã cho thấy rằng có thể sử dụng công cụ đại số gia tử cho nhiều lĩnh vực công nghệ khác nhau và một trong những số đó là công nghệ điều khiển trên cơ sở tri thức chuyên gia. Đây cũng là mục đích chính của bài nghiên cứu này.

Nội dung của bài báo như sau: Mục 2 gồm các khái niệm quan trọng của đại số gia tử cần cho bài toán điều khiển. Thuật toán điều khiển dựa trên đại số gia tử được nêu trong Mục 3. Để kiểm tra hiệu quả của phương pháp điều khiển sử dụng đại số gia tử trong bài báo, Mục 4 đưa ra ví dụ minh họa bài toán điều khiển con lắc ngược thường có trong các phòng thí nghiệm về tự động hóa trên thế giới và so sánh với phương pháp điều khiển mờ thông thường. Mục 5 là phần kết luận và các vấn đề cần tiếp tục nghiên cứu.

2. MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ ĐẠI SỐ GIA TỬ

2.1. Đại số gia tử

Để mô phỏng các quá trình suy luận của con người, lý thuyết đại số gia tử đã cố gắng nhúng tập ngôn ngữ vào một cấu trúc đại số thích hợp và tìm cách xem chúng như là một đại số để tiên đề hóa sao cho cấu trúc thu được mô phỏng tốt ngữ nghĩa ngôn ngữ.

Xét một tập giá trị ngôn ngữ là miền của biến ngôn ngữ. Ví dụ tập:

$$T = \{True, False, VeryTrue, VeryFalse, MoreTrue, MoreFalse, ApproximatelyTrue, ApproximatelyFalse, LittleTrue, LittleFalse, VeryMoreTrue, VeryVeryTrue, etc...\}.$$

+ Ta có thể xem tập này như là một cấu trúc đại số: $AT = (T, G, H, \leq)$ trong đó:

T là tập cơ sở của AT ,

G là phần tử sinh (khái niệm nguyên thủy $True, False$),

$H = H^+ \cup H^-$, H^+ là *poset* các gia tử dương, H^- là *poset* các gia tử âm,

\leq là quan hệ thứ tự.

+ Quan hệ \leq thể hiện các tính chất định tính ngữ nghĩa của tập T , chẳng hạn:

• $h > x$ if $kx < x$, với mọi $h \in H^+$, $k \in H^-$.

• Nếu $h < k$ thì $(hx > x \Rightarrow kx > x)$ và $(x > hx \Rightarrow hx > kx)$.

• Nếu $\exists x(x < hx < khx$ hoặc $x > hx > khx)$ thì

$$\forall y\{(y < hy \Rightarrow y < hy < ky) \text{ và } (hy < y \Rightarrow khy < hy < y)\}.$$

• Nếu $\exists x(x < khx < hx$ hoặc $x > khx > hx)$ thì

$$\forall y\{(y < hy \Rightarrow y < khy < hy) \text{ và } (hy < y \Rightarrow hy < khy < y)\}.$$

• Tính di truyền ngữ nghĩa: ký hiệu σ, τ là xâu các gia tử:

Nếu ngữ nghĩa của x và hx được biểu thị bằng $x < hx$ thì $\forall \sigma(x < \sigma hx)$;

Nếu ngữ nghĩa của x và hx được biểu thị bằng $x > hx$ thì $\forall \sigma(x > \sigma hx)$;

Nếu ngữ nghĩa của hx và kx được biểu thị bằng $hx < kx$ thì $\sigma hx < \tau kx$. Ta có thể nói τ, σ bảo toàn quan hệ ngữ nghĩa. Suy ra:

$$hx < kx \Rightarrow H(hx) < H(kx),$$

trong đó $H(x)$ ký hiệu tập tất cả các phần tử sinh ra từ x trong AX .

Định lý 1. $AT = (T, \leq)$ là tập sắp thứ tự tuyến tính.

2.2. Lập luận mờ đa điều kiện

2.2.1. Định lượng đại số gia tử

Mô hình lập luận mờ thường mô phỏng sự phụ thuộc giữa hai đại lượng vật lý, nghĩa là các giá trị ngôn ngữ xuất hiện trong mô hình mờ mô tả các giá trị vật lý trên đường thẳng. Điều này gợi ý cho chúng ta thiết lập một ánh xạ định lượng từ miền ngôn ngữ sang đường thẳng.

Định nghĩa 1. $f : X \rightarrow [0, 1]$ gọi là hàm ngữ nghĩa định lượng của X nếu:

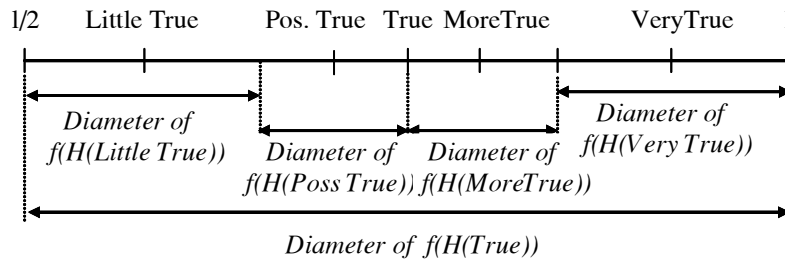
$$\text{Với mọi } h, k \in H^+ \text{ hoặc } h, k \in H^- \text{ và } x, y \in X : \frac{|f(hx) - f(x)|}{|f(kx) - f(x)|} = \frac{|f(hy) - f(y)|}{|f(ky) - f(y)|}.$$

Tính mờ (fuzziness) của một giá trị ngôn ngữ:

Xét các giá trị: *True*, *Very False*, ... làm thế nào định nghĩa tính mờ?

