TẠP CHÍ KHOA HỌC TÍNH TOÁN VÀ ĐIỀU KHIỂN TẬP III (1987), SỐ 4 (11–19)

TỐI ƯU VÀ THUẬT TOÁN TRONG MỘT BÀI TOÁN LẤY MẪU KIỂM TRA

NGUYỄN THANH TÙNG
Viện Khoa học TT và ĐK

1. MỞ ĐẦU

Các phương án lấy mẫu kiểm tra của Dodge–Roming được mô tả trong nhiều tài liệu về kiểm tra chất lượng (chẳng hạn trong [1], [3]). Chúng cũng đã được đưa thành tiêu chuẩn Mỹ Military Standard 105. D (1963) và được thừa nhận bởi các tổ chức tiêu chuẩn của nhiều nước. Mục đích của các phương án lấy mẫu kiểm tra này là nhằm cung cấp một thủ tục mà nhờ đó một trong hai quyết định chấp nhận và bác bỏ lô sản phẩm được chọn một cách tự động. Tuy vậy, trong tình huống nào đó chúng có thể làm cực đại tổn thất trung bình và do đó trở thành những phương án không tối ưu, (xem [2]).

Từ những năm 1960 trở lại đây có nhiều công trình nghiên cứu nhằm mở rộng phương pháp của Dodge–Roming, hoặc đưa ra các phương pháp mới xây dựng các phương án lấy mẫu kiểm tra kinh tế trong những tình huống khác nhau (xem chẳng hạn [2], [3], [5]).

Trong bài này chúng tôi đưa ra phương pháp xây dựng phương án lấy mẫu kiểm tra tối ưu có tính đến phân bố tiên nghiệm của tỷ lệ phế phẩm trong lô và các chi phí trong một tình huống có ý nghĩa thực tiễn. Có thể xem đây là một sự mở rộng phương pháp xây dựng phương án kiểm tra có thay thế của Dodge–Roming theo các hướng sau đây :

– Đối với mỗi đơn vị sản phẩm mẫu ngoài chi phí cho lần kiểm tra đầu tiên xét thêm chi phí cho việc kiểm tra chọn lấy đơn vị chính phẩm đem thay thế trong trường hợp đơn vị sản phẩm đó là phế phẩm.

– Tính đến sự thay đổi của tỷ lệ phế phẩm từ lô này sang lô khác theo một phân bố tiên nghiệm.

– Tính đến tổn thất mà bên nhận phải chịu do những đơn vị phế phẩm trong phần còn lại không kiểm tra của những lô được chấp nhận gây nên.

2. BÀI TOÁN

Giả sử cơ sở A thường xuyên mua của cơ sở B một loại sản phẩm (chẳng hạn một loại bóng bán dẫn) để sản xuất ra một loại sản phẩm mới (TV chẳng hạn). Theo chu kỳ, bên B đem giao cho bên A từng lô hàng có cỡ N cố định. Giả sử mỗi đơn vị sản phẩm chỉ có thể đặc trưng bởi một trong hai trạng thái : chính phẩm và thứ phẩm. Vấn đề đặt ra đối với bên A là :

– Khi nào có thể chấp nhận mọi lô mà không cần lấy mẫu kiểm tra ?

– Khi nào phải kiểm tra toàn bộ mỗi lô ?

– Trong trường hợp cần lấy mẫu kiểm tra và nếu một trong hai quyết định sau đây được chọn trước mỗi kết quả kiểm tra mẫu :

d_0 – Chấp nhận phần còn lại của lô mà không cần kiểm tra tiếp,

d_1 – Kiểm tra toàn bộ phần còn lại của lô,
thì phải chọn phương án kiểm tra như thế nào ?

Giả thiết rằng

— Tỷ lệ phế phẩm p thay đổi từ lô này sang lô khác theo một phân bố xác suất với mật độ $\Pi(p)$, $p \in [0,1]$.

— Mọi chi phí kiểm tra do bên A chịu.

