TẠP CHÍ KHOA HỌC TÍNH TOÁN VÀ ĐIỀU KHIỂN TẬP IV (1988), SỐ 3+4 (1-7)

DỰ BÁO KẾT QUẢ TÁC ĐỘNG CỦA CÁC CHÍNH SÁCH LÊN MỘT QUẦN THỂ TRONG LÝ THUYẾT ĐỔI MỚI

Lê Xuân Lam

1. Đặt vấn đề.

Giả sử $\gamma^0 = \{\gamma_m^0 : m \in N(T)\}$ là dãy các đại lượng ngẫu nhiên (dlnn) nhận các giá trị nguyên, không âm. Trong đó:

$N(T) = \{-(T-1), \ldots, -1, 0, 1, \ldots\}$; T là một số tự nhiên nào đó. Với mỗi $m \in N(T)$, gọi $\{\tau_m^k\}$ ($k = 1,2,\ldots$) là dãy các dlnn, nhận các giá trị nguyên, dương với các phân bố xác suất:

$$P\{\tau^k_m = l\} = p^l_m \quad (l = T_m + 1 \div T),\ T_m = \max\{0, -m\} \tag{1.1}$$

đã cho và

$$\sum_{l=T_m+1}^{T} p^l_m = 1,\ 0 \le p^l_m \le 1\ (l = T_m + 1 \div T) \tag{1.2}$$

Khi cố định $m \in N(T)$, giả sử dlnn γ^0 độc lập với các dlnn τ^k_m ($k = 1,2,\ldots$). Trong các mô hình rời rạc của lý thuyết đổi mới, mỗi cá thể ω^k_m tương ứng (1-1) với một dlnn τ^k_m (tuổi thọ của ω^k) và tập

$$\Omega = \Omega < T, p, \gamma^0 > = \{\omega^k_m \in N(T);\ k = 1,2,\ldots \gamma^0 m;\ \gamma^0 m \ge 1\} \tag{1.3}$$

gọi là một quần thể ứng với tuổi thọ tối đa T, họ các phân bố xác suất $p = \{(p_m^{T_m+1}, \ldots, p_m^T) : m \in N(T)\}$ về tuổi thọ và số các cá thể $\gamma^0 = \{\gamma^0 m : m \in N(T)\}$ trong đó γ_m^0 là số cá thể được sinh ra vào mỗi thời kỳ m (khi $m \ge 0$), hoặc là số cá thể $(-m)$ tuổi (đã tồn tại được $(-m)$ thời kỳ) vào thời kỳ ban đầu (khi $1-T \le m < 0$). Khi cho dãy $\hat{t} = \{\hat{t}_m : m \in N(T)\}$ (các mức thời khai thác), trong đó $\hat{t}_m$ là một số tự nhiên nào đó có tính chất :

$$1 \le \hat{t}_m \le t_m := \max\{l : p^l_m > 0,\ T_m + 1 \le l \le T\} \tag{1.4}$$

thì tuổi thời khai thác $\hat{\tau}^k_m$ của cá thể ω^k_m được xác định bởi hệ thức : $\hat{\tau}^k_m = \min(\tau^k_m, \hat{t}_m)$.

Để nghiên cứu sự phát triển các quần thể trong các thời kỳ $n = 0,1,\ldots$ người ta đã xét (xem [1]) các lớp cá thể của Ω như sau:

$$L^l_n = \{\omega^k_{n-l} \in \Omega : \tau^k_{n-l} > l\};\qquad D^l_n = \{\omega^k_{n-l} \in \Omega : \tau^k_{n-l} = l\}$$

$$\hat{L}^l_n = \{\omega^k_{n-l} \in \Omega : \hat{\tau}^k_{n-l} > l\};\qquad \hat{D}^l_n = \{\omega^k_{n-l} \in \Omega : \hat{\tau}^k_{n-l} = l\} \tag{1.5}$$

$$\underline{L}^l_n = \{\omega^k_{n-l} \in \Omega : \hat{\tau}^k_{n-l} \le l < \tau^k_{n-l}\};\ \underline{D}^l_n = \{\omega^k_{n-l} \in \Omega : \hat{\tau}^k_{n-l} < l \le \tau^k_{n-l}\}$$

Đó là lớp các cá thể tồn tại, bị loại, hữu (hoặc vô) ích và hữu (hoặc vô) ích bị loại ở tuổi l, ($l = 0 \div T$) vào thời kỳ n. Các số đặc trưng cho sự phát triển của Ω được biểu thị bằng những giá trị trung bình:

$$x^l_n(A) = E\{\text{card } A^l_n\} < +\infty \ (\text{khi } E\{\nu^0_{n-l}\} < +\infty) \tag{1.6}$$

(xem [1]), trong đó

$$A = L^l_n,\ D^l_n,\ \hat{L}^l_n,\ \hat{D}^l_n,\ \underline{L}^l_n,\ \underline{D}^l_n,\ L^l_n \cup D^l_n. \tag{1.7}$$

