VỀ MỘT LỚP MÔ HÌNH TỐI ƯU VÀ ỨNG DỤNG

TẠ VĂN TỰ

I — ĐẶT VẤN ĐỀ

Xét mô hình toán học tối ưu

$$f_0 = \sum_{i=1}^{n} \max_{t=\overline{1,T}} \{\Delta_{it}, T_{it}, S_{it}\} \rightarrow \mathrm{Min} \tag{1}$$

thỏa mãn hệ ràng buộc D:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \leqslant b_j, \ j = \overline{1, n}$$

$$0 \leqslant \alpha_{ij} \leqslant a_{ij} \leqslant \gamma_{ij} \ ; \ i, j = \overline{1, n} \tag{3}$$

ở đó

$$\Delta_{it} = \left| \frac{\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_{it} - C_{it}}{C_{it}} \right| \tag{4}$$

$$T_{it} = \left| \frac{X_{it} - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_{jt} - Y_{it}}{Y_{jt}} \right| \tag{5}$$

$$S_{it} = \left| \frac{\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_{jt} + Y_{it} - X_{it}}{X_{it}} \right| \tag{6}$$

$$X_{it} = Y_{it} + C_{it} \tag{7}$$

với C_{it}, Y_{it} dương và α_{ij}, γ_{ij}, b_j là các số đã biết còn a_{ij} là các biến. Đây là mô hình quy hoạch phi tuyến dạng đặc biệt.

Lớp mô hình (1)—(3) có nhiều ứng dụng quan trọng khi nghiên cứu các bài toán kinh tế và kỹ thuật, đặc biệt là các bài toán xác định các hệ số chi phí trực tiếp của bảng cân đối liên ngành, liên vùng khi nghiên cứu kế hoạch hóa nền kinh tế quốc dân và phân bố lực lượng sản xuất

II — PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Ta xét các mối quan hệ giữa Δ_{it}, T_{it}, S_{it}. Đặt $\beta_{it} = Y_{it} / X_{it}$, từ (4), (6), (7) ta có:

$$S_{it} = \left| \frac{\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_{it} - C_{it}}{C_{it}} \right| . \frac{X_{it} - Y_{it}}{X_{it}} = \Delta_{it} (1 - \beta_{jt}) \tag{8}$$

$$S_{it} = \left| \frac{X_{it} - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_{jt} - Y_{jt}}{Y_{jt}} \right| . \frac{Y_{it}}{X_{it}} = T_{it} \beta_{it} \tag{9}$$

Từ (8) và (9) ta có:

$$T_{it} = \frac{\Delta_{it}\,(1-\beta_{it})}{\beta_{it}} \tag{10}$$

Từ (7) ta có $0 < \beta_{it} < 1$ nên từ (8) và (9) ta có ngay tính chất sau:

Tính chất 1: $S_{it} \leqslant \Delta_{it}$ và $S_{it} \leqslant T_{it}$;

$$i = \overline{1, n}; \qquad t = \overline{1, T}.$$

Tính chất 2: $(\beta_{it} - 1/2)\,(T_{it} - \Delta_{it}) \leqslant 0$; $t = \overline{1, T}$; $i = \overline{1, n}$.

Chứng minh: Từ (10) ta có

$$(T_{it} - \Delta_{it})\,(\beta_{it} - \frac{1}{2}) = \left[\frac{\Delta_{it}\,(1-\beta_{it})}{\beta_{it}} - \Delta_{it}\right]\cdot\frac{2\beta_{it}-1}{2} = \frac{-\Delta_{it}\,(2\beta_{it}-1)^2}{2\beta_{it}} \leqslant 0$$

Đặt $T_1 = \{t \mid \beta_{it} \geqslant 1/2\}$, $T_2 = t \mid \beta_{it} < 1/2\}$, ta có $T_1 \cup T_2 = \{1, 2, \ldots T\}$. Đặt $a = (a_{ij})_{i,\, j=\overline{1, n}}$ và xét bài toán tối ưu sau:

$$F = \sum_{i=1}^{n} Z_i \longrightarrow \mathrm{Min} \tag{11}$$

thỏa mãn các ràng buộc:

$$\Delta_{it} \leqslant Z_i,\ i = \overline{1, n},\ t \in T_1 \tag{12}$$

$$T_{it} \leqslant Z_i,\ i = \overline{1, n},\ t \in T_2 \tag{13}$$

$$a \in D \tag{14}$$

Giữa bài toán (1) – (3) và (11) – (14) có mối quan hệ sau:

Định lý: Nếu a^* là nghiệm của bài toán (1) – (3) thì $(a^*, Z_1^*, Z_2^*, \ldots Z_n^*)$ với $Z_i^* = \max\limits_{t=\overline{1, T}} \{\Delta_{it}(a^*)\},\ T_{it}(a^*)\}$ $i = \overline{1, n}$ là nghiệm của bài toán (11) – (14). Ngược lại nếu $(\overline{a}, \overline{Z}_1, \overline{Z}_2, \ldots, \overline{Z}_n)$ là nghiệm của bài toán (11) – (14) thì $\overline{a}$ là nghiệm của bài toán (1) – (3).