— Để tránh việc gửi trả lại toàn bộ lô hàng không đảm bảo chất lượng, giữa bên A và bên B thỏa thuận như sau : Nếu một đơn vị sản phẩm nào bị phát hiện là phế phẩm, bất luận trong quá trình kiểm tra mẫu hoặc khi bên A đem thử nghiệm sản phẩm mới của mình, thì bên B sẽ đổi cho bằng một đơn vị chính phẩm.

— Trường hợp một đơn vị phế phẩm nào đó lọt vào quá trình sản xuất của bên A và chỉ bị bên A phát hiện khi thử nghiệm sản phẩm mới của mình, thì nó sẽ gây cho bên A một tổn thất. Tổn thất này bao gồm chi phí kiểm tra chọn lấy đơn vị chính phẩm đem thay thế và chi phí thay thế (thay cũ, lắp mới, thử nghiệm lại sản phẩm).

Gọi k_1 là chi phí cho một lần kiểm tra một đơn vị sản phẩm ; k_2 là chi phí thay thế một đơn vị phế phẩm khi nó lọt vào quá trình sản xuất của bên A. Đặt

$$Z_i = \begin{cases} 1 & \text{Nếu đơn vị sản phẩm i là phế phẩm,} \\ 0 & \text{trong trường hợp ngược lại.} \end{cases}$$

Ký hiệu $CI(Z_i)$ là chi phí kiểm tra liên quan đến đơn vị sản phẩm i nào đó. Ta có $CI(Z_i)$ là một biến ngẫu nhiên, bởi vì việc thay thế chỉ có thể bằng một đơn vị chính phẩm nên liên quan đến đơn vị sản phẩm i có thể phải tiến hành 1, 2, 3, ... lần kiểm tra. Kỳ vọng của $CI(Z_i)$ là chi phí kiểm tra trung bình liên quan đến đơn vị sản phẩm i. Đối với một lô hàng có tỷ lệ phế phẩm p, ta có kỳ vọng :

$$E\{CI(Z_i)/p\} = k_1 + k_1p + k_1p^2 + \ldots = \frac{k_1}{1-p} = \frac{k_1}{q} \tag{2.1}$$

trong đó $q = 1 - p$.

Gọi $CR(Z_i)$ là tổn thất gây nên bởi một đơn vị phế phẩm i lọt vào quá trình sản xuất. Dĩ nhiên $CR(Z_i)$ cũng là một biến ngẫu nhiên và đối với lô hàng có tỷ lệ phế phẩm p, ta có kỳ vọng:

$$E\{CR(Z_i)/p\} = pk_2 + pE\{CI(Z_i)/p\} \tag{2.2}$$

$$= p\left(k_2 + \frac{k_1}{q}\right)$$

Từ (2. 1) và (2. 2) suy ra các kết luận sau đây đối với lô hàng có tỷ lệ phế phẩm p :

— Nếu chấp nhận mà không lấy mẫu kiểm tra thì phải chịu tổn thất

$$l(0, d_o/p) = \sum_{i=1}^{N} E\{CR(Z_i)/p\} = Np\left(k_2 + \frac{k_1}{q}\right) \tag{2. 3}$$

— Nếu kiểm tra toàn bộ lô thì phải chịu tổn thất

$$l(N, d_o/p) = \sum_{i=1}^{N} E\{CI(Z_i)/p\} = N\frac{k_1}{q} \tag{2. 4}$$

— Trong trường hợp lấy mẫu cỡ n kiểm tra, thì ngoài chi phí kiểm tra mẫu

$$CIS(n/p) = \sum_{i=2}^{n} E\{CI(Z_i)/p\} = n\frac{k_1}{q} \tag{2. 5}$$

nếu thực hiện quyết định d_o, phải chịu thêm tổn thất

$$l(n, d_o/p) = (N-n)p\left(k_2 + \frac{k_1}{q}\right) \tag{2. 6}$$

còn nếu thực hiện quyết định d_1, phải chịu tổn thất

$$l(n, d_1/p) = (N-n)\frac{k_1}{q} \tag{2. 7}$$

Ký hiệu x là số phế phẩm phát hiện thấy trong mẫu (kết quả kiểm tra mẫu).