Việc dự báo các số đặc trưng $x^l_n(A)$, đã thực hiện thông qua các ước lượng không chệch $x^0_l = \text{card } L^l_0$ của các số liệu ban đầu $x^l_0(L)$, $(1 \le l \le T)$ và thông qua nghiệm (1.8)

$$u_n = E\{\nu^0_n\} = E\{\text{card } L^0_n\},\ (n \ge 0) \tag{1.8}$$

của các "phương trình đổi mới"

$$u_n + \sum_{l=1}^{T-1} q^l_{n-l} u_{n-l} = v_n,\ (n \ge T-1)$$

$$\sum_{l=0}^{n} q^l_{n-l} u_{n-l} + \sum_{l=n+1}^{T-1} q^l_{n-l} x_0^{n-l}(L) = v_n,\ (0 \le n < T-1) \tag{1.9}$$

Trong đó $q^l_m = \sum_{i=l+1} p^i_m$; $v_n = \sum_{l=0}^{T-1} x^l_n(L) = E\{\text{Card}(\bigcup_{l=0}^{T-1} L^l_n)\}$ (1.10)

Trong mục 2 dưới đây ta sẽ định lượng hóa một loại tác động ngẫu nhiên lên quá trình phát triển của Ω với nghĩa như là những chi phí hoặc tổn hao vật chất (đầu tư) trong quá trình phát triển ("chính sách đầu tư"). Những loại tác động ngẫu nhiên khác có ý nghĩa như là sự thu hồi lại những đầu tư ("chính sách khấu hao") hoặc tạo ra lợi ích vật chất ("chính sách khai thác") cũng sẽ được nêu ra. Việc dự báo kết quả tác động của các chính sách trên (các "số đặc trưng cho chính sách") sẽ được xét đến trong mục 3. Ta biết rằng (xem [6,7]), khi quần thể Ω là thuần nhất (t.1. $p^l_m = p^l$ $\forall m \in N(T)$) và quá trình phát triển của nó là đơn giản (t.1. v_n = const, $\forall n \geqslant 0$) thì các số đặc trưng của chính sách đầu tư (hoặc khai thác) tác động (một cách tất định) lên quần thể cũng đã được dự báo đối với một số dạng đặc biệt của các chính sách này (xem [4,5,8]). Vấn đề khấu hao đặt ra trong kinh tế và kéo theo đó là việc đánh giá lại các tài sản cố định (dự báo "giá trị" của cá thể ở từng thời kỳ) cho đến nay vẫn chưa được giải quyết một cách thỏa đáng (xem [6,7]). Lý do của vấn đề này là sự chưa thành công trong việc dự báo kết quả tác động một cách ngẫu nhiên của đồng thời các chính sách đầu tư, khấu hao lên quần thể đang phát triển (gắn với phương trình đổi mới (1.9)). Khái niệm về "giá trị" xây dựng trong mục 2 nhằm giải quyết vấn đề này. Cùng với phương trình đổi mới (1-9), phương trình giá trị trong mục 3 sẽ là những phương trình dự báo cho các số đặc trưng của tác động đồng thời của các chính sách được xét đến.

2. Các chính sách đầu tư, khấu hao, khai thác và các số đặc trưng cho kết quả tác động của chúng.

Với mỗi $m \in N(T)$, $l = 1 \div T$, ta gọi $\alpha^0_{0m}, \alpha^l_{jm}$ ($j = 1 \div 6$) là những đlnn nhận chỉ 1 trong 2 giá trị 0 hoặc 1 với các phân phối xác suất đã cho

$$p\{\alpha^l_{jm} = 1\} = p^l_{jm} \quad (j = 1 \div 6)\ ;\ P\{\alpha^0_{0m} = 1\} = p^0_{0m} \tag{2.1}$$

cùng với các tham số:

$$p^0 = \{p^0_{0m} : m \in N(T)\};\ p_j = \{p^l_{jm} : m \in N(T),\ l = 1 \div T\},\ (j = 1 \div 6) \tag{2.2}$$

Giả sử cho trước các tập tham số thực:

$$\begin{aligned} a_0 &= \{a^0_{0m} : |a^0_{0m}| \leqslant \bar{a}_0 < +\infty,\ m \in N(T)\} \\ a_j &= \{a^l_{jm} : |a^l_{jm}| \leqslant \bar{a}_j < +\infty,\ m \in N(T),\ l = 1 \div T\},\ (j = 1 \div 6) \end{aligned} \tag{2.3}$$

khi ấy các bộ tham số:

$$\pi_1 = \{(a_j, p_j)\}^1_{j=0},\ \pi_2 = \{(a_j, p_j)\}^3_{j=2},\ \pi_3 = \{(a_j, p_j)\}^6_{j=4} \tag{2.4}$$

lần lượt là chính sách đầu tư, chính sách khấu hao, chính sách khai thác đối với quần thể $\Omega < T, p, \nu^0 >$.