Trên quan điểm đại số gia tử ta có một cách định nghĩa tính mờ khá trực quan bằng kích cỡ của tập $H(x)$ như sau:

Cho trước một hàm định lượng ngữ nghĩa f của X . Xét $x \in X$. Tính mờ của x khi đó đo bằng đường kính của tập $f(H(x)) \subseteq [0, 1]$.



Hình 1

Định nghĩa 2. (Độ đo tính mờ) Hàm $fm : X \rightarrow [0, 1]$ được gọi là độ đo tính mờ nếu:

- (1) $fm(c) = \theta > 0$ và $fm(c^+) = 1 - \theta > 0$, trong đó c và c^+ là các phần tử sinh âm và dương.
- (2) Giả sử tập các gia tử là $H = H^+ \cup H^-$, $H^- = \{h_1, h_2, \dots, h_p\}$ với $h_1 > h_2 > \dots > h_p$ và $H^+ = \{h_{p+1}, \dots, h_{p+q}\}$ với $h_{p+1} < \dots < h_{p+q}$. Khi đó $\sum_{i=1}^{p+q} fm(h, c) = fm(c)$ với $c \in \{c^-, c^+\}$.
- (3) Với bất kỳ $x, y \in X, h \in H$, $\frac{fm(hx)}{fm(x)} = \frac{fm(hy)}{fm(y)}$, đẳng thức này không phụ thuộc vào các phần tử x, y và do đó ta có thể kí hiệu là $\mu(h)$ và gọi là độ đo tính mờ (fuzziness measure) của gia tử h .

- Tính chất của $fm(x)$ và $\mu(h)$

Mệnh đề 1. Ta có:

- 1) $fm(hx) = \mu(h)fm(x), \forall x \in X;$

$$\begin{aligned}
2) \quad & \sum_{i=1}^{p+q} fm(h, c) = fm(c), \quad c \in [c^-, c^+]; \\
3) \quad & \sum_{i=1}^{p+q} fm(h_i, c) = fm(c); \\
4) \quad & \sum_{i=1}^p \mu(h_i) = \alpha \text{ và } \sum_{i=p+1}^{p+q} \mu(h_i) = \beta \text{ với } \alpha, \beta > 0, \alpha + \beta = 1.
\end{aligned}$$

- Xây dựng hàm định lượng ngữ nghĩa trên cơ sở độ đo tính mờ của gia tử.

Định nghĩa 3. Hàm Sign: $X \rightarrow \{-1, 0, 1\}$:

$$\text{Sign}(c^-) = -1 \text{ và } \text{Sign}(hc^-) = +\text{Sign}(c^-) \text{ nếu } hc^- < c^-;$$

$$\text{Sign}(hc^-) = -\text{Sign}(c^-) \text{ nếu } hc^- > c^-;$$

$$\text{Sign}(c^+) = +1 \text{ và } \text{Sign}(hc^+) = +\text{Sign}(c^+) \text{ nếu } hc^+ > c^+;$$

$$\text{Sign}(hc^+) = -\text{Sign}(c^+) \text{ nếu } hc^+ < c^+;$$

$$\text{Sign}(h'hx) = -\text{Sign}(hx) \text{ nếu } h' \text{ là } \textit{negative} \text{ đối với } h \text{ và } h'hx \neq hx;$$

$$\text{Sign}(h'hx) = \text{Sign}(hx) \text{ nếu } h' \text{ là } \textit{positive} \text{ đối với } h \text{ và } h'hx \neq hx;$$

$$\text{Sign}(h'hx) = 0 \text{ nếu } h'hx = hx.$$

Xây dựng hàm định lượng ngữ nghĩa:

Giả sử cho trước độ đo tính mờ của các gia tử $\mu(h)$ và các giá trị độ đo tính mờ của các phần tử sinh $fm(c^-)$, $fm(c^+)$ và giá trị θ của phần tử trung hòa (neutral).

Hàm định lượng ngữ nghĩa ν của X được xây dựng như sau ($x = h_{i_1} \dots h_{i_2}, h_{i_1}c$):

$$1) \quad \nu(c^-) = \theta - \alpha fm(c^-), \quad \nu(c^+) = \theta + \alpha fm(c^+);$$

$$2) \quad fm(x) = fm(h_{i_1} \dots h_{i_2}, h_{i_1}c) = \mu(h_{i_1}) \dots \mu(h_{i_2}), \mu(h_{i_1}) fm(c);$$

$$3) \quad \nu(h_jx) = \nu(x) + \text{Sign}(h_jx) \times \left[\sum_{i \neq j}^p fm(h_i) - \frac{1}{2}(1 - \text{Sign}(h_jx) \text{Sign}(h_i h_jx))(\beta - \alpha) fm(h_jx) \right]$$

nếu $j \leq p$.

và

$$\nu(h_jx) = \nu(x) + \text{Sign}(h_jx) \times \left[\sum_{i=p+1}^j fm(h_i) - \frac{1}{2}(1 - \text{Sign}(h_jx) \text{Sign}(h_i h_jx))(\beta - \alpha) fm(h_jx) \right]$$

nếu $j > p$.