Một phương án lấy mẫu kiểm tra là một bộ đôi (n, δ_n), trong đó n chỉ cỡ mẫu cần lấy $(n = 1, 2, \ldots, N)$, δ_n là quy tắc quyết định, nghĩa là một ánh xạ đơn trị từ tập $\{0, 1, 2, \ldots, n\}$ các giá trị có thể của x lên tập các quyết định $\{d_0, d_1\}$.

Có thể coi việc chấp nhận lô mà không cần lấy mẫu kiểm tra là phương án $(0, d_0)$ và việc kiểm tra toàn bộ lô là phương án (N, d_0).

Từ các công thức từ (2. 3) đến (2. 7) suy ra tổn thất trung bình khi áp dụng phương án kiểm tra (n, δ_n) đối với một loạt lô hàng có tỷ lệ phế phẩm p là

$$L(n, \delta_n/p) = \sum_{x=0}^{n} l(n, \delta_n(x)/p)\, P_r[x/n, p] + CIS(n/p) \tag{2. 8}$$

Trường hợp p thay đổi từ lô này sang lô khác theo phân bố với mật độ $\pi(p)$ thì tổn thất trung bình bằng

$$L(n, \delta_n/\pi) = \int_0^1 L(n, \delta_n/p)\, \pi(p)\, dp \tag{2. 9}$$

Như vậy vấn đề đặt ra là cần xác định phương án tối ưu theo nghĩa cực tiểu hóa $L(n, \delta_n/\pi)$. Dưới đây ta sẽ nghiên cứu lời giải và đưa ra thuật toán xác định phương án tối ưu đó khi họ mật độ hậu nghiệm $\pi(p/n, x)$ của p có tỷ số hợp lý đơn điệu. Cần chú ý rằng, hầu hết các mật độ tiên nghiệm thường dùng (nêu trong [5]), đều cho $\pi(p/n, x)$ thỏa mãn tính chất này, chẳng hạn mật độ Beta, nhị thức...

3. LỜI GIẢI BAYES TRONG TRƯỜNG HỢP $\pi(p/n, x)$ CÓ TỶ SỐ HỢP LÝ ĐƠN ĐIỆU

Thay $L(n, \delta_n/p)$ cho trong (2. 8) vào (2. 9) ta có

$$L(n, \delta_n/\pi) = \int_0^1 \left[\sum_{x=0}^{n} l(n, \delta_n(x)/p)\, P_r[x/n, p] + CIS(n/p)\right] \pi(p)\, dp =$$

$$\sum_{x=0}^{n} \int_0^1 l(n, \delta_n(x)/p) P_r[x/n, p]\, \pi(p)\, dp + \int_0^1 CIS(n/p)\, \pi(p)\, dp.$$

Ta thấy, với cỡ mẫu n cố định, muốn cực tiểu hóa $L(n, \delta_n/\pi)$ chỉ cần chọn δ_n cực tiểu hóa

$$\int_0^1 l(n, \delta_n(x)/p)\, P_r[x/n, p]\, \pi(p)\, dp \tag{3. 1}$$

với mỗi giá trị $x = 0, 1, \ldots, n$. Hơn nữa, theo định lý Bayes đối với một biến ngẫu nhiên liên tục tuyệt đối và một biến ngẫu nhiên rời rạc (xem [7], p. 252) ta có:

$$P_r[x/n, p]\, \pi(p) = \pi(p/n, x) \int_0^1 P_r[x/n, t]\, \pi(t)\, dt$$

Suy ra, chỉ cần chọn δ_n cực tiểu hóa

$$\int_0^1 l(n, \delta_n(x)/p)\, \pi(p/n, x)\, dp \tag{3. 2}$$

với mỗi giá trị cố định của x $(x = 0, 1, \ldots, n)$ khi n đã cho.

Ta cần đến hai bổ đề quan trọng sau đây.