Ứng với mỗi cá thể $\omega^k_m \in S^l_{m+l}$, trong đó:

$$S^l_{m+l} = L^l_{m+l} \cup D^l_{m+l},\ (m \in N(T),\ l = 0 \div T) \tag{2.5}$$

ta thiết lập các đại lượng ngẫu nhiên sau đây:

$$\zeta^0(k,m) = \xi^0(k,m)\ (k,m) = a^0_{0m}\alpha^0_{0m},\ \text{khi } l = 0 \tag{2.6}$$

$$\zeta^l(k,m) = (1 + a^l_{1m}\alpha^l_{1m})\,\zeta^{l-1}(k,m) - \rho^l(k,m) \tag{2.7}$$

$$\rho^l(k,m) = \begin{cases} a^l_{2m}\alpha^l_{2m}\,\xi^{l-1}(k,m), & (\omega^k_m \in L_{m+l}) \\ a^l_{2m}\alpha^l_{2m}\,\xi^0(k,m) + a^l_{3m}\alpha^l_{3m}\,\xi^{l-1}(k,m), & (\omega^k_m \in D^l_{m+l}) \end{cases} \tag{2.8}$$

$$\xi^l(k,m) = a^l_{1m}\alpha^l_{1m}\,\xi^{l-1}(k,m),\ (l = 1 \div T) \tag{2.9}$$

$$\varepsilon^l(k,m) = 1_{[0,\xi_{n-1})}(l)\,\{a^l_{4m}\alpha^l_{4m} + a^l_{5m}\alpha^l_{5m}\zeta^l(k,m) + a^l_{6m}\alpha^l_{6m}\zeta^l(k,m)\}\quad (l = 0 \div T) \tag{2.10}$$

Với ý nghĩa trong kinh tế, ta có thể xem rằng, các dlnn (2.6) ÷ (2.10) lần lượt biểu thị: đầu tư ban đầu, giá trị, khấu hao, đầu tư bổ sung và thu hoạch đối với cá thể ω_m^k vào tuổi l của nó (xem [3]). Giá trị trung bình $y_n^l(A,\varphi)$ của các dlnn $\varphi^l(k, n-l) := \zeta^l(k,n-l), \rho^l(k,n-l), \xi^l(k,n-l), \varepsilon^l(k,n-l)$ ứng với tất cả các cá thể $\omega_{n-l}^k \in A$ (có dang (1.5)) lập nên các số đặc trưng cho kết quả tác động của các chính sách π_l, (l = 1,2,3) tương ứng:

$$Y_n^l < A ; \varphi > = E < A_n^l, \varphi^l (k,n-l) > \tag{2.11}$$

trong đó, ứng với mỗi lớp $A_m \in L_m^o$ với mỗi quá trình ngẫu nhiên $\varphi(k)$ (có tham số k : $\omega_m^k \in A_m \neq \emptyset$) ta sử dụng ký hiệu

$$E < A_m; \varphi > = \begin{cases} 0, \; A_m = \emptyset, \text{ (h.c.c)} \\ E\{ \sum\limits_{\omega_m^k \in A_m} \varphi(k)\}, \; A_m \neq \emptyset, \text{ (h.c.c)} \end{cases} \tag{2.11'}$$

Định nghĩa 1. Đối với các cá thể l tuổi vào thời kỳ n≥0 số đặc trưng $y_n^l(A;\varphi)$ được gọi là:
- Giá trị tồn tại (hoặc bị loại) nếu A = L (hoặc D); $\varphi = \zeta$
- Đầu tư bổ sung nếu A = S; $\varphi = \xi$
- Khấu hao nếu A = S ; $\varphi = \rho$
- Giá trị hữu (hoặc vô) ích nếu $A = \bar{L}$ (hoặc $\underline{L}$); $\varphi = \zeta$.
- Giá trị hữu (hoặc vô) ích bị loại nếu $A = \bar{D}$ (hoặc $\underline{D}$); $\varphi = \zeta$.
- Thu hoạch nếu A = S; $\varphi = \varepsilon$.

<u>Bổ đề 1.</u> Giả sử $A_m \subset L_m^o$ và $E\,\gamma_m^k < +\infty$, m ∈ N(T); ngoài ra khi $A \neq \emptyset$, $\varphi(k)$, $\psi(k)$ là các quá trình ngẫu nhiên theo tham số k ($\omega_m^k \in A_m$) khi ấy:

1) Nếu $|\varphi(k)| \leqslant c = \text{const}(\forall k: \omega_m^k \in A_m)$ thì đại lượng $E<A_m; \varphi>$ tồn tại và hữu hạn.

2) Nếu các dlnn α và β độc lập với $\varphi(k),\psi(k)$, $(\forall k: \omega_m^k \in A_m)$, γ_m^k và τ_m^k $(\omega_m^k \in L_m^o)$ và nếu tồn tại hữu hạn các kỳ vọng $E\alpha$, $E\beta$, $E<A_m ; \varphi>$ và $E<A_m ; \psi>$ thì

$$E<A_m ; \alpha\varphi + \beta\psi > = E\alpha\, E < A_m; \varphi> + E\beta E<A_m; \psi > \tag{2.12}$$

3) Nếu $B_m \subset L_m^o$, $A_m \cap B_m = \emptyset$ và tồn tại $E<A_m ; \varphi>$ và $E<B_m; \varphi>$ hữu hạn thì:

$$E<A_m \cup B_m ; \varphi > = E<A_m; \varphi > + E<B_m; \varphi > ; \tag{2.13}$$

<u>Chứng minh:</u> ta chỉ cần xét kết quả trên trong trường hợp A_n^l, $B_n^l \neq \emptyset$ (h.c.c), khi ấy từ (2.11), (1.6) và giả thiết $|\varphi(k)| \leqslant c$ ta có thể dễ dàng suy ra kết luận 1).

