

## MÔ HÌNH BIỂU DIỄN ẢNH VÀ PHƯƠNG PHÁP PHÂN LOẠI NHANH SỬ DỤNG CÁC CẤU HÌNH TƯƠNG TỰ

LƯƠNG EHI MAI

Viện khoa học hình toán và điều khiển

**TÓM TẮT:** Khi giải quyết các vấn đề về phân tích phân loại, nhận dạng và mã hóa ảnh, mô hình toán học biểu diễn ảnh chiếm một vị trí quan trọng. Bài báo đã sử dụng một mô hình xác suất biểu diễn ảnh bằng hệ phương trình sai phân bậc hai để tìm ra một số tính chất làm cơ sở cho thuật toán phân loại nhanh sử dụng các cấu hình tương tự. Hiệu quả thời gian của thuật toán phân loại này cũng đã được chỉ ra.

### 1. Mô hình thống kê biểu diễn ảnh.

#### 1.1. Tính chất của các ảnh hay gộp trên thực tế

Việc xây dựng các thuật toán có hiệu quả trong phân tích, phân loại nhận dạng các đối tượng trên ảnh và mã hóa ảnh thường được thực hiện khi nghiên cứu các mô hình thống kê của ảnh. Phần lớn các ảnh thường gặp trên thực tế đều có tính chất đồng nhất địa phương. Đặc trưng của những loại ảnh này là độ tương phản biến đổi chậm và tạo ra các miền có cấu trúc đồng nhất. Tính chất này thường đúng với các ảnh chụp rừng, các vùng đất nông nghiệp... Dạng cơ bản để mô tả các loại ảnh này thường là trường ngẫu nhiên Gauss - Markov.

Giả sử rằng ảnh ban đầu không bị nhiễu được mô tả bằng vector  $n$  chiều  $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ . Giả thiết tiếp rằng mật độ xác suất của vector  $u$  là phân bố Gibbs

$$p(u) = \exp \{ -U(u) \} / Z \quad (1)$$

với  $U(u)$  là một hàm của  $u$  được gọi là hàm thế,

$Z = \int \exp \{ -U(u) \} du$  - là nhân tử chuẩn hóa.

Mô hình xác suất đơn giản nhất của ảnh là trường ngẫu nhiên Gauss với mật độ xác suất (1), khi đó

$$U(u) = (u - \bar{u})^T C^{-1} (u - \bar{u}) \quad (2)$$

với  $C^{-1}$  - ma trận nghịch đảo của ma trận hiệp phương sai kích thước  $n \times n$  của tập các ảnh ban đầu,

$\bar{u} = (\bar{u}_1, \dots, \bar{u}_n)$  - vector giá trị trung bình của các thành phần vector  $u$ .

Giả sử rằng dãy các thành phần của vector  $U = (u_1, \dots, u_n)$  tạo thành một chuỗi Markov ở [1] đã đưa ra một mô hình Gauss - Markov biểu diễn ảnh với ma trận hiệp phương sai  $C$  có cấu trúc đặc biệt  $c_{ij} = \sigma^2 r^{|i-j|}$  với  $\sigma$  phương sai của ảnh,  $r$  hệ số tương quan của 2 phần tử cạnh nhau trên hàng. Khi đó dạng toàn phương (2) có thể viết dưới dạng

$$U(u) = \frac{1}{2\sigma^2(1-r^2)} \left\{ r \sum_{i=1}^{n-1} (u_{i+1} - u_i)^2 + (1-r)^2 \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2 + (1-r) [(u_1 - \bar{u})^2 + (u_n - \bar{u})^2] \right\} \quad (3)$$

$U(u)$  có thể dùng làm độ đo độ trơn của ảnh, đối với những ảnh thường gặp trên thực tế  $r \approx 1$ , vì vậy

$$U(u) \approx \frac{1}{2\sigma^2(1-r^2)} \sum_{i=1}^{n-1} (u_{i+1} - u_i)^2 \quad (4)$$

Những dạng hàm thế  $U(u)$  tương tự như (3) và (4) có thể xem như độ đo độ trơn của ảnh, từ biểu thức về mật độ xác suất  $p(u)$  của (1) có thể suy ra rằng những ảnh thường gặp là những ảnh có độ trơn lớn ( $U(u) = \text{nhỏ}$ ) và những ảnh ít gặp thường có độ trơn nhỏ ( $U(u) = \text{lớn}$ ).