Bổ đề 1. Giả sử kiểm tra một mẫu cỡ n ta thấy x đơn vị phế phẩm. Khi đó quyết định d_0 sẽ tốt hơn quyết định d_1 khi và chỉ khi

$$\int_0^1 p\pi(p/n,\ x)\,dp \leqslant \frac{k_1}{k_2} \tag{3.3}$$

Chứng minh: d_0 tốt hơn d_1 khi và chỉ khi

$$\int_0^1 l(n,\ d_0/p)\pi(p/n,\ x)dp \leqslant \int_0^1 l(n,\ d_1/p)\pi(p/n,\ x)dp$$

tức

$$\int_0^1 p\left(k_2 + \frac{k_1}{q}\right)\pi(p/n,\ x)\,dp \leqslant \int_0^1 \frac{k_1}{q}\pi(p/n,\ x)\,dp.$$

Suy ra (3.3).

Trường hợp ngược lại d_1 sẽ tốt hơn d_0, đpcm.

Từ đây về sau, ta luôn giả thiết rằng $\pi(p/n,\ x)$ có tỷ số hợp lý đơn điệu tăng theo x và giảm theo n.

Định nghĩa: Họ mật độ $f(z/\omega)$ phụ thuộc tham số được gọi là có tỷ số hợp lý đơn điệu tăng (giảm) theo ω, nếu với mọi $\omega_1 < \omega_2$ thì tỷ số

$$\frac{f(z/\omega_2)}{f(z/\omega_1)}$$

là hàm tăng (giảm) của z hoặc tương đương

$$f(z_1/\omega_1)f(z_2/\omega_2) - f(z_1/\omega_2)f(z_2/\omega_1) \geqslant 0\ (\leqslant 0),$$

với $z_1 < z_2$.

Bổ đề 2. (xem [8], p.88.) Nếu họ mật độ hậu nghiệm $\pi(p/n,\ x)$ của p có tỷ số hợp lý đơn điệu giảm theo n, tăng theo x, thì

$$\int_0^1 p\pi(p/n,\ x)\,dp$$

là hàm giảm theo n (x cố định), tăng theo x (n cố định).

Từ 2 bổ đề trên, ta có các kết quả sau đây dẫn đến thuật toán xác định phương án tối ưu.

Định lý 1. Với cỡ mẫu n cố định, qui tắc quyết định tối ưu là

$$\delta_n(x) = \begin{cases} d_0 \text{ nếu } x \leqslant c(n) \\ d_1 \text{ nếu } x > c(n), \end{cases}$$

trong đó c(n) là giá trị lớn nhất của $x (0 \leqslant x \leqslant n)$ thỏa mãn

$$\int_0^1 p\pi(p/n,\ x)\,dp \leqslant \frac{k_1}{k_2}.$$

Chứng minh: Dễ dàng nhận thấy rằng, nếu quyết định $\delta_n(x_1) = d_0$ tốt hơn quyết định $\delta_n(x_1) = d_1$ thì $\delta_n(x_1) = d_0$ cũng tốt hơn $\delta_n(x_2) = d_1$, với $x_2 < x_1$.

Thật vậy, theo bổ đề 1, nếu $\delta_n(x_1) = d_o$ tốt hơn $\delta_n(x_1) = d_1$ thì

$$\int_0^1 p\pi(p/n,\ x_1)\,dp \leqslant \frac{k_1}{k_2}$$

vì $x_1 < x_2$, theo bổ đề ta có

$$\int_0^1 p\pi(p/n,\ x_2)dp \leqslant \int_0^1 p\pi(p/n,\ x_1)dp$$

suy ra

$$\int_0^1 p\pi(p/n,\ x_2)dp \leqslant \frac{k_1}{k_2},$$

do đó $\delta_n(x_2) = d_o$ tốt hơn $\delta_n(x_2) = d_1$, theo bổ đề 1. Từ kết luận trên suy ra tồn tại một số nguyên $c(n)$, cụ thể

$$\begin{aligned} c_n &= \max\{\, x \mid 0 \leqslant x \leqslant n,\ \delta_n(x) = d_o \text{ tốt hơn } \delta_n(x) = d_1 \,\} \\ &= \max\left\{\, x \mid 0 \leqslant x \leqslant n,\ \int_0^1 p\pi(p/n,\ x)\,dp \leqslant \frac{k_1}{k_2} \right\}, \end{aligned}$$

và qui tắc quyết định tối ưu là

$$\delta_n(x) = \begin{cases} d_o & \text{khi } x \leqslant c(n), \\ d_1 & \text{khi } x > c(n), \end{cases} \tag{3.4}$$

đpcm.