Từ những giả thiết nêu trong 2) ta nhận thấy α, β độc lập lần lượt với các dlnn $\sum\limits_{\omega_m^k \in A_m} \varphi(k)$ và $\sum\limits_{\omega_m^k \in A_m} \psi(k)$.

Trên cơ sở các phép tính kỳ vọng và (2.11) ta thu được (2.12). Tương tự ta cũng có (2.13). Đpcm.

<u>Định lý 1.</u> Với điều kiện $E\,\gamma_{n-l}^k < +\infty$, các số đặc trưng $y_n^l(L; \zeta)$, $y_n^l(D; \zeta)$, $y_n^l(S; \rho)$, $y_n^l(S; \xi)$, $y_n^l(S; \varepsilon)$ tồn tại và hữu hạn.

Chứng minh: Ta chỉ cần xét định lý này trong những trường hợp không tầm thường. Chẳng hạn, để chỉ ra tính hữu hạn của $y_n^l(L; \zeta)$ ta giả thiết $L_n^l \neq \emptyset$ (h.c.c), t.l. (xem (1.3), (1.5)) $\gamma_{n-l}^k > 1$ (h.c.c). Khi ấy từ (2.3), (2.7) (2.9) ta có:

$$|\zeta^l (k,n-l)| \leqslant (1+\bar{a}_1)\, |\zeta^{l-1}(k,n-l)| - |\rho^l(k,n-l)|, \; (\omega_{n-l}^k \in S_n^l) \tag{2.14}$$

$$|\xi^l (k,n-l)| \leqslant \bar{a}_1\, |\zeta^{l-1} (k,n-l)|, \; (\omega_{n-l}^k \in S_n^l) \tag{2.15}$$

$$|\rho^l (k,n-l)| \leqslant \bar{a}_3\, |\zeta^{l-1} (k,n-l)|, \; (\omega_{n-l}^k \in L_n^l) \tag{2.16}$$

Kết hợp (2.14)÷(2.16) ta thu được:

$$|\zeta^l (k,n-l)| \leqslant a\, |\zeta^{l-1} (k,n-l)| \; (\omega_{n-l}^k \in L_n^l) \tag{2.17}$$

trong đó $a = 1 + \bar{a}_1 - \bar{a}_3$.

Bằng cách quy nạp, từ (2.17), (2.6) và (2.3) ta có:

$$|\zeta^l(k,n-l)| \leqslant (a)^l\,|\zeta^0(k,n-l)| \leqslant (a)^l \bar{a}_0\,, \quad (\omega^k_{n-l} \in L^l_n) \tag{2.18}$$

Khi đó, từ kết luận 1) của bổ đề 1 ta suy ra sự tồn tại và hữu hạn của $y^l_n \in (L;\zeta)$.
Tương tự từ (2.8), (2.3), (2.6) ta nhận thấy:

$$|\rho^l(k,n-l)| < \bar{a}_0\,\bar{a}_2 + \bar{a}_3\,|\zeta^{l-1}(k,n-l)|, \quad (\omega^k_{n-l} \in D^l_n) \tag{2.19}$$

Khi đó từ (2.14) và (2.18) suy ra $|\xi^l(k,n-l)| \leqslant \bar{a}_0\,[(a)^l + \bar{a}_2]$,
$(\omega^k_{n-l} \in D^l_n)$ (2.20)
Từ (2.20) và kết luận 1) của bổ đề 1, ta suy ra sự tồn tại của $y^l_n(D;\xi) < +\infty$
Ngoài ra, từ (2.18) ta nhận thấy:

$$|\zeta^{l-1}(k,n-l)| \leqslant \bar{a}_0(a)^{l-1}, \quad (\omega^k_{n-l} \in L^{l-1}_{n-1} \equiv S^l_n) \tag{2.21}$$

Khi kết hợp (2.21) với (2.15) ta suy ra:

$$|\xi^l(k,n-l)| \leqslant \bar{a}_0\,\bar{a}_1\,(a)^{l-1}, \quad (\omega^k_{n-l} \in S^l_n) \tag{2.22}$$

Khi đó lại sử dụng bổ đề 1 để suy ra sự tồn tại và hữu hạn của $y^l_n(S;\xi) < +\infty$ Tương tự ta thu được sự tồn tại của $y^l_n(S;\rho)$ trên cơ sở của bất đẳng thức

$$|\rho^l(k,n-l)| \leqslant \bar{a}_0[\bar{a}_2 + \bar{a}_3(a)^{l-1}], \quad (\omega^k_{n-l} \in S^l_n) \tag{2.23}$$

xem (2.19),(2.16), (2.21). Còn sự tồn tại và hữu hạn của $y^l_n(S,\varepsilon)$ suy ra từ bất đẳng thức

$$|\varepsilon^l(k,n-l)| \leqslant \bar{a}_4 + \bar{a}_0\bar{a}_1\bar{a}_5(a)^{l-1} + \bar{a}_0\bar{a}_6[\bar{a}_2 + (a)^l],$$ (xem (2.10), (2.22), (2.17) và (2.20)). Đpcm.