Chứng minh. Gọi f_0^*, F^* là các giá trị tối ưu của bài toán (1) – (3) và (11) – (14). Từ a^* là nghiệm của bài toán (1) – (3) và $Z_i^* = \max\limits_{t=\overline{1, T}} \{\Delta_{it}(a^*),\ T_{it}(a^*)\}$ ta có $(a^*, Z_1^*, Z_2^*, \ldots, Z_n^*)$ là một phương án của bài toán (11) – (14). Từ đó có

$$F^* < \sum_{i=1}^{n} Z_i^* = \sum_{i=1}^{n} \max_{t=\overline{1, T}} \{\Delta_{it}(a^*),\ T_{it}(a^*)\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \max_{t=\overline{1,T}} \{\Delta_{it}(a^*),\ T_{it}(a^*),\ S_{it}(a^*)\} \text{ (theo tính chất 1)} = f_0^*.$$

Vậy có $F^* \leqslant f_0^*$.

Ngược lại, từ $(\overline{a}, \overline{Z}_1, \overline{Z}_2, \ldots, \overline{Z}_n)$ là nghiệm của bài toán (11) – (14) ta có $\overline{a} \in D$. Từ đó có:

$$f_0^* \leqslant \sum_{i=1}^{n} \max_{t=\overline{1, T}} \{\Delta_{it}(\overline{a}),\ T_{it}(\overline{a}),\ S_{it}(\overline{a})\} =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \max_{t=\overline{1, T}} \{\Delta_{it}(\overline{a}),\ T_{it}(\overline{a})\} \text{ (theo tính chất 1).}$$

Theo tính chất 2 ta có $T_{it}(a) \leqslant \Delta_{it}(a)$ $\forall t \in T_1$,
$\Delta_{it}(a) \leqslant T_{it}(a)$, $\forall t \in T_2$, $\forall a \in D$. Từ đó ta có:

$$\max_{t=\overline{1,T}} \{\Delta_{it}(\overline{a}), T_{it}(\overline{a})\} = \max\{\max_{t \in T_1}\{\Delta_{it}(\overline{a}), T_{it}(\overline{a})\}; \max_{t \in T_2}\{\Delta_{it}(\overline{a}), T_{it}(\overline{a})\}\} =$$

$$= \max\{\max_{t \in T_1} \Delta_{it}(\overline{a}); \max_{t \in T_2} T_{it}(\overline{a})\} \leqslant \max\{\overline{Z}_i, \overline{Z}_i\}.$$

Vậy $$\max_{t=\overline{1,T}} \{\Delta_{it}(\overline{a}), T_{it}(\overline{a})\} \leqslant \overline{Z}_i \tag{15}$$

Từ đó theo (15) ta có

$$f_0^* \leqslant \sum_{i=1}^{n} \overline{Z}_i = F^*.$$

Tóm lại ta có $F^* = f_0^*$ và định lý được chứng minh.

Hệ quả. Gọi $(\overline{a}, \overline{Z}_1, \overline{Z}_2, \ldots, \overline{Z}_n)$ là phương án tối ưu của bài toán (11) – (14) ta có:

$$\max_{t=\overline{1,T}} \{\Delta_{it}(\overline{a}), T_{it}(\overline{a})\} = \overline{Z}_i; \quad i = \overline{1, n}.$$

Chứng minh: Theo (15) ta có

$$\max_{t=\overline{1,T}} \{\Delta_{it}(\overline{a}), T_{it}(\overline{a})\} \leqslant \overline{Z}_i, \ i = \overline{1, n}.$$

Gọi f_0^*, F^* là các giá trị tối ưu của bài toán (1) – (3) và (11) – (14), theo cách chứng minh ở định lý ta có:

$$f_0^* \leqslant \sum_{i=1}^{n} \max_{t=\overline{1,T}} \{\Delta_{it}(\overline{a}), T_{it}(\overline{a})\} \leqslant \sum_{i=1}^{n} \overline{Z}_i = F^*$$

và $f_0^* = F^*$ nên phải có:

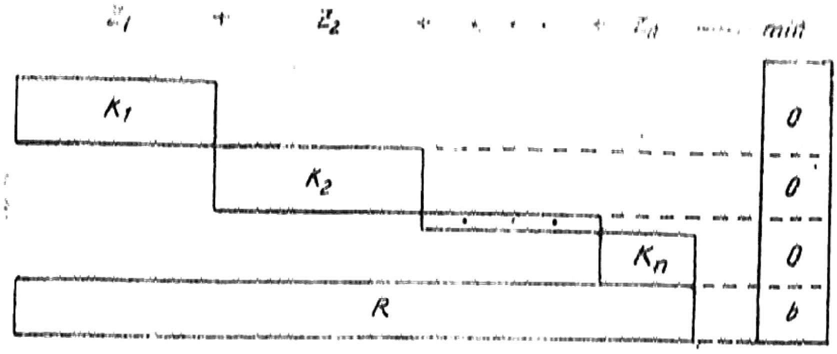
$$\max_{t=\overline{1,T}} \{\Delta_{it}(\overline{a}), T_{it}(\overline{a})\} = \overline{Z}_i, \quad \forall i = \overline{1, n}.$$

Như vậy, theo định lý và chú ý ràng buộc dạng $|g(a)| \leqslant w$ được thay bằng hai ràng buộc $g(a) \leqslant w$ và $g(a) + w \geqslant 0$, thì việc giải bài toán (1) — (3) được đưa về giải bài toán quy hoạch tuyến tính (11) – (14). Bài toán (11)–(14) có một số ưu điểm chính sau:

1. Do dạng là quy hoạch tuyến tính nên có thể sử dụng được phương pháp giải quy hoạch tuyến tính với ràng buộc hai phía [2] thì n^2 điều kiện $\alpha_{ij} \leqslant a_{ij} \leqslant \gamma_{ij}$; $i, j = \overline{1, n}$ thực chất không cần tính vào miền ràng buộc.

2. Trong trường hợp bài toán (11) – (14) là cỡ lớn thì việc giải cũng rất thuận lợi bằng cách sử dụng phối hợp 2 phương pháp phân rã của G.B.Dantzig–Wolfe [1] và phương pháp quy hoạch tuyến tính với ràng buộc hai phía [2]. Cụ thể như sau:

Ta viết bài toán (11) – (14) dưới dạng khối đường chéo :



Hình 1

ở đó khối K_i, $i = \overline{1,n}$ gồm các ràng buộc

$$\Delta_{it} - z_i \leqslant 0,\ t \in T_1$$
$$T_{it} - z_i \leqslant 0,\ t \in T_2$$
$$\alpha_{ij} \leqslant a_{ij} \leqslant \gamma_{ij},\ j = \overline{1,n}$$

và khối R gồm các ràng buộc :

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \leqslant b_j,\ j = \overline{1,n}.$$

Trong quá trình giải bài toán (11) – (14) ở dạng khối đường chéo bằng phương pháp phân rã, mỗi lần giải bài toán phụ (khi xây dựng phương án hoặc kiểm tra tính tối ưu của phương án) với miền ràng buộc K_i ta sử dụng phương pháp giải quy hoạch tuyến tính với ràng buộc hai phía thì cỡ của các bài toán phụ này thực chất chỉ gồm 2T ràng buộc (giảm đi n ràng buộc $\alpha_{ij} \leqslant a_{ij} \leqslant \gamma_{ij}$, $j = \overline{1,n}$).

Như vậy bài toán quy hoạch tuyến tính (11) – (14), do cấu trúc đặc biệt, được giải rất thuận lợi bằng phương pháp quy hoạch tuyến tính với ràng buộc hai phía và kết hợp với phương pháp phân rã khi bài toán là cỡ lớn. Vì vậy dựa vào cách giải bài toán quy hoạch tuyến tính (11) – (14) để giải bài toán (1) – (3) là một phương pháp có hiệu quả.

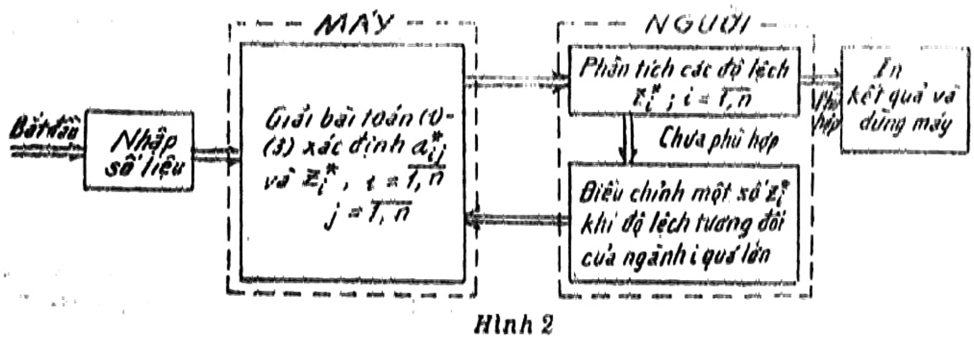
Phương pháp đã trình bày còn được áp dụng đối với hàm mục tiêu tổng quát hơn.

$$f_0 = \sum_{i=1}^{n} \max_{t=\overline{1,T}} \left\{ D^j_{it},\ j = \overline{1,m} \right\}$$

với $D^j_{it} = | f^j_{it}(a) |$ và f^j_{it} là hàm tuyến tính.