2.2.2. Giải bài toán lập luận mờ bằng nội suy

Xét mô hình mờ:

$$(1) \quad \text{IF } X = A_1 \quad \text{THEN } Y = B_1$$

$$(2) \quad \text{IF } X = A_2 \quad \text{THEN } Y = B_2$$

... ..

$$(n) \quad \text{IF } X = A_n \quad \text{THEN } Y = B_n$$

Gọi X, Y là các đại số gia tử sinh ra từ các giá trị ngôn ngữ tương ứng xuất hiện trong mô hình. Khi đó ta có thể xem mỗi mệnh đề *if-then* xác định một điểm trong tích $X \times Y$ và n mệnh đề trên xác định một đường cong mờ c trong không gian $X \times Y$.

Gọi f_x và f_y là các hàm định lượng ngữ nghĩa tương ứng của X và của Y . Các hàm này sẽ chuyển đường cong mờ c thành đường cong thực C trong không gian $[0, 1] \times [0, 1]$.

Như vậy bài toán lập luận mờ được chuyển về bài toán nội suy thông thường nhờ hàm định lượng đại số gia tử.

Có thể thấy phương pháp này có một số ưu điểm sau:

- Cho một ý tưởng trực quan rõ ràng về cách thức giải bài toán.
- Trong phương pháp giải dựa trên lý thuyết tập mờ có rất nhiều yếu tố gây sai số và không dễ có trực quan như: xây dựng hàm thuộc; chọn cách giải nghĩa mệnh đề *if-then* bằng quan hệ mờ (thực chất là chọn việc giải nghĩa toán tử kéo theo); chọn toán tử kết nhập (aggregation) các quan hệ; chọn phép hợp thành để tính output; chọn phương pháp khử mờ.

Trong phương pháp nội suy trên chỉ phải tập trung lựa chọn độ đo của các gia tử và chúng trở thành hệ tham số của phương pháp. Vì vậy nó rất gần gũi với các cách giải kinh điển.

Không cần phương pháp khử mờ! Lưu ý rằng trong lý thuyết tập mờ có khá nhiều phương pháp khử mờ.

Qua thực nghiệm cho sai số nhỏ.

3. CHUYỂN ĐIỀU KHIỂN MỜ SANG ĐIỀU KHIỂN DÙNG ĐẠI SỐ GIA TỬ

Bài toán điều khiển mờ thông thường có các bước sau đây:

Bước 1: Xác định biến vào, biến trạng thái và biến điều khiển (biến ra) và xác định tập nền của các biến.

Bước 2: Phân hoạch tập nền và gán nhãn ngôn ngữ cho mỗi tập mờ (mờ hóa).

Bước 3: Xác định dạng hàm thuộc cho mỗi tập mờ.

Bước 4: Xây dựng quan hệ mờ giữa các tập mờ đầu vào, tập mờ trạng thái và tập mờ điều khiển tạo thành hệ luật điều khiển (bảng điều khiển trên cơ sở tri thức chuyên gia).

Bước 5: Giải bài toán lập luận xấp xỉ, xác định tập mờ đầu ra điều khiển theo từng luật (phép hợp thành).

Bước 6: Kết nhập (aggregate) các đầu ra điều khiển mờ.

Bước 7: Giải mờ, tìm điều khiển rõ.

Để sử dụng đại số gia tử cần phải chuyển lần lượt các bước trên đây sang dạng đại số gia tử như sau:

Bước 1: Xác định biến vào, biến trạng thái và biến điều khiển (biến ra) và xác định khoảng làm việc của các biến. Xác định các điều kiện tính toán (chọn các bộ tham số tính toán của đại số gia tử).

Bước 2: Tính toán các giá trị định lượng ngữ nghĩa của biến đầu vào, biến trạng thái và biến điều khiển (áp các gia tử lên các khoảng làm việc của các biến).

Bước 3: (Tương đương với bước 3 và bước 4 ở trên). Chuyển bảng điều khiển mờ sang bảng điều khiển với các tham số ngữ nghĩa định lượng của đại số gia tử thay thế cho các tập mờ.

Bước 4: (Tương đương với bước 5 ở trên) Giải bài toán lập luận xấp xỉ trên cơ sở đại số gia tử để xác định ngữ nghĩa định lượng của điều khiển, trạng thái.

Bước 5: (Tương đương với bước 6 ở trên). Kết nhập các giá trị ngữ nghĩa định lượng của điều khiển và xây dựng đường cong ngữ nghĩa định lượng.

Bước 6: (Tương đương với bước 7 ở trên). Trên cơ sở điều kiện ban đầu của bài toán điều khiển, giải bài toán nội suy đường cong ngữ nghĩa định lượng, xác định giá trị điều khiển thực.