Từ kết quả định lý 1, ta có nhận xét sau đây.

Nhận xét 1: Phương án kiểm tra tối ưu là phương án được đặc trưng bằng một cặp số nguyên $(n,\ c(n))$, $0 \leqslant n \leqslant N$, $0 \leqslant c(n) \leqslant n$, với quy tắc quyết định (3. 4). Với phương án $(n,\ c(n))$, tổn thất trung bình (2. 8) có thể được viết lại như sau:

$$L(n,\ \delta_n/p) = L(n,\ c(n)/p) = k_1(N-n)\left(p\frac{k_2}{k_1} - 1\right)Pr[d_o/n,\ c(n),p] + N\frac{k_1}{q}$$

trong đó

$$Pr[d_o/n,\ c(n),\ p] = \sum_{x=0}^{c(n)} Pr[x/n,\ p].$$

Suy ra phương án tối ưu là phương án $(n,\ c(n))$ làm cực tiểu

$$L^*(n,\ c(n)/\pi) = (N-n)\int_0^1 \left(p\frac{k_2}{k_1} - 1\right)Pr[d_o/n,\ c(n),\ p]\pi(p)dp \tag{3. 5}$$

Định lý 2. Kiểm tra toàn bộ mỗi lô hàng là phương án tối ưu khi và chỉ khi

$$\int_0^1 p\pi(p/N-1,\ 0)dp > \frac{k_1}{k_2} \tag{3. 6}$$

Chứng minh: Giả sử kiểm tra một mẫu cỡ $N-1$ và thấy $x = 0$. Nếu (3. 6) thỏa, khi đó theo bổ đề 1, $\delta_{N-1}(0) = d_1$ (tức quyết định kiểm tra đơn vị sản phẩm còn lại trong lô) sẽ là tối ưu, Mặt khác, nếu (3. 6) thỏa, thì theo bổ đề 2 ta có

$$\int_0^1 p\pi(p/n, x)dp > \frac{k_1}{k_2}$$

với mọi giá trị n và c, $0 \leqslant n \leqslant N-1$, $0 \leqslant x \leqslant n$. Theo bổ đề 1, điều này có nghĩa là một phương án nào đó nếu là tối ưu sẽ dẫn đến việc kiểm tra toàn bộ lô hàng. Do đó, việc kiểm tra toàn bộ mỗi lô là phương án tối ưu.

Ngược lại, nếu việc kiểm tra toàn bộ mỗi lô là tối ưu thì phải có (3. 6), đpcm.

Định lý 3. Nếu (3. 6) không thỏa, thì điều kiện cần để một giá trị n^* trở thành cỡ mẫu tối ưu là $n^* \geqslant n_o$, trong đó n_o là giá trị nhỏ nhất của n thỏa

$$\int_0^1 p\pi(p/n/ 0)dp \leqslant \frac{k_1}{k_2} \qquad (3.\ 7)$$

Chứng minh: Theo định lý 2, nếu (3. 6) không thỏa thì việc kiểm tra toàn bộ mỗi lô (n = N) không phải là tối ưu.

Giả sử một giá trị $n^* \neq N$ nào đó là cỡ mẫu tối ưu, mà

$$\int_0^1 p\pi(p/n^*, 0)dp > \frac{k_1}{k_2}$$

khi đó, theo bổ đề 2 suy ra

$$\int_0^1 p\pi(p/n^*, x)dp > \frac{k_1}{k_2}$$

với mọi x, $0 \leqslant x \leqslant n^*$. Điều này có nghĩa là với mọi kết quả kiểm tra mẫu « cỡ tối ưu » đều dẫn đến quyết định d_1 (kiểm tra phần còn lại của lô), hay việc kiểm tra toàn bộ mỗi lô là phương án tối ưu, mâu thuẫn với điều đã khẳng định. Vậy $n^* > n_o$ như đã định nghĩa.

Từ định lý 2 và 3, ta có nhận xét sau đây.