III – ỨNG DỤNG

Phương pháp trên đã được ứng dụng có kết quả tốt vào bài toán xác định các hệ số chi phí trực tiếp của bảng cân đối liên ngành. Khi này Δ_{it}, T_{it}, S_{it} tương ứng là các độ lệnh tương đối về tiêu hao vật chất cho sản xuất, thu nhập quốc dân và tổng sản phẩm xã hội so với số liệu thực tế của ngành i năm t. Quy trình tính toán chính theo thủ tục đối thoại Người–Máy như sau :



Hình 2

Theo ý kiến của các chuyên gia kinh tế, các hệ số chi phí trực tiếp của bảng cân đối liên ngành có độ ổn định cao theo từng ngành và từng năm, nên các chỉ tiêu cuối cùng để nhận phương án phù hợp vẫn là các độ lệch tương đối về tiêu hao vật chất cho sản xuất, thu nhập quốc dân và tổng sản phẩm xã hội giữa kết quả tính toán và kết quả đo được trên thực tế là hợp lý. Quy trình tính toán trên dựa vào mô hình và phương pháp thích hợp giải bài toán (1) – (3) đã đề cập trực tiếp được vào các tiêu chuẩn nhận lời giải bản chất nhất và đã xét tới hầu hết các mối quan hệ chủ yếu của các hệ số chi phí trực tiếp liên ngành phản ánh ở miền ràng buộc, nên kết quả giải bài toán (1) – (3) ở lần lặp đầu tiên của chu trình tính toán đã xác định được các hệ số chi phí trực tiếp liên ngành thường có độ chính xác cao so với thực tế. Trong trường hợp cần phải hiệu chỉnh tiếp một số hệ số chi phí trực tiếp liên ngành chưa được phù hợp đã tính được ở các lần lặp trước trong quá trình đối thoại Người–Máy, công việc của người là: căn cứ vào các thông tin tính toán do máy đưa ra, để điều chỉnh một số độ lệch tương đối Z_I^*; Công việc của máy là: giải bài toán (1) – (3) xác định lại các hệ số chi phí trực tiếp liên ngành với những thông tin bổ sung. Việc giải bài toán (1) – (3) ở những lần lặp sau tương đối nhanh và thuận lợi bằng cách sử dụng phương án tối ưu của bài toán (1) – (3) ở lần lặp trước.

Như vậy, dựa vào phương pháp giải mô hình (1) – (3), quy trình tính toán trên xác định các hệ số chi phí trực tiếp liên ngành đã giảm bớt được khối lượng lớn các công việc tính toán và thao tác thủ công, tạo ra khả năng nhanh chóng thu được các hệ số chi phí trực tiếp liên ngành có độ chính xác cao. Mặt khác máy tính đã cung cấp nhanh chóng khối lượng thông tin tương đối đầy đủ cần cho phân tích sự phù hợp của các kết quả tính toán, tạo điều kiện thuận lợi cho con người trong quá trình đối thoại Người–Máy.

Khi trình độ đội ngũ chuyên gia chưa tốt và những hiểu biết về mối quan hệ kinh tế–kỹ thuật giữa các ngành còn ít, thì quy trình tính toán trên với khả năng tự động hóa tính toán cao có vai trò đặc biệt quan trọng đối với vấn đề xác định các hệ số chi phí trực tiếp liên ngành của nền kinh tế quốc dân.

Nhận ngày 4-10-1986

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. GOLSTEIN E. G. YUĐIN A. B., Noưe napravleniya v lineinom programmirovanii, M. Xoverxkoe radio, 1966.

2. LEXĐÔN L. X., Optimizatxiya bolsikh xixtem, M. «Nauka», 1975.

РЕЗЮМЕ

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ОПТИМАЛЬНОЙ МОДЕЛИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

В настоящей статье предложены метод решения задачи нелинейного программировния, у которой целевая функция имеет вид:

$$f_0 = \sum_{i=1}^{n} \max_{t=\overline{1,T}} \left\{ D_{it}^j \; , \; j = 1, 2, 3 \right\},$$

где $D_{it}^j = \left| f_{it}^j(a) \right|$ и f_{it}^j **линейные функции на выпуклом многограннике, и приложение метода решечия этой задачи для определения коэффициентов прямых затрат межоотраслевого баланса.**