4. ĐIỀU KHIỂN CON LẮC NGƯỢC SỬ DỤNG ĐIỀU KHIỂN MỜ VÀ ĐẠI SỐ GIA TỬ

4.1. Mô tả động học con lắc ngược

Phương trình mô tả động học con lắc ngược được nhiều tác giả nghiên cứu ([1]) trong đó phải kể đến công trình [6], theo động học con lắc ngược có dạng sau:

$$-ml^2 d^2\psi/dt^2 + mlg \sin \psi = u(t). \quad (1)$$

Ở đây, m là khối lượng con lắc ngược; ψ là góc lệch theo chiều thuận kim đồng hồ so với trục tung là góc dương, ngược lại là góc âm; $u(t)$ là dòng điện làm quay con lắc ngược theo chiều ngược kim đồng hồ là dương, thuận là âm; t là thời gian; g là hằng số hấp dẫn.

Nếu $x_1 = \psi$; $x_2 = d\psi/dt$ là các biến trạng thái thì không gian trạng thái của hệ phi tuyến (1) trở thành:

$$dx_1/dt = x_2, \quad (2)$$

$$dx_2/dt = (g/l) \sin x_1 - (1/ml^2)u(t). \quad (3)$$

Khi tốc độ quay nhỏ hoặc góc lệch nhỏ, có thể xem $\sin \psi = \psi$, ψ được đo bằng radian. Như vậy phương trình (2), (3) được tuyến tính hóa như sau:

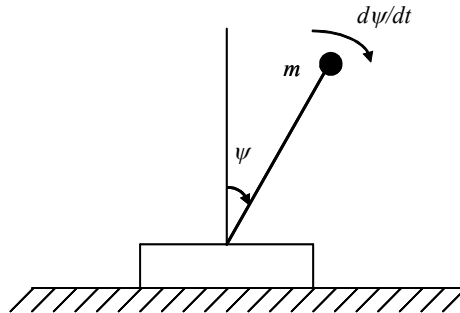
$$dx_1/dt = x_2, \quad (4)$$

$$dx_2/dt = (g/l)x_1 - (1/ml^2)u(t). \quad (5)$$

Khi chọn các tham số $l = g$ và $m = 180/\pi g^2$, phương trình động học tuyến tính mô tả con lắc ngược dưới dạng không gian trạng thái được rời rạc hóa thành:

$$x_1(k+1) = x_1(k) + x_2(k), \tag{6}$$

$$x_2(k+1) = x_1(k) + x_2(k) - u(k). \tag{7}$$



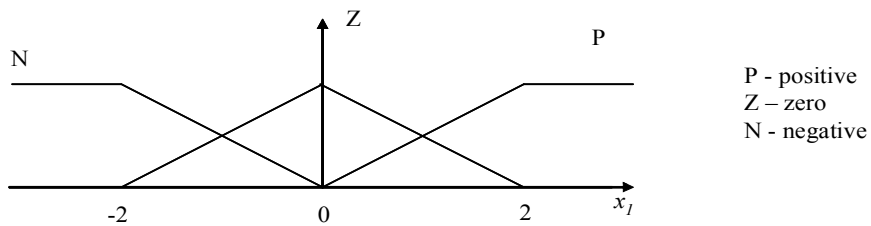
Hình 2

4.2. Điều khiển mờ con lắc ngược

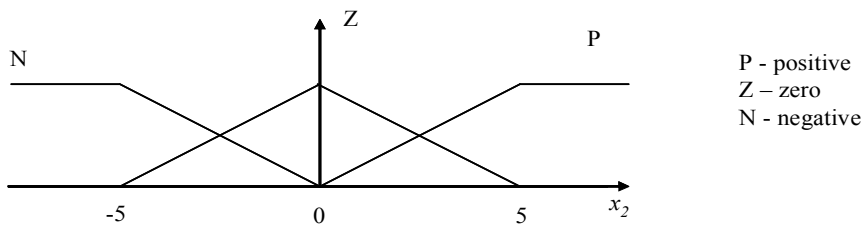
Khoảng xác định của các biến trạng thái và các biến điều khiển như sau:

$$-2^\circ \leq x_1(k) \leq 2^\circ; \quad -5^\circ/\text{giây} \leq x_2(k) \leq 5^\circ/\text{giây}; \quad -10 \text{ mA} \leq u(k) \leq 10 \text{ mA}.$$

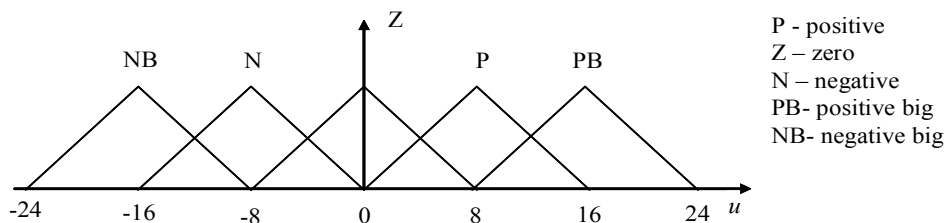
Các hàm thuộc được xây dựng trên các khoảng xác định của các biến như sau:



Hình 3. Phân hoạch đầu vào trạng thái x_1



Hình 4. Phân hoạch đầu vào trạng thái x_2



Hình 5. Phân hoạch đầu ra điều khiển u

Tri thức chuyên gia điều khiển được đúc kết trong bảng điều khiển dưới đây (được xây dựng theo 9 luật tương ứng với 2 đầu vào, 1 đầu ra; mỗi đầu vào có phân hoạch chứa 3 hàm thuộc; phân hoạch đầu ra chứa 5 hàm thuộc):