<u>Hệ quả 1.</u> Với các giả thiết của định lý 1 các số đặc trưng $y^l_n(\bar{L};\zeta)$, $y^l_n(\underline{L};\zeta)$, $y^l_n(\bar{D};\zeta)$, $y^l_n(\underline{D};\zeta)$ sẽ tồn tại và hữu hạn và:

$$\begin{cases} y^l_n(\bar{L},\zeta) = \begin{cases} y^l_n(L,\zeta), & (0 \leqslant l \leqslant \hat{t}_{n-l}) \\ 0, & (\hat{t}_{n-l} \leqslant l < T) \end{cases} \\[2ex] y^l_n(\underline{L},\zeta) = \begin{cases} 0, & (0 \leqslant l < \hat{t}_{n-l}) \\ y^l_n(L,\zeta), & (\hat{t}_{n-l} \leqslant l < T) \end{cases} \end{cases} \tag{2.24}$$

$$\begin{cases} y^l_n(\bar{D};\zeta) = \begin{cases} y^l_n(D;\zeta), & (1 \leqslant l \leqslant \hat{t}_{n-l}) \\ 0, & (\hat{t}_{n-l} < l \leqslant T) \end{cases} \\[2ex] y^l_n(\underline{D},\zeta) = \begin{cases} 0, & (1 \leqslant l \leqslant \hat{t}_{n-l}) \\ y^l_n(D;\zeta), & (\hat{t}_{n-l} < l \leqslant T) \end{cases} \end{cases} \tag{2.25}$$

<u>Chứng minh:</u> Từ (1.5) ta có thể suy ra:

$$\bar{L}^l_n = \begin{cases} L^l_n, & (0 \leqslant l < \hat{t}_{n-l}) \\ \emptyset, & (\hat{t}_{n-l} \leqslant l < T) \end{cases}, \qquad \underline{L}^l_n = \begin{cases} \emptyset, & (0 \leqslant l < \hat{t}_{n-l}) \\ L^l_n, & (\hat{t}_{n-l} \leqslant l < T) \end{cases} \tag{2.26}$$

$$\bar{D}^l_n = \begin{cases} D^l_n, & (1 \leqslant l \leqslant \hat{t}_{n-l}) \\ \emptyset, & (\hat{t}_{n-1} < l \leqslant T) \end{cases} \qquad \underline{D}^l_n = \begin{cases} \emptyset & (1 \leqslant l \leqslant \hat{t}_{n-l}) \\ D^l_n & (\hat{t}_{n-l} < l \leqslant T) \end{cases} \tag{2.27}$$

Từ (2.11), (2.26) và (2.27) ta thu được (2.24) và (2.25). Các kết luận còn lại của hệ quả được suy ra từ các hệ thức trên và định lý 1. Đpcm.

3. Phương trình dự báo số đặc trưng của các chính sách.

Trên cơ sở của hệ quả 1 ta nhận thấy rằng việc dự báo các số đặc trưng nếu trong định nghĩa 1 có thể chuyển về dự báo chỉ đối với các đặc trưng $y^i_n(D;\zeta)$, $y^i_n(S,\rho)$, $y^i_n(S;\xi)$ và cuối cùng là $y^i_n(L;\zeta)$ và $y^i_n(S;\varepsilon)$.

Bổ đề 2. Trong các điều kiện của định lý 1, giả sử rằng các dlnn ν^o_{n-l}, α^o_{n-l}, $\{\alpha^i_{j,n-l}\}^T_{i=1}$ $(j = 1\div 3)$ gắn với các chính sách π_1, π_2 độc lập trong toàn bộ và độc lập với $\{\tau^k_{n-l}\}_{k\geq 1}$. Khi đó,

$$y^i_n(D;\zeta) = [\prod_{l=1}^{i} h^i_{n-l} - A^i_{2,n-l}]A^o_{0,n-l}\,\chi^i_n(D), \ (K\leq T,\ n>0) \qquad (3.1)$$

trong đó

$$h^i_m = 1 + A^i_{1m} - A^i_{3m};\ A^o_{0m} = a^o_{0m}p^o_{0m};\ A^i_{jm} = a^i_{jm}p^i_{jm}\ (\forall m\in N(T),\ i = 1\div T,\ j = 1\div 6) \qquad (3.2)$$

Chứng minh: Từ (1.5) ta dễ dàng nhận thấy:

$$D^i_n \subset L_n \cup D_n = L^{i-1}_{n-1} \subset \ldots \subset L^{i-l}_{n-l},\ (l = 1\div l\text{-}1) \qquad (3.3)$$

Khi đó, bằng cách truy hồi (2.21) ta có:

$$|\xi^{i-l}(k,n-l)| \leq \bar{a}_o(a)^{i-l},\ (\forall\omega^k_n\in D^i_n,\ l = 1\div l\text{-}1) \qquad (3.4)$$

Từ kết luận 1) của bổ đề 1 ta suy ra:

$$E < D^i_n;\ \xi^{i-l}(k,n-l)> < +\infty,\ l = 1\div l\text{-}1). \qquad (3.5)$$

Từ (2.1), (3.2), (2.3) và (1.2) suy ra

$$E\{a^i_{jm}\,\alpha^i_{jm}\} = A^i_{jm} < +\infty,\ (j = 1\div 6,\ i = 1\div T,\ m\in N(T)) \qquad (3.6)$$