### 1.2. Mô hình thống kê biểu diễn ảnh

Xét ảnh biểu diễn dưới dạng ma trận, mỗi điểm ảnh (mỗi phần tử của ma trận) có thể nhận một trong các giá trị số sau  $\{0, 1, \dots, N-1\}$ . Các phần tử của ma trận được chia thành hai tập con  $\Omega$  và  $\bar{\Omega}$ . Tập  $\Omega$  là giá trị các điểm ảnh đã biết.

**Định nghĩa:** Nhất cấp thứ  $r$  của một ảnh đa mức  $X$  là một ảnh nhị phân  $X^r$  thu được từ  $X$  theo nguyên tắc sau:

$$x_{j,k}^r = \begin{cases} 1, & x_{j,k} \geq r \\ 0, & x_{j,k} < r \end{cases}$$

Theo [2] mô hình thống kê biểu diễn một ảnh nhị phân đẳng hướng được mô tả bởi hệ phương trình sai phân tuyến tính bậc hai

$$\Delta p_{j,k} - \lambda (p_{j,k} - h) = 0$$

với  $p_{j,k}$  xác suất nhận giá trị bằng 1 của điểm ảnh  $(j, k) \in \bar{\Omega}$   $\Delta p_{j,k} = p_{j-1,k} + p_{j+1,k} + p_{j,k+1} + p_{j,k-1} - 4p_{j,k}$  là toán tử Laplace trên lưới.

$h$  là xác suất tiên nghiệm để một điểm ảnh bất kỳ nhận giá trị 1,  $\lambda = 4/(d^2-1)$  với  $d$  độ dài trung bình giữa hai điểm cạnh nhau của tập  $\Omega$ .

Trong [3] đã phát triển mô hình này của ảnh đa mức, nếu xét độ dài  $d$  giữa hai điểm cạnh nhau của tập  $\Omega$  là không đổi đối với mọi nhất cấp  $r$ , ta thu được hệ phương trình sau

$$\begin{cases} \Delta p_{j,k}^r - \lambda (p_{j,k}^r - h) = 0, & (j,k) \in \bar{\Omega} \\ p_{j,k}^r = \begin{cases} 1, & \omega_{j,k} = r \\ 0, & \omega_{j,k} \neq r \end{cases}, & (j,k) \in \Omega \end{cases} \quad (5)$$

với  $p_{j,k}^r$  - xác suất nhận giá trị bằng  $r$  tại điểm  $(j, k) \in \bar{\Omega}$ ,

$\omega_{j,k}$  - giá trị của điểm  $(j, k) \in \Omega$ ,

$h$  - xác suất tiên nghiệm để một điểm ảnh bất kỳ nhận giá trị bằng  $r$

Theo [3] nghiệm của hệ phương trình (5) là

$$p_{j,k} = (1-h) \sum_{(r,s) \in \Omega_1} g_{j,k}^{r,s} - h \sum_{(r,s) \in \Omega_0} g_{j,k}^{r,s} + h \quad (6)$$

với  $g_{j,k}^{r,s}$  là nghiệm của phương trình

$$\Delta S_{j,k} - \lambda S_{j,k} = 0$$

bằng cách đặt  $S_{j,k} = p_{j,k} - h$ ,

$\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_1$ , nếu  $\omega_{j,k} = r$  thì đặt  $(j, k) \in \Omega_1$ ,

nếu  $\omega_{j,k} \neq r$  thì đặt  $(j, k) \in \Omega_0$ .