Bảng 1. Bảng điều khiển trên cơ sở tri thức chuyên gia

$x_1 \backslash x_2$	P	Z	N
P	PB	P	Z
Z	P	Z	N
N	Z	N	NB

Điều kiện ban đầu để khởi động quá trình điều khiển mờ như sau:

$$\begin{aligned}x_1(0) &= 1^\circ, \\x_2(0) &= -4^\circ/\text{giây}.\end{aligned}$$

Trên cơ sở bảng điều khiển và điều kiện ban đầu như trên, phương pháp điều khiển mờ truyền thống điển hình là [6] có thể tóm tắt như sau:

$k = 0$ có 4 luật hoạt động:

$$\begin{aligned}\text{Nếu } x_1 = P \text{ và } x_2 = Z \text{ thì } u &= P & \min(0,5; 0,2) &= 0,2 (P). \\ \text{Nếu } x_1 = P \text{ và } x_2 = N \text{ thì } u &= Z & \min(0,5; 0,8) &= 0,5 (Z). \\ \text{Nếu } x_1 = Z \text{ và } x_2 = Z \text{ thì } u &= Z & \min(0,5; 0,2) &= 0,2 (Z). \\ \text{Nếu } x_1 = Z \text{ và } x_2 = N \text{ thì } u &= N & \min(0,5; 0,8) &= 0,5 (N).\end{aligned}$$

Sau khi giải mờ bằng phương pháp trọng tâm, nhận được:

$$u(0) = -2\text{mA}.$$

Điều kiện ban đầu mới tại thời điểm tiếp theo được tính như sau:

$$x_1(1) = x_1(0) + x_2(0) = 1 + (-4) = -3,$$

$$x_2(1) = x_1(0) + x_2(0) - u(0) = 1 + (-4) - (-2) = -1.$$

Trên cơ sở bảng điều khiển và điều kiện ban đầu mới, tại thời điểm:

$k = 1$ có 2 luật hoạt động:

$$\begin{aligned}\text{Nếu } x_1 = N \text{ và } x_2 = N \text{ thì } u &= NB & \min(1; 0,2) &= 0,2 (NB). \\ \text{Nếu } x_1 = N \text{ và } x_2 = Z \text{ thì } u &= N & \min(1; 0,8) &= 0 (N).\end{aligned}$$

Sau khi giải mờ nhận được $u(1) = -9,6\text{mA}$.

Quá trình tính toán được lặp lại với $k = 2, 3, \dots$ và các kết quả tính toán này được đưa vào bảng 3.

4.3. Điều khiển con lắc ngược sử dụng đại số gia từ

Bước 1: Biến trạng thái $x_1 = \psi; -2^\circ \leq x_1 \leq 2^\circ$

$$x_2 = \frac{d\psi}{dt}; -5^\circ/\text{giây} \leq x_2 \leq 5^\circ/\text{giây}.$$

Biến điều khiển $u: -10\text{ mA} \leq u \leq 10\text{ mA}$.

Điều kiện ban đầu: $x_1(0) = 1^\circ; x_2(0) = -4^\circ/\text{giây}$.

Chọn bộ tham số tính toán các giá trị ngữ nghĩa định lượng của các biến như sau:

$$\begin{aligned}C &= \{0, \text{Small}, \theta, \text{Large}, 1\} \\ H^- &= \{\text{Little}\} = \{h_{-1}\}; q = 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H^+ &= \{Very\} = \{h_1\}; p = 1 \\
 \theta &= 0,5 \\
 \mu(Very) &= 0,5 = \mu(h_1); (\beta = 0,5) \\
 \mu(Little) &= 0,5 = \mu(h_{-1}); (\alpha = 0,5)
 \end{aligned}$$

Như vậy:

$$\begin{aligned}
 fm(Small) &= \theta = 0,5, \\
 fm(Large) &= 1 - fm(Small) = 1 - 0,5 = 0,5.
 \end{aligned}$$

Bước 2:

Tính toán các giá trị ngữ nghĩa định lượng của các biến:

$$1) \nu(Small) = \theta - \alpha fm(Small) = 0,5 - 0,5 \times 0,5 = 0,25.$$

$$2) \nu(VerySmall) = \nu(Small) + \text{Sign}(VerySmall) \times$$

$$\left\{ \sum_{i=1}^l fm(h_i Small) - 0,5 fm(h_i Small) \right\} = 0,25 + (-1) \{0,5 \times 0,5 - 0,5 \times 0,5 \times 0,5\} = 0,125.$$

$$3) \nu(Little Small) = \nu(Small) + \text{Sign}(Little Small) \times$$

$$\left\{ \sum_{i=-1}^{-l} fm(h_i Small) - 0,5 fm(h_i Small) \right\} = 0,25 + (+1) \{0,5 \times 0,5 - 0,5 \times 0,5 \times 0,5\} = 0,375.$$

$$4) \nu(Large) = \theta + \alpha fm(Large) = 0,5 + 0,5 \times 0,5 = 0,75.$$

$$5) \nu(VeryLarge) = \nu(Large) + \text{Sign}(Very Large) \times$$

$$\left\{ \sum_{i=1}^1 fm(h_i Large) - 0,5 fm(h_i Large) \right\} = 0,75 + (+1) \{0,5 \times 0,5 - 0,5 \times 0,5 \times 0,5\} = 0,875.$$

$$6) \nu(Little Large) = \nu(Large) + \text{Sign}(Little Large) \times$$

$$\left\{ \sum_{i=-1}^{-l} fm(h_i Large) - 0,5 fm(h_{-l} Large) \right\} = 0,75 + (-1) \{0,5 \times 0,5 - 0,5 \times 0,5 \times 0,5\} = 0,625.$$

