TẠP CHÍ KHOA HỌC TÍNH TOÁN VÀ ĐIỀU KHIỂN TẬP II. (1986) Số 4 (8 — 12)

VỀ MỘT BÀI TOÁN KHÔNG CHỈNH XÁC ĐỊNH THÔNG SỐ HỆ CHỊU TÁC ĐỘNG NHIỄU VỚI CÁC QUAN SÁT RỜI RẠC

PHẦN I: BIẾT CẤU TRÚC (BẬC) HỆ

NGUYỄN THỨC LOAN
HOÀNG HỒNG SƠN
Trung tâm Vật lý lý thuyết

VŨ NHƯ LÂN
Viện Khoa học TT và ĐK
NOBERT AHLBEHRENDT
Viện Hàn lâm khoa học Cộng hòa dân chủ Đức

Các bài toán xác định thông số hệ thống (identification) liên quan đến việc nhận và xử lý một khối lượng thông tin khá lớn trong quá trình hoạt động bình thường của hệ. Với sự giúp đỡ của máy tính, có thể thu được các kết quả khá nhanh nhưng độ chính xác của các kết quả đó còn tùy thuộc rất nhiều vào độ tin cậy của những dữ liệu ban đầu. Bên cạnh đó, các sai số làm tròn (được tích lũy trong quá trình tính toán trên máy tính), các sai số của phương pháp tính và sai số quan sát đã dẫn đến nhiều trường hợp không đảm bảo độ chính xác cần thiết trong các kết quả đánh giá thông số để phục vụ bài toán điều khiển tiếp sau.

Vì vậy, cần thiết xây dựng các phương pháp xác định thông số không bị ảnh hưởng vì tính sai lạc tất yếu của các thông tin ban đầu, các phép làm tròn, nhiễu hệ thống và cường độ nhiễu quan sát. Một số kết quả khá quan trọng để giải quyết bài toán trên đã được công bố ở [1], [2], [3]. Chúng đồng thời mở ra một hướng mới cho các bài toán đánh giá trạng thái hệ thống. Ở đây sử dụng các kết quả đó để giải quyết tiếp vấn đề không chỉnh trong bài toán đánh giá thông số hệ, đảm bảo thu được các kết quả ổn định làm cơ sở cho bài toán điều khiển tối ưu.

I — ĐẶT BÀI TOÁN

Xét bài toán đánh giá thông số hệ động lực sau đây:

$$\dot{x}(t) = A(t)\, x(t) + B(t)\, u(t) + w(t) \qquad (1)$$

với điều kiện ban đầu

$$E[x(t_o)] = x_o$$
$$E[x(t_o)\, x^T(t_o)] = p_o$$

ở đây $x(t)$, $A(t)$, $B(t)$ là các vectơ trạng thái và thông số chưa biết của đối tượng; $w(t)$ - nhiễu đầu vào trắng chuẩn có kỳ vọng $E[w(t)] = 0$
và hiệp phương sai

$$E[w(t)\, w^T(\tau)] = Q(t)\, \delta(t-\tau);$$

$u(t)$ — là vectơ điều khiển (đầu vào).

Các quan sát rời rạc được mô tả bằng phương trình

$$z(t_k) = H(t_k)\, x(t_k) + v(t_k) \qquad (2)$$

trong đó $z(t_k)$ — vectơ quan sát (đầu ra), $v(t_k)$ — sai số quan sát có kỳ vọng $E[v(t_k)] = 0$ và hiệp phương sai $E[v(t_k)\, v^T(t_j)] = R(t_k)\, \delta_{kj}$

Giả sử $s = \{t_k\}$, $k = \overline{1, N}$ là dãy liên tiếp tăng hữu hạn các thời điểm; $T = \max \Delta_{t_k}$, $\Delta_{t_k} = t_{k+1} - t_k$ là khoảng thời gian mà các thông số thực tế không thay đổi giá trị (giả thiết tựa dừng).

Như vậy trong khoảng $[t_k, t_{k+1})$ có thể mô tả các thông số chưa biết như hàm thời gian bằng các phương trình

$$\dot{A}(t) = 0 \,, \quad A(t_k) = A_k$$
$$\dot{B}(t) = 0 \,, \quad B(t_k) = B_k \qquad (3)$$

ở đây A_k, B_k là các ma trận chưa biết trước.