Như vậy để xác định  $p_{j,k}$  yêu cầu phải giải hệ phương trình (5), số phương trình này rất lớn vì nó bằng số điểm ảnh tức là bằng số phần tử của ma trận ảnh, điều này không thực tế. Vì thế để xác định xác suất  $p_{j,k}$  sẽ xét cấu trúc của tập hợp tựa  $\Omega$  và đưa bài toán về trường hợp đơn giản hơn bằng cách giải hệ phương trình sai phân trên tập hợp tựa

$$\Omega = \{(0, m), (m, 0), (0, -m), (-m, 0)\}.$$

Gọi  $a, b, c, d$  là giá trị của 4 điểm tương ứng với 4 điểm theo thứ tự từ trái sang phải của tập hợp tựa  $\Omega$  trên. Ở bảng 1 trình bày tất cả những tổ hợp chính của các giá trị của 4 điểm thuộc tập hợp tựa  $\Omega$ , các trường hợp còn lại thu được từ những trường hợp đã có qua phép đối xứng. Trong bảng cũng chỉ ra các giá trị  $p_{j,k}$  trên  $\Omega$ .

Bảng 1

Thứ tự các cấu hình	Giá trị trên $\Omega$	Điều kiện về $p_{j,k}$ trên $\Omega$			
		a $p_{j,k}$	b $p_{j,k}$	c $p_{j,k}$	d $p_{j,k}$
1	a a a a	1 1 1 1			
2	a a b a	1 1 0 1	0 0 1 0		
3.1	a a b b	1 1 0 0	0 0 1 1		
3.2	a b b a	1 0 0 1	0 1 1 0		
4.1	a a c b	1 1 0 0	0 0 0 1	0 0 1 0	
4.2	a b c a	1 0 0 1	0 1 0 0	0 0 1 0	
5	a b d c	1 0 0 0	0 1 0 0	0 0 0 1	0 0 1 0

Với các điều kiện về các giá trị của  $p_{j,k}$  trên  $\Omega$ , phải giải phương trình

$$\Delta p_{j,k} - \lambda(p_{j,k} - h) = 0 \quad (j,k) \in \bar{\Omega} \quad (7)$$

Gọi  $g_{j,k}^1$  là nghiệm của phương trình

$$\Delta S_{j,k} - \lambda S_{j,k} = 0$$

thì  $g_{j,k}^1$  có thể thu được từ  $g_{j,k}^1$  bằng cách quay xung quanh gốc tọa độ, vì thế  $g_{j,k}^1$  có tại điểm (0, 0) chỉ một giá trị, gọi là  $\gamma$ .

Theo phần trên, nghiệm của hệ phương trình (7) được viết dưới dạng:

$$p_{j,k} = (1 - h) \sum_{i \in \Omega_1} g_{j,k}^1 - h \sum_{i \in \Omega_0} g_{j,k}^1 + h$$

Các nghiệm của phương trình (7) được trình bày ở bảng 2, ta quan tâm đến xác suất xuất hiện độ sáng tương ứng với giá trị tại 4 điểm của  $\Omega$  tại tâm của hình vuông, xác suất này được chỉ bằng  $p_{00}(\Omega)$ .

Như vậy ta có nhận xét rằng khi tại 4 điểm của tập hợp tựa  $\Omega$  cùng nhận một giá trị thì xác suất đề điểm tâm của hình vuông cũng nhận giá trị đó là lớn nhất so với các trường hợp còn lại. Chú ý tới tính chất tương quan của một điểm ảnh tới các điểm lân cận nó, mục 2 đã đưa ra một thuật toán phân loại các đối tượng trên ảnh dựa vào các cấu hình tương tự.

## 2. Phân loại các đối tượng trên ảnh dựa vào các cấu hình tương tự.

Ma trận ảnh được chia thành tập các điểm tựa  $\Omega$  và những điểm còn lại. Nếu gọi gốc trên trái của ảnh là gốc tọa độ thì tập hợp tựa  $\Omega$  bao gồm các điểm ảnh sau:

$$\Omega = \{2nj, 2mk\}.$$

Đối với tất cả những điểm ảnh thuộc tập  $\Omega$ , dùng các thuật toán phân loại đã có, ví dụ như thuật toán phân loại theo Bayes, phân loại theo cây... để tìm ra những giá trị của chúng, dựa vào các giá trị trên  $\Omega$  các điểm ảnh thuộc tập  $\bar{\Omega}$  sẽ được gán giá trị theo những qui tắc nội suy trình bày dưới đây, dựa trên cơ sở về xác suất  $p_{j,k}$  và  $p_{00}(\Omega)$  được trình bày tại bảng 2.

