

## NHẬN DẠNG MÙ CHUỖI HAMMERSTEIN BẬC HAI

TRẦN THỊ HOÀNG OANH<sup>1</sup>, ĐỒNG SĨ THIÊN CHÂU<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Công nghiệp, Tp Hồ Chí Minh

<sup>2</sup>Trường Đại học Bán công Tôn Đức Thắng, Tp Hồ Chí Minh

**Abstract.** In this paper, a method of blind identification of second order Hammerstein series is considered. This method is developed on the combination of stochastic approximation and Tixonop method.

**Tóm tắt.** Dựa trên sự kết hợp giữa hai phương pháp chỉnh hóa Tixonop và lý thuyết xấp xỉ ngẫu nhiên, bài báo đề cập đến một phương pháp nhận dạng chuỗi Hammerstein bậc hai.

### GIỚI THIỆU

Các mô hình Hammerstein được ứng dụng để mô tả hệ thống phi tuyến đã và đang được ứng dụng nhiều trong các quá trình sinh học, hóa học, viễn thông, điều khiển và xử lý tín hiệu [1, 2, 3]. Ta xét chuỗi Hammerstein bậc hai sau đây:

$$y(n) = \sum_{k=k_1^-}^{k_1^+} h_k(n)x(n-k) + \sum_{k=k_2^-}^{k_2^+} h_{kk}(n)x^2(n-k); \quad (1)$$

$h_1(0) = 1$ ;  $k_1, k_2$  là bậc của hệ thống;  $x(n)$  là tín hiệu đầu vào dừng có trung bình bằng không dạng Gauss.

Bài toán nhận dạng mù được đặt ra là dựa trên các thông tin đầu ra  $y(n)$  và đầu vào  $x(n)$ , hãy xác định các giá trị  $h_k(n)$  và  $h_{kk}(n)$ .

Đưa  $y(n) = X^T(n)h(n)$ , ở đây ta ký hiệu:

$$h(n) = (h_{k_1^-} \dots h_{k_1^+}; h_{k_2^- k_2^-} \dots h_{k_2^+ k_2^+})^T, \\ X(n) = (x(n-k_1^-) \dots x(n-k_1^+); x^2(n-k_2^-) \dots x^2(n-k_2^+))^T. \quad (2)$$

Xét mô hình:

$$\hat{y}(n) = \sum_{k=k_1^-}^{k_1^+} \hat{h}_k(n)x(n-k) + \sum_{k=k_2^-}^{k_2^+} \hat{h}_{kk}(n)x^2(n-k), \quad (3)$$

$$\hat{y}(n) = X^T(n)\hat{h}(n), \quad (4)$$

ở đây ta ký hiệu

$$\hat{h}(n) = (\hat{h}_{k_1^-} \dots \hat{h}_{k_1^+}; \hat{h}_{k_2^- k_2^-} \dots \hat{h}_{k_2^+ k_2^+})^T.$$

Lập tiêu chuẩn đánh giá tối ưu:

$$E\{e^2(n)\} \rightarrow \min_{\hat{h}},$$

ở đây sai số có dạng:

$$e(n) = y(n) - \hat{y}(n) = X^T(n)(h(n) - \hat{h}(n)). \quad (6)$$

Từ điều kiện tối thiểu hóa theo tiêu chuẩn đánh giá (5) ta thu được:

$$\begin{aligned} \hat{h}_k(n+1) &= \gamma \hat{h}_k(n) + F_k(\hat{h}_k(n)\hat{h}_k(n-1)) - \eta(n)E\{e(n)x(n-k)\}, \\ k &= k_1^-, \dots, 0, 1, 2, \dots, k_1^+, \quad 0 < \gamma \leq 1, \quad 0 < F_k \ll 1, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \hat{h}_{kk}(n+1) &= \gamma \hat{h}_{kk}(n) + F_{kk}(\hat{h}_{kk}(n) - \hat{h}_{kk}(n-1)) - \eta(n)E\{e(n)x^2(n-k)\}, \\ k &= k_2^-, \dots, 0, 1, 2, \dots, k_2^+. \end{aligned} \quad (8)$$