Ta xác định vectơ trạng thái tổng quát sau đây

$$y(t) = \text{col}\,[x_1, \ldots x_n, a_{11}, \ldots a_{nn}, b_{11}, \ldots b_{nm}]$$

và phương trình (1) — (3) trở thành

$$\dot{y}(t) = \overline{A}(t)\, y(t) + \overline{B}(t)\, u(t) + n(t) \qquad (5)$$

$$z(t_k) = \overline{H}(t_k)\, y(t_k) + v(t_k) \qquad (6)$$

Bài toán xác định thông số được coi như bài toán đồng thời đánh giá trạng thái và thông số hệ, có nghĩa là đánh giá vectơ trạng thái mở rộng $y(t)$ theo các kết quả đo rời rạc $z(t_k)$, $k = \overline{1, N}$.

Ở [5], [6] và [7] đã xét với $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{H}$ và các ma trận đặc trưng thống kê Q, R được biết chính xác.

Trong các bài toán ứng dụng, khi các ma trận $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{H}$ chỉ biết được miền δ— xấp xỉ của chúng, có nghĩa là chỉ biết rằng các giá trị chân thực của các ma trận đó nằm trong lân cận δ nào đó xung quanh giá trị cho trước (có thể là rất nhỏ).

Thêm vào đó các sai số tích lũy trong quá trình tính toán trong một số trường hợp có thể làm hỏng toàn bộ thuật toán tính toán.

Với cách đặt vấn đề trên, sẽ xuất hiện những vấn đề sau đây:

a) Liệu có thể sử dụng các thuật toán đã có để tìm ước lượng $\widehat{y(t)}$, có nghĩa là các thuật toán đó còn ổn định đối với các sai số nhỏ trong các dữ liệu ban đầu không?

b) Nếu câu trả lời là không, thì thuật toán ổn định theo nghĩa vừa nêu cần tìm như thế nào?

c) Đối với bài toán đánh giá thông số giải quyết vấn đề ổn định của thuật toán ra sao?

Các câu hỏi a) và b) đã được giải quyết ở [1], [2], [3], còn câu trả lời cho c) là mục đích của bài này.

II — PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN KHÔNG CHỈNH ĐÁNH GIÁ THÔNG SỐ

Với $t > t_o$, dưới tác động của điều kiện ban đầu $y(t_o)$, nghiệm của (5) có dạng

$$y(t) = \Phi(t, t_o)\, y(t_o) + \int_{t_o}^{t} \Phi(t, \tau)\, [B(\tau)\, u(\tau) + n(\tau)]\, d\tau \qquad (7)$$

trong đó $\Phi(t, \tau)$ — ma trận chuyển.

Nếu đặt $t = t_{k+1}$ và lần lượt $t_o = t_1, t_2, \ldots, t_k$, thì có thể biểu diễn các quan sát (6), theo $x(t_{k+1})$ như sau:

$$z(t_i) = \overline{H}(t_i) \Big\{ \Phi^{-1}(t_{k+1}, t_i)\, [y(t_{k+1}) - \int_{t_i}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, \tau)\, [\overline{B}(\tau)\, u(\tau) + n(\tau)]\, d\tau \Big\} + v(t_i) \qquad (8)$$

$$i = \overline{1, k}.$$

Chú ý rằng

$$\Phi^{-1}(t_{k+1}, t_i) = \Phi(t_i, t_{k+1})$$

như vậy:

$$z(t_i) = \overline{H}(t_i)\, \Phi(t_i, t_{k+1})\, y(t_{k+1}) - \overline{H}(t_i)\, \Phi(t_i, t_{k+1}) \int_{t_i}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, \tau)\, [\overline{B}(\tau)\, u(\tau) + n(\tau)]\, d\tau + v(t_i) \qquad (9)$$

$$i = \overline{1, k}$$

Đặt

$$\overline{H}(t_i)\, \Phi(t_i, t_{k+1}) = \widehat{H}(t_i) \qquad (10)$$

$$- \overline{H}(t_i)\,\Phi(t_i, t_{k+1}) \int_{t_i}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, \tau)\, n(\tau)\, d\tau + v(t_i) = \xi(t_i) \qquad (11)$$

$$- \overline{H}(t_i)\,\Phi(t_i, t_{k+1}) \int_{t_i}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, \tau)\, \overline{B}(\tau)\, u(\tau)\, d\tau = \overline{u_i} \qquad i = \overline{1,k} \qquad (12)$$