Bảng 2

$\Omega$	$p_{j,k}(\Omega)$	$p_{00}(\Omega)$
1 1 1 1	$(1-h)(g_{j,k}^1 + g_{j,k}^2 + g_{j,k}^3 + g_{j,k}^4) + h$	$(1-4h)\gamma + h$
1 1 0 1	$(1-h)(g_{j,k}^1 + g_{j,k}^2 + g_{j,k}^3) - h(g_{j,k}^4) + h$	$(3-4h)\gamma + h$
1 1 0 0	$(1-h)(g_{j,k}^1 + g_{j,k}^2) - h(g_{j,k}^3 + g_{j,k}^4) + h$	$(2-4h)\gamma + h$
1 0 0 1	$(1-h)(g_{j,k}^1 + g_{j,k}^3) - h(g_{j,k}^2 + g_{j,k}^4) + h$	$(2-4h)\gamma + h$
1 0 0 0	$(1-h)(g_{j,k}^1) - h(g_{j,k}^2 + g_{j,k}^3 + g_{j,k}^4) + h$	$(1-4h)\gamma + h$

Các qui tắc nội suy các giá trị thuộc  $\bar{\Omega}$  được mô tả bằng ngôn ngữ lập trình tựa PASCAL, các giá trị có thể có tại 4 điểm tựa thuộc  $\Omega$  được trình bày tại bảng 1 cột 2, 5 điểm thuộc  $\bar{\Omega}$  được gán giá trị tương ứng như sau

$$\begin{array}{ccc} \times & \cdot P_1 & \times \\ \cdot P_2 & \cdot P_3 & \cdot P_4 \\ \times & \cdot P_5 & \times \end{array}$$

Các điểm  $\times \in \bar{\Omega}$ , các qui tắc được đánh số tương ứng với các cấu hình theo cột 1 của bảng 1,

Qui tắc 1 :

```

procedure Q1(a, a, a, a);
begin
  p1 := p2 := p3 := p4 := p5 := a;
end

```

Qui tắc 2 :

```

procedure Q2(a, a, a, b);
begin
  p3 := a;
  p4 := p1 := a;
  cluster p2(a, b);
  p5 := p2;
end

```

Qui tắc 3. 1 :

```

procedure Q31(a, a, b, b);
begin
  cluster p3(a, b);
  p1 := a; p5 := b;
  if p3 = p1 then p2 := p4 := p1
  else p2 := p4 := p5;
end

```

Qui Mc 3.2 :

```
procedure Q32 (a, b, a, b) ;  
  begin  
    cluster p3 (a, b) ;  
    if p3 = a then p1 := p2 := p4 := p5 := a  
                  else p1 := p2 := p4 := p5 := b  
  end
```

Qui ldc 4.2 :

```
procedure Q42 (a, b, a, c) ;  
  begin  
    cluster p3 (a, b, c) ;  
    if p3 = a then p1 := p2 := p4 := p5 := a  
    if p3 = b then begin p1 := p4 := b ;  
                        cluster p2 (a, c)  
                        p5 := p2  
                      end  
    if p3 = c then begin p2 := p5 := c ;  
                        cluster p4 (a, b)  
                        p5 := p1 ;  
                      end  
  end
```

Qui ldc 4.4 :

```
procedure Q41 (a, a, b, e) ;  
  begin  
    cluster p3 (a, b, e) ;  
    if p3 = a then begin p2 := p4 := a ;  
                        cluster p5 (b, e)  
                      end  
    if p3 = b then begin p4 := p5 := b ;  
                        cluster p2 (a, e)  
                      end  
    if p3 = e then begin p2 := p5 := e ;  
                        cluster p2 (a, e)  
                      end  
  end
```

Qui ldc 5 :

```
procedure Q5 (a, b, c, d) ;  
  begin  
    cluster p3 (a, b, c, d) ;  
    if p3 = a then begin p1 := p2 := a ;  
                        cluster p2 (a, d) ;  
                        cluster p4 (b, c) end  
    if p3 = b then begin p1 := p4 := b ;  
                        cluster p2 (a, d) ;  
                        cluster p5 (c, d) end  
    if p3 = c then begin p5 := p1 := c ;  
                        cluster p1 (a, b) ;  
                        cluster p2 (a, d) end  
    if p3 = d then begin p2 := p5 := d ;  
                        cluster p1 (a, b) ;  
                        cluster p1 (b, c) end  
  end
```