Quá trình áp các gia tử cho các biến như sau:

Đối với trạng thái x_1 :

$$P \rightarrow Large(L)$$

$$N \rightarrow Small(S)$$

$$Z \rightarrow Medium(M)$$

Đối với trạng thái x_2 :

$$P \rightarrow Large(L)$$

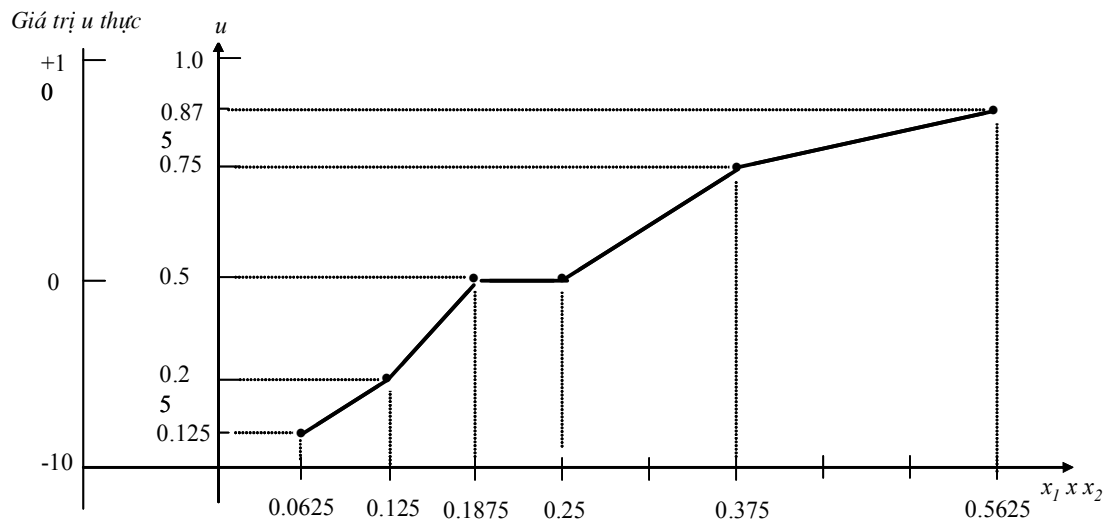
$$N \rightarrow Small(S)$$

$Z \rightarrow \text{Medium}(M)$
 Đối với điều khiển u :
 $P \rightarrow \text{Large}(L)$
 $N \rightarrow \text{Small}(S)$
 $Z \rightarrow \text{Medium}(M)$
 $NB \rightarrow \text{Very Small}(VS)$
 $PB \rightarrow \text{Very Large}(VL)$

Bước 3: Chuyển bảng điều khiển sang đại số gia tử như sau:

Bảng 2. Bảng giá trị định lượng ngữ nghĩa của các gia tử

$x_1 \backslash x_2$	L = 0.75	M = 0.5	S = 0.25
L = 0.75	VL = 0.875	L = 0.75	M = 0.5
M = 0.5	L = 0.75	M = 0.5	S = 0.25
S = 0.25	M = 0.5	S = 0.25	VS = 0.125



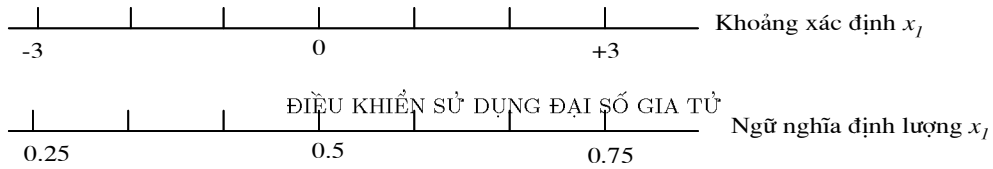
Hình 6. Đồ thị đường cong ngữ nghĩa

Bước 4:

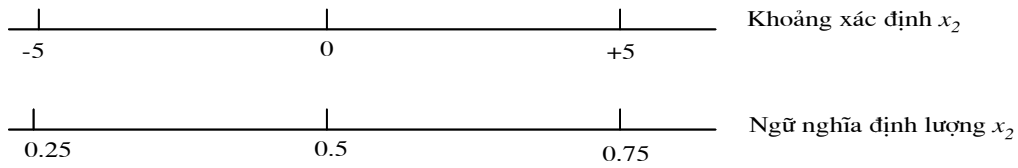
Bài toán suy luận xấp xỉ dựa trên đại số gia tử với các tham số đã được tính toán ở các bước trên tương đương với việc thiết lập một ánh xạ định lượng từ miền ngôn ngữ sang đường thẳng. Toàn bộ các kết quả tính toán bao gồm 9 điểm tương ứng với 9 luật, trong đó có 3 điểm trùng nhau được đưa vào đường cong ngữ nghĩa.

Bước 5:

Đường cong ngữ nghĩa tuyến tính từng đoạn đi qua các điểm tương ứng với các luật điều khiển được biểu diễn trên hình 6.