Nhận xét 2:

a) Vì $\pi(p/0, 0) = \pi(p)$ (không lấy mẫu kiểm tra thì không có thêm thông tin về p), nên theo định lý 3 nếu

$$\int_0^1 p\pi(p)dp > \frac{k_1}{k_2},$$

thì việc chấp nhận mọi lô mà không lấy mẫu kiểm tra không thể là phương án tối ưu.

b) Kết hợp nhận xét trên với định lý 2 ta thấy, nếu

$$\int_0^1 p\pi(p)dp > \frac{k_1}{k_2}$$

và

$$\int_0^1 p\pi(p/N-1, 0)dp < \frac{k_1}{k_2},$$

thì việc chấp nhận mọi lô mà không lấy mẫu kiểu kiểm tra, cũng như việc kiểm tra toàn bộ mỗi lô, không thể là phương án tối ưu.

c) Khi $\pi(p)$ suy biến, $Pr[p = \theta] = 1$ (tức là khi đã có thông tin đầy đủ về p), thì việc lấy mẫu là không cần thiết, ta có thể chấp nhận mọi lô hoặc kiểm tra toàn bộ mỗi lô. Thật vậy, theo định lý 3, nếu

$$\theta \leqslant \frac{k_1}{k_2}$$

thì việc chấp nhận mọi lô là phương án tối ưu; còn theo định lý 2, nếu

$$\theta > \frac{k_1}{k_2}$$

thì việc kiểm tra toàn bộ mỗi lô là phương án tối ưu.

Định lý 4. Phương án $(n, c(n) = n)$, $0 < n < N$, nếu là tối ưu sẽ không phải là phương án tối ưu duy nhất.

Chứng minh: Với phương án (n, n), ta có

$$P_r\,[d_0/n,\ c(n),\ p] = 1$$

do đó theo (3.5) $L^*(n,n/\pi) = (N-n)\int_0^1 \left(p\frac{k_1}{k_2} - 1\right)\pi(p)\,dp.$

Nếu (n,n) là phương án tối ưu duy nhất, khi đó nó phải tốt hơn phương án kiểm tra toàn bộ mỗi lô (N, N), tức

$$L^*(n,\ n/\pi) - L^*(N,\ N/\pi) = (N-n)\int_0^1 \left(p\frac{k_2}{k_1} - 1\right)\pi(p)\,dp \leqslant 0$$

Suy ra

$$\int_0^1 \left(p\ \frac{k_2}{k_1} - 1\right)\pi(p)\,dp \leqslant 0.$$

Nhưng khi đó phương án chấp nhận mọi lô mà không cần lấy mẫu (O, O) lại tốt hơn phương án (n,n), vì

$$L^*(0,0/\pi) - L^*(n,\ n/\pi) = n\int_0^1 \left(p\frac{k_2}{k_1} - 1\right)\pi(p)\,dp \leqslant 0$$

Điều này trái với giả thiết (n,n) là phương án tối ưu duy nhất.

Ta thấy, nếu (n,n), $n \neq 0$, N là phương án tối ưu, các phương án (O, O) và (N, N) cũng là các phương án tối ưu.

4. THUẬT TOÁN

Từ các kết quả của phần 3, có 2 thuật toán đối ngẫu sau đây xác định phương án tối ưu (n^*, C^*)

Thuật toán 1:

Bước 1: Nếu $\frac{k_1}{k_2} \geqslant 1$, khi đó $(n^*, c^*) = (O,O)$, STOP, trường hợp ngược lại chuyển sang bước 2.

Bước 2: nếu

$$\int_0^1 p\pi\,(p/N-1,\,0)\,dp > \frac{k_1}{k_2}$$

thì $(n^*, c^*) = (N, N)$, STOP. trường hợp ngược lại tính n_0 như trong định lý 3.

Bước 3: Với mỗi $n \geqslant n_0$, tính giá trị tối ưu địa phương $c(n)$ theo định lý 1, sau đó tính và ghi lại giá trị $L^*\,(n, c(n)/\pi)$ tương ứng theo (3.5). Chuyển sang bước 4.

Bước 4: Chọn phương án $(n, c(n))$ có giá trị $L^*\,(n, c(n)/\pi)$ nhỏ nhất là phương án (n^*, c^*), STOP.