*Hành giá độ phức tạp của thuật toán*

Số lượng các phép tính cơ bản để phân loại các đối tượng trên ảnh kích thước  $n \times n$  tỉ lệ với  $n^2$ . Bằng cách sử dụng các cấu hình tương tự trong quá trình phân loại ta có mệnh đề sau:

**Mệnh đề.** Số lượng trung bình các phép tính cơ bản để phân loại các đối tượng của ảnh kích thước  $n \times n$  bằng cách sử dụng các cấu hình tương tự là:

$$\overline{M} \approx m \frac{n^2}{4} (1 + 3\alpha)$$

với  $m$  - số lượng các phép tính cơ bản để phân loại một điểm ảnh theo một thuật toán phân loại nào đó.

$\alpha$  - là một hệ số nhỏ hơn 1.

*Chứng minh:*

Giả sử  $p_i$  ( $i = 1, \dots, 7$ ) là xác suất xuất hiện cấu hình thứ  $i$ . Nếu coi đường biên giữa các vùng ảnh là các cạnh của đồ thị, điểm giao giữa các vùng là các đỉnh của đồ thị thì ta có:

$$P = G + B - 1 \tag{8}$$

với  $P$  - số cạnh của đồ thị,

$B$  - số đỉnh của đồ thị,

$G$  - số vùng giới hạn bởi đồ thị.

$$B \leq P \tag{9}$$

Từ (8) suy ra

Nếu vùng  $G_1$  có  $k$  vùng kề với nó thì dễ dàng nhận thấy:

$$P < \frac{kG}{2} \tag{10}$$

(9), (10) dẫn đến

$$\frac{B}{n^2} < \frac{kG}{2n^2} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

Điều đó chứng tỏ rằng số đỉnh của đồ thị khi  $n$  lớn sẽ là  $B = O(n^2)$  vì thế xác suất xuất hiện các cấu hình dạng 4.1, 4.2, 5 (giao điểm giữa 3 hay 4 vùng con) là một số vô cùng nhỏ.

Để thấy rằng 
$$\sum_{i=1}^4 p_i > 1 - \frac{kG}{2n^2} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1$$

trong đó  $p_1 > p_2, p_3, p_4$ .

Như vậy 
$$\overline{M} \approx m \frac{n^2}{4} + \frac{3n^2}{4} \sum_{i=1}^4 p_i m_i$$

Ký hiệu 
$$\sum_{i=1}^4 p_i m_i = \alpha m, \quad \text{ta có } m_i < m, \alpha < 1$$

với  $m_i$  - số lượng phép tính cần dùng để phân loại các đối tượng thuộc cấu hình thứ  $i$ .

Suy ra 
$$\overline{M} \approx m \frac{n^2}{4} (1 + 3\alpha) \tag{đpcm}$$

Thực tế thấy rằng nếu sử dụng thuật toán Bayes để phân loại các đối tượng trên ảnh gồm 4 kênh phổ thành 10 vùng thì số lượng các phép tính cơ bản cần thiết để phân loại một điểm ảnh xấp xỉ bằng 380. Để gán nhãn cho các điểm nội suy thuộc cấu hình 1.2, 3.1, 3.2 có

$$m_1 \approx m/30, \quad m_2 \approx m_3 \approx m_4 \approx m/20$$

$$\overline{M} \approx m \frac{n^2}{4} (1 + 3/20)$$

Nhìn chung  $\alpha$  nhận giá trị trong khoảng 0.1 điều đó chứng tỏ hiệu quả về thời gian thực hiện của thuật toán.

Chương trình minh họa được viết trên ngôn ngữ FORTRAN 1600 cho hệ xử lý ảnh A6171 ROBOTRON. Dữ liệu là ảnh vệ tinh LANDSAT 3 đã được số hóa có 4 kênh phổ. Vùng ảnh được chọn có kích thước  $512 \times 512$  điểm ảnh, số vùng cần phân loại là 10. Thời gian thực hiện thuật toán bằng 1/4 thời gian thực hiện thuật toán phân loại theo Bayes trên cùng một dữ liệu vào.