Hình 7. Chuyển đổi tương đương giữa ngữ nghĩa định lượng x_1 và khoảng xác định x_1



Hình 8. Chuyển đổi tương đương giữa ngữ nghĩa định lượng x_2 và khoảng xác định x_2

Bước 6: Với điều kiện ban đầu

$$k = 0$$

$$x_1(0) = 1^\circ \text{ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa } x_1 = 0,584.$$

$$x_2(0) = -4^\circ/\text{giây tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa } x_2 = 0,3.$$

$$x_1 \times x_2 = 0,584 \times 0,3 = 0,175 \text{ nội suy theo đường cong ngữ nghĩa nhận được } u(0) = -1 \text{ mA.}$$

$$k = 1$$

$$x_1(1) = x_1(0) + x_2(0) = 1 - 4 = -3 \text{ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa } x_1 = 0,25.$$

$$x_2(1) = x_1(0) + x_2(0) - u(0) = 1 - 4 - (-1) = -2 \text{ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa } x_2 = 0,4.$$

$$x_1 \times x_2 = 0,25 \times 0,4 = 0,1 \text{ nội suy theo đường cong ngữ nghĩa nhận được } u(1) = -6 \text{ mA.}$$

$$k = 2$$

$$x_1(2) = x_1(1) + x_2(1) = -3 + (-2) = -5 \text{ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa } x_1 = 0,25.$$

$$x_2(2) = x_1(1) + x_2(1) - u(1) = -3 + (-2) - (-6) = +1 \text{ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa } x_2 = 0,55.$$

$$x_1 \times x_2 = 0,25 \times 0,55 = 0,1375 \text{ nội suy theo đường cong ngữ nghĩa nhận được } u(2) = -4 \text{ mA.}$$

$$k = 3$$

$$x_1(3) = x_1(2) + x_2(2) = -5 + 1 = -4 \text{ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa } x_1 = 0,25.$$

$$x_2(3) = x_1(2) + x_2(2) - u(2) = -5 + 1 - (-4) = 0 \text{ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa } x_2 = 0,5.$$

$$x_1 \times x_2 = 0,25 \times 0,5 = 0,125 \text{ nội suy theo đường cong ngữ nghĩa nhận được } u(3) = -5 \text{ mA.}$$

$$k = 4$$

$x_1(4) = x_1(3) + x_2(3) = -4 + 0 = -4$ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa $x_1 = 0,25$.

$x_2(4) = x_1(3) + x_2(3) - u(3) = -4 + 0 - (-5) = 1$ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa $x_2 = 0,55$.

$x_1 \times x_2 = 0,25 \times 0,55 = 0,1375$ nội suy theo đường cong ngữ nghĩa nhận được $u(4) = -4$ mA.

$k = 5$

$x_1(5) = x_1(4) + x_2(4) = -4 + 1 = -3$ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa $x_1 = 0,25$.

$x_2(5) = x_1(4) + x_2(4) - u(4) = -4 + 1 - (-4) = 1$ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa $x_2 = 0,55$.

$x_1 \times x_2 = 0,25 \times 0,55 = 0,1375$ nội suy theo đường cong ngữ nghĩa nhận được $u(5) = -4$ mA.

$k = 6$

$x_1(6) = x_1(5) + x_2(5) = -3 + 1 = -2$ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa $x_1 = 0,334$.

$x_2(6) = x_1(5) + x_2(5) - u(5) = -3 + 1 - (-4) = 2$ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa $x_2 = 0,6$.

$x_1 \times x_2 = 0,334 \times 0,6 = 0,2$ nội suy theo đường cong ngữ nghĩa nhận được $u(6) = 0,0$ mA.

$k = 7$

$x_1(7) = x_1(6) + x_2(6) = -2 + 2 = 0$ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa $x_1 = 0,5$.

$x_2(7) = x_1(6) + x_2(6) - u(6) = -2 + 2 - 0 = 0$ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa $x_2 = 0,5$.

$x_1 \times x_2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$ nội suy theo đường cong ngữ nghĩa nhận được $u(7) = 0,0$ mA.

$k = 8$

$x_1(8) = x_1(7) + x_2(7) = 0 + 0 = 0$ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa $x_1 = 0,5$.

$x_2(8) = x_1(7) + x_2(7) - u(7) = 0 + 0 - 0 = 0$ tương ứng với giá trị định lượng ngữ nghĩa $x_2 = 0,5$.

$x_1 \times x_2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$ nội suy theo đường cong ngữ nghĩa nhận được $u(8) = 0,0$ mA.

Kết luận: Con lắc ngược đã đứng yên.

Các kết quả tính toán theo phương pháp điều khiển mờ thông thường và phương pháp điều khiển sử dụng đại số gia tử được thể hiện theo bảng 3.

Bảng 3. Kết quả hai phương pháp điều khiển mờ truyền thống và dùng đại số gia tử

5	-3	1	-4	1.12	0	4.32
6	-2	2	0	1.12	-3.2	0.8
7	0	0	0	-2.08	-2.28	-9.86
8	0	0	0	-4.36	5.5	0.0
9	0	0	0	1.14	1.14	6.8

4.4. So sánh hai phương pháp điều khiển

Để so sánh hai phương pháp điều khiển cần xây dựng hàm sai số điều khiển con lắc ngược ($r = 0; \Delta r = 0$) dạng:

$$e(k) = [(x_1(k) - r)^2 + (x_2(k) - \Delta r)^2]^{\frac{1}{2}} \text{ với } r \approx 0; \Delta r \approx 0$$

Đồ thị hàm sai số con lắc ngược được biểu diễn trên hình 8.