Khi đó, ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{aligned} z(t_1) &= \widehat{H}(t_1)\, y(t_{k+1}) + \overline{u_1} + \xi(t_1) \\ &\vdots \\ z(t_k) &= \widehat{H}(t_k)\, y(t_{k+1}) + \overline{u_k} + \xi(t_k) \\ z(t_{k+1}) &= \overline{H}(t_{k+1})\, y(t_{k+1}) + v(t_{k+1}) \end{aligned} \qquad (13)$$

hay dưới dạng vetơ:

$$z = \widehat{H}\, y(t_{k+1}) + \overline{u} + \eta \qquad (14)$$

trong đó

$$z = [z(t_1), \ldots, z(t_{k+1})]^T, \quad \widehat{H} = [\widehat{H}(t_1), \ldots, H(t_k), \overline{H}(t_{k+1})]^T,$$

$$\overline{u}\ [\overline{u_1}, \ldots, \overline{u_k}, 0]^T, \quad \eta = [\xi(t_1), \ldots, \xi(t_k), v(t_{k+1})]^T,$$

với đặc trưng thống kê

$$E[\eta] = 0$$

và

$$E[\eta\eta^T] = \Sigma = \begin{vmatrix} \overline{H}(t_1) \int_{t_1}^{t_{k+1}} \Phi(t, \tau)\, Q(\tau)\, d\tau + R(t_1) & & \\ & \ddots & \\ & & \overline{H}(t_k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi(t, \tau)\, Q(\tau)\, d\tau + R(t_k) \\ & & R(t_{k+1}) \end{vmatrix}$$

Từ đây ước lượng lọc có điều kiện

$$\begin{aligned} \widehat{y}(t_{k+1}) &= E[y(t_{k+1}) / (z - \overline{u})] \\ &= (\widehat{H}^T \Sigma^{-1} \widehat{H})^{-1} \widehat{H}^T \Sigma^{-1} (z - \overline{u}) \end{aligned} \qquad (15)$$

Từ đây, ta đưa về dạng như ở [1]

$$a\, \widehat{y}(t_{k+1}) = b \qquad (16)$$

với

$$a = \widehat{H}^T \Sigma^{-1} \widehat{H} \qquad (16a)$$

$$b = \widehat{H}^T \Sigma^{-1} (z - \overline{u}) \qquad (16b)$$

Từ kết quả của lý thuyết đại số tuyến tính suy ra rằng trừ trường hợp tính chế ước của a tồi, hay khi lân cận ở xung quanh giá trị của ma trận a gần như suy biến, còn lại luôn luôn nhận được các thuật toán giải ổn định. Trường hợp khi các thuật toán này rất nhạy với các sai số nhỏ, thì sẽ dẫn đến các bài toán không chỉnh đánh giá thông số trạng thái. Đến đây có thể sử dụng các kết quả ở (17) khi thuật toán đánh giá mất ổn định, cần tìm ước lượng tối ưu theo nghĩa

$$J = \| \tilde{a} \cdot \hat{y} - \tilde{b} \| + \alpha \| \hat{y} \|^2 \rightarrow \min_{\hat{y}} \tag{17}$$

với α là thông số chỉnh Chikhônốp đủ nhỏ, và như vậy

$$y(t_{k+1}) = [\tilde{a} - \alpha I]^{-1} \tilde{b} \tag{18}$$

trong đó

$$\tilde{a} = \hat{\tilde{H}}^T \tilde{\Sigma}^{-1} \hat{\tilde{H}}$$

$$\tilde{b} = \hat{\tilde{H}}^T \tilde{\Sigma}^{-1} (\tilde{z} - \tilde{\tilde{u}}) \tag{19}$$

Chú ý rằng $\tilde{\tilde{z}} = \tilde{Z} - \tilde{\bar{u}} = \hat{\tilde{H}}\, y(t_{k+1}) + \eta$, và khi đó

$$\tilde{b} = \tilde{c}\, \tilde{\tilde{z}}$$

với $\quad \tilde{c}\; \hat{H}\; \tilde{\Sigma}^{-1}$

Thông số chỉnh α được tìm trên cơ sở thỏa mãn

$$\bar{J}(\alpha) = E[(y - \hat{y}_\alpha)^T (y - \hat{y}_\alpha)] \rightarrow \min_{\alpha} \tag{20}$$

Từ đây ta rút ra

$$\frac{\partial \bar{J}(\alpha)}{\partial \alpha} = E\left\{ [y - \hat{y}_\alpha]^T \frac{\partial \hat{y}_\alpha}{\partial \alpha} \right. = 0 \tag{21}$$

Sau một vài phép biến đổi ma trận, từ (21) ta có

$$h(\alpha) = \mathrm{tr}\,[C_\alpha P] = 0 \tag{22}$$

trong đó $\quad C_\alpha = A_\alpha + A_\alpha^T A_\alpha \qquad (22a)$

$$A = -(\tilde{a} - I)^{-1} [(\tilde{a} - I)^{-1}]^T \tilde{a}, \tag{22b}$$

$$P = E[y\, y^T]$$

Phương trình (22) có thể giải bằng phương pháp lặp nào đó. Từ đây ta tìm được giá trị tối ưu của thông số chỉnh α_0 theo nghĩa 20