Trong (7) và (8) các bước lặp  $\eta(n)$  được chọn sao cho thỏa mãn các điều kiện hội tụ của Robbin–Monro [4] dựa theo lý thuyết xấp xỉ ngẫu nhiên:

$$0 < \eta(n) \rightarrow 0 \text{ khi } n \rightarrow \infty; \quad \frac{\eta(n-1) - \eta(n)}{\eta(n)} \rightarrow 0 \text{ khi } n \rightarrow \infty, \quad (9)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \eta(n) = \infty; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \eta^p(n) < \infty; \quad p \geq 2. \quad (10)$$

Có thể đưa các thuật toán (7) và (8) về dạng khác sau đây:

$$\begin{aligned} \hat{h}_k(n+1) &= \left[ I - \eta(n) \frac{x(n-k)x^T(n-k)}{\|x(n-k)\|_2^2} \right] \hat{h}_k(n) + F_k(\hat{h}_k(n) - \hat{h}_k(n-1)) \\ &\quad + \eta(n)y(n) \frac{x(n-k)}{\|x(n-k)\|_2^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{h}_{kk}(n+1) &= \left[ I - \eta(n) \frac{x(n-k)x^T(n-k)}{\|x(n-k)\|_2^2} \right] \hat{h}_{kk}(n) + F_k(\hat{h}_{kk}(n) - \hat{h}_{kk}(n-1)) \\ &\quad + \eta(n)y(n) \frac{x(n-k)}{\|x(n-k)\|_2^2}. \end{aligned}$$

Ta xét hệ thống động phi tuyến có đầu ra được mô tả bởi phương trình:

$$\begin{aligned} y(n) &= \sum_{i=0}^{N_a} a_i(n)x(n-i) + \sum_{i=0}^{N_d} \sum_{i=0}^{N_d} d_{ii}(n)x^2(n-i) + \sum_{i=1}^{N_b} b_i(n)y(n-i) \\ &\quad + \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{i=1}^{N_c} c_{ii}(n)y^2(n-i). \end{aligned} \quad (11)$$

Ta có hàm quan sát  $z(n)$ :

$$z(n) = y(n) + v(n), \quad (12)$$

ở đây  $v(n)$  là nhiễu quan sát dạng Gauss

$$E\{v(n)\} = 0, \quad E\{v^2(n)\} = \sigma_v^2 < \infty, \quad (13)$$

$E\{\cdot\}$  là kỳ vọng toán học.

Điều khác biệt ở đây với các tài liệu đã công bố [1, 2, 3] ta giả thiết các thông số  $a_i(n), d_{ii}(n), b_i(n), c_{ii}(n)$  biến động theo thời gian.

Ở đây, bài toán nhận dạng thích nghi không dừng được dựa vào các quan sát đầu ra  $z(n)$  và đầu vào  $x(n)$  để đánh giá các thông số hệ thống động  $\hat{a}_i(n), \hat{d}_{ii}(n), \hat{b}_i(n), \hat{c}_{ii}(n)$ .

Giả thiết rằng ta có thể đưa hệ thống động phi tuyến (11) về dạng vectơ sau đây:

$$z(n, \theta) = \phi^T(n)\theta(n) + v(n) = \theta^T(n)\phi(n) + v(n). \quad (14)$$

Bằng cách đưa vào vectơ thông số  $\theta(n)$

$$\theta(n) = (a_i(n) (i = 0, \dots, N_a); d_{ii}(n) (i = 0, \dots, N_d); b_i(n) (i = 0, \dots, N_b); c_{ii}(n) (i = 0, \dots, N_c))^T,$$

và vectơ quan sát  $\phi(n)$

$$\phi(n) = (x(n-i) (i = 0, \dots, N_a); x^2(n-i) (i = 0, \dots, N_d);$$

$$y(n-i) (i = 0, \dots, N_b); y^2(n-i) (i = 0, \dots, N_c))^T.$$

Đồng ý với các tác giả Erik Weyer và M.C. Campi [5] ta đưa vào các tiêu chuẩn đánh giá tối ưu:

$$V(\hat{\theta}) = E\{\varepsilon^2(n, \hat{\theta})\}, \quad (15)$$

ở đây

$$\varepsilon(n, \theta) = z(n) - \hat{y}(n, \hat{\theta}), \quad (16)$$

$$\hat{y}(n, \hat{\theta}) = \phi^T(n)\hat{\theta}(n-1). \quad (17)$$

Sử dụng phương pháp chuẩn bình phương tối thiểu dựa theo ý tưởng của Alimed 2003 đã được cải biên, ta thu được:

$$\hat{\theta}(n+1) = \hat{\theta}(n) + F(n)(\hat{\theta}(n) - \hat{\theta}(n-1)) + \mu(n)\varepsilon(n, \hat{\theta}) \frac{\phi(n)}{\|\phi(n)\|_2^2}. \quad (18)$$

Từ điều kiện tối thiểu hóa (17), ta thu được lời giải đánh giá tối ưu vectơ  $\theta$  :

$$\theta_{\text{opt}} = R^{-1}f,$$

ở đây

$$R = E\{\phi(n)\phi^T(n)\}; \quad f = E\{\phi(n)z(n)\}. \quad (19)$$

Dựa theo ý tưởng của các tác giả Erik Weyer và M.C. Campi ta lập tiêu chuẩn tối thiểu hóa phiếm hàm Tixonop:

$$V_N(\hat{\theta}) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N \varepsilon^2(n, \hat{\theta}) + \frac{\alpha}{2} \|\hat{\theta}\|^2 \rightarrow \min_{\hat{\theta}} \quad (20)$$

$N > N_a + N_b + N_c + N_d$ ,  $0 < \alpha$ .

Thông số bé Tixonop có thể chọn:

$$\alpha_{\text{opt}} = \min\left\{\sigma_v^2, \frac{1}{n}\right\}. \quad (21)$$

Từ điều kiện tối thiểu hóa tiêu chuẩn đánh giá tối ưu (12) kết hợp với cách lựa chọn thông số bé Tixonop theo (21) ta thu được đánh giá bình phương tối thiểu:

$$\hat{\theta}_{N\alpha} = R_{N\alpha}^{-1} f_N, \quad (22)$$

ở đây

$$R_{N\alpha} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \phi(n) \phi^T(n) + \alpha_{\text{opt}} I, \quad (23)$$

$I$  là ma trận đơn vị  $N \times N$ ,

$$f_N = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \phi(n) z(n). \quad (24)$$

**Kết luận.** Việc tìm mô hình gần đúng xấp xỉ các hệ phi tuyến là một vấn đề rất quan trọng được nhiều nhà nghiên cứu quan tâm. Dựa theo ý tưởng của các tác giả Erik Weyer và M.C. Campi cùng với việc sử dụng phép hàm chình hóa Tixonop chúng ta đưa ra được các thuật toán tối ưu bền vững để nhận dạng chuỗi Hammerstein bậc hai. Các kết quả thu được sẽ được áp dụng trong quá trình công nghệ hóa học, sinh học và viễn thông.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] P. Koukoulas, N. Kalouptsidis, Blind identification of second order Hammerstein series, *Signal Processing* **83** (2003) 213–234.
- [2] N. Kalouptsidis, P. Koukoulas, Blind identification of Bilinear Systems, *IEEE Transactions on Signal Processing* **51** (2) (2003) 484–499.
- [3] Jean-Marc Le Caillec, Rene Garello, Time series nonlinearity modeling: A Giannakis formula type approach, *Signal Processing* **83** (2003) 1759–1788.
- [4] H. Robbins, S. Monro, Stochastic approximation method, *Ann Math, Statist* **22** (1951) 400–407.
- [5] Erik Weyer, M. C. Campi, Non-asymptotic confidence ellipsoids for the least-square estimate, *Automatica* **38** (2002) 1539–1547.

Nhận bài ngày 1 - 6 - 2005