Từ giả thiết của bổ đề và các hệ thức (2.7)÷(2.9) ta nhận thấy rằng dlnn $(1 + a^i_{1,n-l}\alpha^i_{1,n-l} - a^i_{3,n-l}\alpha^i_{3,n-l})$ độc lập với $\zeta^{i-l}(k,n-l)$, $(\forall k:\ \omega^k_{n-l}\in D^i_n)$

Do vậy khi dựa vào (2.7), (2.8), (2.6), (2.11), (2.11'), (3.6), (3.5) với $j = 1$ và dựa vào (3.2), kết luận 2) của bổ đề 1 ta có thể suy ra:

$$y^i_n(D;\xi) = h^i_{n-l}\,E< D^i_n;\ \zeta^{i-1}(k,n-l)> - A^o_{0,n-l}A^i_{2,n-l}E< D^i_n;1> \qquad (3.7)$$

Ngoài ra, từ (3.5) với $l = 2$ ta cũng có:

$$E\langle D^i_n;\xi(k,n-l)\rangle = h^{i-1}_{n-l}E\langle D^i_n;\xi(k,n-l)\rangle \qquad (3.8)$$

Tương tự,

$$E < D^i_n;\ \zeta^{i-l}(k,n-l)> = h^{i-l}_{n-l}\,E< D^i_n;\ \zeta^{i-l-1}(k,n-l)>,\ (l = 1\div l\text{-}1) \qquad (3.9)$$

Từ (3.7)÷(3.9) và (2.12) ta suy ra (3.1). Đpcm.

Bổ đề 3. Trong các điều kiện của bổ đề 2, ta có:

$$y^i_n(S;\rho) = A^i_{3,n-l}\,y^{i-1}_{n-1}(L;\zeta) + A^o_{0,n-l}A^i_{2,n-l}\chi^i_n(D) \qquad (3.10)$$

$$y^i_n(S;\xi) = A^i_{1,n-l}\,y^{i-1}_{n-1}(L;\zeta),\ (n\geq 0,\ i = 1\div T) \qquad (3.11)$$

Chứng minh: Khi sử dụng định lý 1, (3.6) bổ đề 1, (3.3), (2.11), (2.9) ta thu được (3.11). Trên cơ sở (2.11), (2.23), (2.8), (3.7), bổ đề 1 và (1.6) ta có:

$$y^i_n(S;\rho) = E< S^i_n;\ a^i_{3,n-l}\alpha^i_{3,n-l}\zeta^{i-1}(k,n-l)> + E< D^i_n; a^i_{2,n-l}\alpha^i_{2,n-l}\zeta^0(k,n-l)> =$$

$E\{a^i_{3,n-l}\alpha^i_{3,n-l}\}\times E < L^{i-1}_{n-1};\ \zeta^{i-1}(k,n-l)> + E\{a^i_{2,n-l}\,\alpha^i_{2,n-l}\}\times E\{a^o_{0,n-l}\,\alpha^o_{0,n-l}\}\,\chi^i_n(D)$. Nghĩa là ta có (3.10). Đpcm.

Bổ đề 4. Trong các điều kiện của bổ đề 2, số đặc trưng

$$z^i_n = y^i_n(L;\zeta),\ (n\geq 0,\ i = 1\div T) \qquad (3.12)$$

là nghiệm của hệ phương trình (3.13), (3.14) sau đây:

$$z^i_n = h^i_{n-l}z^{i-1}_{n-1} - [A^o_{0,n-l}A^i_{2,n-l}\chi^i_n(D) + y^i_n(D;\zeta)],\ (i = 0\div T,\ n\geq 0) \qquad (3.13)$$

$$z^o_n = A^o_{0n}u_n,\ (n\geq 0) \qquad (3.14)$$

trong đó u_n là nghiệm của hệ phương trình (1.9).

Chứng minh: Dựa vào (2.21), bổ đề 1, ta suy ra sự tồn tại và hữu hạn của $E< L^i_n;\ \zeta^{i-1}(k,n-l)>$ và $E< D^i_n;\ \zeta^{i-1}(k,n-l)\rangle$ khi ấy từ (2.12) và (3.3) ta có

$E < L_{n-1}^{l-1} \backslash D_n^l; \zeta^{l-1}(k,n-l) > = E < L_{n-1}^{l-1}; \zeta^{l-1}(k,n-l) > - E < D_n^l; \zeta^{l-1}(k,n-l) >$ (3.15)

Từ (3.12), (2.11), (2.7), (2.13) và (3.15) ta có

$z_n^l = E < L_{n-1}^{l-1}; (1 + a_{1,n-l}^l \alpha_{1,n-l}^l) \zeta(k,n-l) > - E < D_n^l; (1 + a_{1,n-l}^l \alpha_{l,n-l}^l) \zeta^{l-1}(k,n-l) > - E < L_n^l ; \rho^l(k, n-l) >$

Khi ấy từ (2.12), (3.6), (2.7), (2.9), (2.11), (2.13) ta có:

$z_n^l = (1 + A_{1,n-l}^l) z_{n-l}^{l} - y_n^l (D;\xi) - y_n^l (S;\rho)$ (3.16)

Thay (3.10) vào (3.16) ta thu được (3.13).

Cuối cùng, từ (2.11), (2.6), (2.13), (3.6) ta thu được (3.14). Đpcm.