III — VÍ DỤ SO SÁNH

Để có thể thấy rõ ưu điểm của phương pháp sử dụng thông số chỉnh, ta xét hệ động lực sau đây

$$\dot{x}_1(t) = a_1 x_2$$

$$\dot{x}_2(t) = -a_2 x_2 - a_3 x_1 \quad ; \; a_i > 0 \; ; \; i = 1, 2, 3$$

Bài toán ở đây là xác định các hệ số $a = \{a_1, a_2, a_3\}$ theo các quan sát rời rạc

$$z_1(k) = x_1^o(k) + v_1(k)$$

$$z_2(k) = x_2^o(k) + v_2(k)$$

ở đây x_1^o, x_2^o là nghiệm đúng của hệ phương trình khi $a_1^o = 1$, $a_2^o = 4$, $a_3^o = 3$, với điều kiện ban đầu $x_1(o) = x_2(o) = 2$, và $z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$ là vecto dãy quan sát phân bố chuẩn có các đặc trưng sau

$$E[z] = 0$$

$$E[z(k)\, z^T(l)] = R\delta_{kl}$$

Hệ phương trình trên với các hệ số a_1^o, a_2^o, a_3^o có tính chế ước khá tồi, do đó chúng rất nhậy với các sai số quan sát.

Bài toán được giải với các giá trị R lần lượt bằng $R_1 = 0.01$, $R_2 = 0,25$, $R_3 = 0.5$

Gọi $\varepsilon_0 = \| \widehat{a} - a^o \|_{E^3}$ là sai số xác định các hệ số a_1, a_2, a_3 bằng phương pháp thông thường [4] không có thông số chỉnh, còn $\varepsilon_{\alpha_0} = \| \widehat{a} - a^o \|_{E^3}$ là sai số xác định các hệ số bằng phương pháp sử dụng thông số chỉnh tối ưu.

Kết quả thu được như sau:

R	0,01	0,25	0,5
ε_{α_0}	0,094	0,269	0,863
ε_0	1,002	14,93	23,734

$\alpha_0 \approx 0,23$

Như vậy, ta thấy phương pháp sử dụng thông số chỉnh trong bài toán đánh giá thông số cho kết quả ổn định khi hệ thống nhậy với cường độ sai số quan sát, đảm bảo độ chính xác cao hơn so với các phương pháp khác. Ngược lại, khi hệ số có tính chế ước tồi, các phương pháp trong [4] cho kết quả không tin cậy.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Нгуен Тхук Лоан, Хоанг Хонг Шон, О решении некорректной задачи линейной фильтрации при коррелированных шумах. Автоматика и Телемеханика N° 3, 1984, с. 58–73.

2. Нгуен Тхук Лоан, Хоанг Хонг Шон, Об оптимальной фильтрации при коррелированных шумах и прожденных ковариационных матрицах. Автоматика и Телемеханика N°5, 1982, с. 107–116.

3. Нгуен Тхук Лоан, Хоанг Хонг Шон, Оптимальное сглаживание при коррелированных шумах. Автоматика и Телемеханика N°7 1982 с. 60–69

4. Барабанов А. Г., Идентефикация динамических обьехтов при непрерывно-дискретных оии аниях моделей обьекта и измерений. Адаптивние системи Автоматического управления, Впп 8, 1980, с. 3–17.

5. Ahlbehrendt N., Optimale Regelung zeitkontinuierlicher stochastischer objekte bei zeitdiskreter Beobachtung.– EIK, 15 (1978) 8/9, 455–474.

6. Vũ Như Lân, Một phương pháp tính toán ma trận hiệp phương sai hệ liên tục với quan sát rời rạc – tạp chí «Khoa học tính toán và điều khiển», N° 1, 1986.

7. Nguyễn Thúc Loan, Vũ Như Lân. Ước lượng tối ưu trạng thái phi tuyến liên tục với các quan sát rời rạc có ma trận suy biến – tạp chí «khoa học kỹ thuật (ở tòa soạn).

РЕЗЮМЕ

Об некорректной задаче идентификации параметров стохастических систем с дискретными наблюдениями часть I: известна структура (порядок) систем

Предложен метод идентификации параметров систем, использующий коэффициент регуляризации Тихонова. Приведен пример сравнения с Другими методами показывающии достоинства данного метода над остальными.