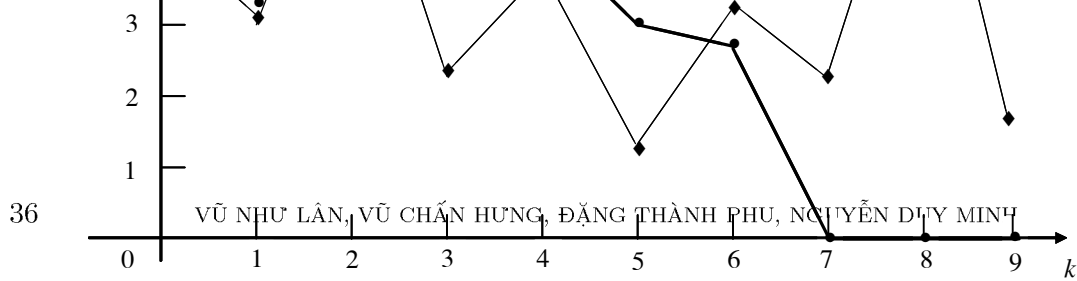
Như vậy điều khiển mờ chỉ có khả năng đưa con lắc ngược dao động nhẹ xung quanh vị trí cân bằng; trong khi đó điều khiển dùng đại số gia tử có thể giữ con lắc ngược đứng yên tại vị trí cân bằng sau 7 chu kỳ điều khiển.

5. KẾT LUẬN

Điều khiển sử dụng đại số gia tử là một hướng nghiên cứu mới về khoa học điều khiển. Qua ví dụ cụ thể về điều khiển con lắc ngược rõ ràng rằng phương pháp điều khiển dùng đại số gia tử cho phép đạt được kết quả tốt hơn hẳn so với phương pháp điều khiển mờ truyền thống.

Cần phải có các nghiên cứu và chứng minh chắc chắn về mặt toán học hiệu quả điều khiển của phương pháp sử dụng đại số gia tử so với phương pháp điều khiển mờ truyền thống. Tuy nhiên có thể thấy một số lợi điểm của phương pháp điều khiển sử dụng đại số gia tử như sau so với điều khiển mờ:

- + Khi trên phân hoạch của các biến đầu vào có số hàm thuộc lớn, khối lượng tính toán dựa trên điều khiển mờ tăng lên rất nhanh tại từng thời điểm k , trong khi đó khối lượng tính toán dựa trên đại số gia tử tăng lên không đáng kể.
- + Điều khiển sử dụng đại số gia tử không cần chọn dạng hàm thuộc và cũng không cần giải bài toán giải mờ. Những vấn đề này là những nguyên nhân gây sai số nhiều khi rất lớn trong phương pháp điều khiển mờ truyền thống. Với những ưu điểm trên có thể đưa đại số gia tử vào nhiều bài toán điều khiển khác nhau như điều khiển thích nghi, điều khiển bền vững, điều khiển trong chế độ trượt mờ,...



Hình 9. Đồ thị hàm sai số điều khiển con lắc ngược

Ý tưởng của lý thuyết đại số gia tử về xây dựng một cấu trúc tính toán đủ giàu trong bản thân ngôn ngữ tự nhiên của con người là một ý tưởng tốt, có thể dễ dàng mô phỏng tính bất định trong ngôn ngữ tự nhiên nói chung và trong bài toán điều khiển nói riêng. Điều này gợi ý cho các nghiên cứu tiếp theo về mô hình hóa động học và điều khiển quá trình phức tạp chứa bất định. Khái niệm ngữ nghĩa định lượng trong lý thuyết gia tử cũng có thể là cơ sở cho các nghiên cứu, phát triển biến đổi Laplace - một công cụ tối quan trọng của lý thuyết điều khiển.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Y. W. Cho, C. W. Park, M. Park, An indirect model reference adaptive fuzzy control for SISO Takagi-Sugeno model, *Fuzzy Set and Systems* **131** (2002) 197-215.
- [2] N. C. Ho, W. Wechler, Hedge algebras: An algebraic approach to structure of sets linguistic truth values, *Fuzzy Set and Systems* **35** (1990) 281-293.
- [3] N. C. Ho, W. Wechler, Extended hedge algebras and their application to fuzzy logic, *Fuzzy Set and Systems* **52** (1992) 259-281.
- [4] N. C. Ho, H. V. Nam, T. D. Khang, N. H. Chau, Hedge algebras, linguistic-valued logic and their application to fuzzy reasoning, *Internat. J. Uncertainty Fuzziness Knowledge-Based Systems* **7** (4) (1999) 347-361.
- [5] N. C. Ho, H. V. Nam, An algebraic approach to linguistic hedges in Zadeh's fuzzy logic, *Fuzzy Set and Systems* **129** (2002) 229-254.
- [6] T. J. Ross, *Fuzzy Logic with Engineering Applications*, McGraw-Hill, Inc., International Edition 1997.

Nhận bài ngày 8-6-2004