Thuật toán 2:

Bước 1: Nếu $\frac{k_1}{k_2} \geqslant 1$, khi đó $(n^*, c^*) = (0,0)$, STOP: trường hợp ngược lại chuyển sang bước 2.

Bước 2: Nếu

$$\int_0^1 p\pi\,(p/N-1, 0)\,dp > \frac{k_1}{k_2}$$

thì $(n^*, c^*) = (N, N)$, STOP. Trường hợp ngược lại xác định các tập giá trị c thỏa $0 \leqslant c \leqslant c_0$, trong đó c_0 là giá trị lớn nhất thỏa

$$c_0 \leqslant N$$

và

$$\int_0^1 p\pi\,(p/N,\,c_0)\,dp \leqslant \frac{k_1}{k_2}.$$

Cho $c := 0$, chuyển sang bước 3.

Bước 3: Xác định tập $S(c) = \{n \mid n_1(c) \leqslant n \leqslant n_2(c)\}$, trong đó $n_1(c)$ là giá trị nhỏ nhất của n thỏa $n \geqslant c$

và

$$\int_0^1 p\pi\,(p/n,\,c)\,dp \leqslant \frac{k_1}{k_2}$$

$n_2(c)$ là giá trị nhỏ nhất của n thỏa $n \geqslant c$ và

$$\int_0^1 p\pi\,(p/n+1,\,c+1)\,dp \leqslant \frac{k_1}{k_2}.$$

Chuyển sang bước 4.

Bước 4: Trong tập $S(c)$ xác định $n(c)$ sao cho $(n(c), c)$ cực tiểu hóa $L^*\,(n(c), c/\pi)$; ghi lại $n(c)$ và c. Cho $c := c+1$, Nếu $c \leqslant c_0$ thì chuyển sang bước 3, trường hợp ngược lại chuyển sang bước 5.

Bước 5: So sánh các giá trị cực tiểu địa phương $L^*\,(n(c), c/\pi)$ ứng với $c=0, 1, \ldots, c_0$ để chọn phương án tối ưu (n^*, c^*) STOP.

Tác giả chân thành cảm ơn GS – PTS Nguyễn Văn Hộ, Đại học Bách khoa Hà Nội, đã đọc kỹ bản thảo bài báo này và cho nhiều ý kiến quí báu.

Nhận ngày 25-9-1987

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Dodge H.F., Roming H.G. (1959), Sampling Inspection Tables—Single and Double Sampling, 2nd edition, John Wiley and sons, Inc., New York.

2. Hald A. (1960), The compound hypergeometric distribution and a system of single sampling inspection plans based on prior distribution and costs. Technometrics. 2, 275 – 340.

3. Hald A. (1981), Statistical theory of Sampling Inspection by Atributes. Academin Press, London.

4. Karlin S., Rubins H. (1956), The theory of decision procedures for distribution with monotone likelihood ratio. Annals of Mathematical Statistics, 27. 272 – 299.

5. Wetherill G. B., Chiu W, K. (1975). A review of acceptance Sampling Schemes with emphasis on the economic aspect. International Statistical Review. 43, 291–310.

6. Ю. К. Беляев (1975), Вероятностные методы выборочного контроля. Наука Москва.

7. Rényi Alfréd (1968), Valószínüségszámitás. Tankönyvkiadó, Budapest,

8. E.L. Lehmann (1959), Testing Statistical Hypotheses. John Wiley. New York, (Bản dịch tiếng Nga « Nayka » 1966).

ABSTRACT

OPTIMIZATION AND ALGORITHM FOR A SAMPLING INSPECTION PROBLEM

The purpose of this paper is to derive a system of single sampling inspection plans obtained by minimizing the average total cost under the following assumptions : thừa nhận.

– Inspection is rectifying, defective units are replaced by good units at the vendor's expense,

– Rejected lots are totally inspected,

– The inspection of each unit involves a constant cost,

– Any defective unit inadvertently accepted incurs a cost to the consumer,

– The lot quality varies from lot to lot according to a probability distribution with density having monotone likelihood ratio property.