Ta ký hiệu:

$$H_m^l = \bigcap_{i=T_m+1} h_m^i; \quad u_m = E\{\nu_m^o\} = \begin{cases} E\{\text{card } L_m^o\}, & (m \geq 0) \\ E\{\text{card } L_o^{-m}\}, & (m < 0) \end{cases} \quad (3.17)$$

$$z_m = \begin{cases} y_m^o (L;\xi); & (m \geq 0) \\ y_o^{-m} (L;\xi); & (m < 0) \end{cases}$$

Trên cơ sở những thông tin ban đầu về các ước lượng không chệch ν_{-i}^o = card L_o^i, ξ_o^i của lần lượt các số đặc trưng

$x_o^i (L) = u_{-i}$ và $y_o^i(L;\xi) = z_{-i}$, $(0 \leq i < T)$

ta có thể dự báo các số đặc trưng cho kết quả tác động của các chính sách thông qua các kết quả dưới đây:

<u>Định lý 2:</u> Trong các điều kiện của bổ đề 2, ta có

$y_n^l(D; \zeta) = (H_{n-l}^l z_{n-l} - A_{0,n-l}^o A_{2,n-l}^l u_{n-l}) p_{n-l}^l$ (3.19)

$y_n^l(S; \rho) = A_{3,n-l}^l z_{n-l}^{l-1} + A_{o,n-l}^o A_{2,n-l}^l \mu_{n-l}^l p_{n-l}^l$ (3.20)

$y_n^l(S; \xi) = A_{2,n-l}^l z_{n-1}^{l-1}$ (3.21)

trong đó z_n^l (xác định bởi (3.12) là nghiệm của hệ phương trình giá trị (3.22), (3.23) dưới đây:

$z_n^l = h_{n-l}^l z_{n-l}^{l-l} - H_{n-l}^l p_{n-l}^l z_{n-l}$ (3.22)

$z_n^o = z_n = A_{on}^o u_n$, $(n > 0)$ (3.23)

còn $u = \{u_n : n \geq 0\}$ là nghiệm của hệ phương trình đổi mới (1-9).

<u>Chứng minh:</u> Trên cơ sở (1.6), (1.5), (1.1) và tính độc lập của γ_{n-l}^o với τ_{n-l}^k $(1 \leq l \leq T, k = 1,2,...)$, ta có thể (xem [1,2]) có:

$x_n^l(D) = p_{n-l}^l u_{n-l}$; $x_n^l(L) = q_{n-l}^l u_{n-l}$ (3.24)

Khi dựa vào công thức (3.12), từ (3.11) ta thu được (3.21), từ (3.10) và (3.24) ta thu được (3.20). Trường hợp $n \geq l$, từ (3.1), (3.17), (3.24) và (3.14) ta thu được (3.19).

Sau đây ta chứng minh công thức (3.19) cho trường hợp $l > n$. Vì (3.19) là hiển nhiên trong trường hợp tầm thường $L_o^{l-n} = \emptyset$ (h.c.c). Bởi vậy, ta chỉ cần xét trường hợp $L_o^{n-l} \neq \emptyset$, (h.c.c). Khi đó từ (2.6), (2.7), (2.8) ta có

$$\zeta^{l-1} (k,n-l) = a_{o,n-l}^o \alpha_{o,n-l}^o \bigcap_{i=1}^{l-n} (1 + a_{1,n-l}^i \alpha_{1,n-l}^i - a_{3n,l}^i \alpha_{3n-l}^i)) (\omega_{n-l}^k \in L_o^{l-n}) \quad (3.25)$$

Từ tính độc lập trong toàn bộ của các dinn $\alpha_{o,n-l}^o, \alpha_{1,n-l}^i, \alpha_{3,n-l}^i$ và từ (3.6), (3.2) ta thu được:

$$E\{ \zeta^{l-n}(k,n-l)\} = A_{o,n-l}^o \bigcap_{i=1}^{l-n} h_{n-l}^i, \; (\omega_{n-l}^k \in L_o^{l-n}) \quad (3.26)$$

Khi dựa vào (2.12), từ (2.11), (2.11'), (3.26), (1.6), (3.17) ta dễ dàng suy ra

$y_o^{l-n}(L;\xi) = A_{o,n-l}^o \bigcap h_{n-l}^i u_{n-l}$.

Khi đó từ (3.18), (3.1), (3.17), (3.24) ta thu được (3.19). Mặt khác, khi thay các công thức (3.24), (3.19) vào (3.13) ta thu được (3.22). Phương trình (3.23) trực tiếp thu được từ (3.14), (3.18) và (3.12). Đpcm.