Nhận ngày 20-6-1986.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Д.С.Лебедев, О.П.Миллюкова, Восстановление изображения на основе марковской вероятностной модели. Иконьяка, теория и методы обработки изображений Наука, М. 1983.
2. М.А. Старков, статистическая модель бинарных изображений. Автометрия № 5, 1979.
3. М.А. Старков, Статистическая модель изображений. Автометрия № 6, 1981

## РЕЗЮМЕ

### ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ ИЗОБРАЖЕНИЯ И АЛГОРИТМ КЛАССИФИКАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНАЛОГОВЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

При решении задач кодирования анализа и распознавания объектов изображения а также при построении оптимальных алгоритмов большую роль играет способ математического представления изображений. В статье исследованы некоторые свойства изображений которые моделируются в виде системы разностных уравнений второго порядка. На основе таких свойств построен эффективный алгоритм классификации объектов на аэрокосмических снимках.

## Tin tức hoạt động

### HỘI THẢO CÁC HỆ XỬ LÝ VĂN BẢN TIẾNG VIỆT TRÊN MÁY VI TÍNH LẦN THỨ NHẤT

**T**RONG ba ngày từ 19 đến 21 tháng 1 năm 1987. Chương trình tin học nhà nước 1986-1990 đã tổ chức « Hội thảo các hệ xử lý văn bản tiếng Việt trên máy vi tính lần thứ nhất » tại Hà Nội. Trên 250 đại biểu thuộc các cơ quan nghiên cứu và ứng dụng tin học, các cơ quan quản lý và điều hành sản xuất và các cơ quan trực tiếp sản xuất, một số anh chị em Việt kiều đã về tham dự hội thảo, đọc báo cáo và phát biểu tham luận.

Trong 5 buổi làm việc khẩn trương, hội nghị đã nghe và thảo luận gần 30 báo cáo và tham luận khoa học đề cập đến những vấn đề sau:

- Ngôn ngữ học tiếng Việt.
- Quan hệ giữa tiếng nói và chữ viết trong các hệ tổng hợp tiếng Việt bằng máy vi tính.
- Các mục tiêu và việc cài đặt chữ Việt trên máy vi tính.
- Kiến trúc chữ Việt trên máy vi tính và máy in.
- Bộ mã chữ Việt và viễn thông quốc tế.
- Các chương trình xử lý văn bản chữ Việt trên máy vi tính.
- Các phương pháp xây dựng hệ soạn thảo văn bản chữ Việt trên máy vi tính.
- Các kỹ thuật nén và sắp xếp dữ liệu chữ Việt.
- Các ứng dụng các hệ xử lý văn bản chữ Việt vào hoạt động quản lý sản xuất, công tác giảng dạy và công tác nghiên cứu văn học.

Các cơ quan tham gia đã trực tiếp giới thiệu sản phẩm tin học trên các máy vi tính trưng bày tại hội thảo và tổ chức trao đổi sản phẩm, tư liệu với nhau.

Hội thảo đã đề nghị Ban chủ nhiệm chương trình tin học quốc gia sớm thành lập một tiểu ban nghiên cứu và đề xuất một bộ mã chữ Việt phù hợp với các yêu cầu của những người sử dụng máy vi tính để xử lý tiếng Việt, thuận tiện cho việc cài đặt tiếng Việt trên máy vi tính và đảm bảo được những yêu cầu trong liên lạc quốc tế.

Ngày 21-1-1987 đông đảo cán bộ nghiên cứu về tin học và các ngành khoa học xã hội đã tham gia trao đổi ý kiến về « tin học và những vấn đề khoa học xã hội » dưới sự chủ trì của các giáo sư Phạm Như Cương (UBKHXH) và Phan Đình Diệu (VKHVN). Các đại biểu đã nhấn mạnh sự cần thiết của việc phối hợp nghiên cứu giữa tin học và các ngành khoa học xã hội.

Các báo cáo và tham luận tại hội thảo sẽ được chọn lọc, xử lý đề công bố trên tạp chí Khoa học tính toán và điều khiển.

X.H.