<u>Hệ quả 2.</u> Trong các điều kiện của bổ đề 2, giả sử rằng các dinn $\alpha_{j,n-l}^i$ $(j = 4 \div 6)$ độc lập với $\nu_{n-l}^o, \alpha_{o,n-l}^o, \{\tau_{n-l}^k\}_{k=1}$ và $\{\alpha_{j,n-l}^r\}_{r=1}^T$, $(j = 1,2,3)$, khi đó:

$$y_n^0(S;\varepsilon) = [A_{4n}^0 + (A_{5n}^0 + A_{6n}^0)\, A_{0n}^0]\, u_n,\ (l=0) \tag{3.27}$$
$$y_n^l(s;\varepsilon) = [B_n^l u_{n-l} + C_n^l z_{n-1}^{l-1}]\, 1_{[0,\varepsilon_{n-l})}(l),\ (l \geq 1) \tag{3.28}$$

trong đó

$$B_n^l = A_{4,n-l}^l\, q_{n-l}^{l-1} - A_{6,n-l}^l\, A_{2,n-l}^l\, A_{0,n-l}^0\, P_{n-l}^l \tag{3.29}$$

$$C_n^l = A_{8,n-l}^l\, A_{1,n-l}^l + A_{5,n-l}^l\, h_{n-l}^l \tag{3.30}$$

Chứng minh: Từ giả thiết, ta dễ dàng nhận thấy tính độc lập giữa các dinn $\alpha_{j,n-l}^l$ với $\xi^l(k,n-l)$ và $\zeta^l(k,n-l)$. Khi sử dụng (2.12), từ (2.10), (2-1), (2.11), (3.2) ta suy ra:

$$y_n^l(S;\varepsilon) = [A_{4,n-l}^l\, E\{\text{card } S_n^l\} + A_{5,n-l}^l\, E< S_n^l;\ \xi^l(k,n-l)> + A_{6,n-l}^l\, E< S_n^l;\ \zeta^l(k,n-l)]\ 1_{[0,\varepsilon_{n-l})}(l),\ (l > 0) \tag{3.31}$$

Khi đó từ (2.5), (1.6), (2.11) ta thu được

$$y_n^l(S;\varepsilon) = \{A_{4,n-l}^l\, [\,x_n^l(D) + x_n^l(L)] + A_{5,n-l}^l\, y_n^l(S;\xi) + A_{6,n-l}^l[\,y_n^l(D;\xi) + y_n^l(L;\xi)]\}\ 1_{[0,\varepsilon_{n-l})}(l) \tag{3.32}$$

Mặt khác từ (1.6), (2.5), (3.3), (3.24) ta có:

$$x_n^l(D) + x_n^l(L) = q_{n-l}^{l-1}\, u_{n-l} \tag{3.33}$$

Từ (3.33), (3.13), (3.12), (3.21), (3.32) ta thu được (3.28) vói các B_n^l, C_n^l xác định bởi (3.29) và (3.30).

Cuối cùng trên cơ sở (1.5), (2.5) ta nhận thấy $L_n^0 = S_n^0$, khi đó từ (3.31), (2.11), (3.18), (3.23) ta thu được (3.27). Đpcm.

Khi đã cho những thông tin ban đầu thì trong các bài toán dự báo bị động ta xem rằng các ước lượng không chệch γ_n^0 của u_n, $(n \geq 0)$ là đã cho. Trong các bài toán dự báo chủ động thì ta lại cho các ước lượng không chệch $\gamma^n = \sum_{l\geq 0} \text{card } L_n^l$ của v_n, $(n \geq 0)$, khi đó ta có thể xác định được nghiệm u_n của hệ (1.9). Cùng với nghiệm z_n^l của hệ phương trình (3.22), (3.23), các công thúc (3.19), (3.21), (3.27) và (3.28) sẽ được sử dụng để dự báo các ước lượng không chệch của các số đặc trưng tương ứng đối với mỗi loại bài toán kể trên.

Nhân đây, tác giả tỏ lòng cảm ơn xemina "Giải tích số và các phương pháp ngẫu nhiên" thuộc đề tài quốc gia 48A-04-05-02 trong chương trình " Tin học ứng dụng" và giáo sư Nguyễn Quí Hỷ đã động viên và đóng góp nhiều ý kiến quí giá để hoàn thiện công trình này.

Nhận ngày 20-5-1988

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Ngọc Cường, On a solution of a class of random integral equations relating to the renewal theory by the Monte-Cardlo. Math. D. thesis, University of Hanoi, 1984.
2. Nguyễn Quí Hỷ và Lê Xuân Lam, Về điều khiển tối ưu đối với một quần thể trong lý thuyết đổi mới. Báo cáo hội nghị Khoa học hàng năm Khoa Toán cơ - Tin học trường đại học Tổng hợp Hà nội năm 1987.
3. Nguyễn Quí Hỷ và Lê Xuân Lam, Về một số vấn đề dự báo và chiến lược điều khiển tối ưu một quần thể các tài sản cố định . Báo cáo tại hội thảo " Phân tích hệ thống và ứng dụng", Viện Khoa học Việt nam, tháng 7-1987.
4. Dethoor J. M., Grobolliot J. L., Trwalosc urzadzen technicrnych. Warszawa, 1971.
5. Jardine A. K. S., Operational research in Maintenence. New York, 1970.
6. Koznlewska I., Wlodarcryk M., Modele odnowy niczawod nosci masowej obslugi. PWN, Warszawa, 1978.
7. Koznlewske I., Teoria odnowlenia, PWN, Warsrawa, 1965.
8. Zpraktyki badan operacyjnych pod red. B. Houldena, Warsrawa, 1964.

ABSTRACT

On the prediction of impacting consequences policies on a population in the renrwal theory

In the work one investigates quantitatively the consequence of policies impacting on a population in the renewal theory. The prediction of these consequences is translated to the solving a renewal equation and a value equation.