

## CÁC PHỤ THUỘC YẾU TRONG MÔ HÌNH DỮ LIỆU QUAN HỆ

VŨ ĐỨC THI, NGUYỄN KIM ANH

*Viện Khoa học Việt Nam,*

*Trường đại học Bách khoa Hà Nội*

### 1. MỞ ĐẦU

Phụ thuộc yếu cũng như các phụ thuộc logic khác đã được đề xuất và tiên đề hóa trong [4] và [5] và cấu trúc logic của chúng được nghiên cứu trong [6], [7], [8], [9]. Bản thân phụ thuộc yếu đã được cài đặt trong thiết kế các hệ quản trị cơ sở dữ liệu mà chúng có đặc tính rất thuận lợi trong việc phân tích các mảng dữ liệu nhỏ hơn. Trong bài này, chúng tôi đưa ra một số các kết quả mới về các phụ thuộc yếu. Trước tiên là một điều kiện cần và đủ để một quan hệ  $R$  thích ứng với một họ phụ thuộc yếu  $W^+$  cho trước (có nghĩa là  $W_R^+ = W^+$ ). Sau đó chúng tôi đưa ra một thuật toán có độ phức tạp đa thức với mỗi quan hệ  $R$  cho trước xác định một quan hệ không dư thừa  $R'$  sao cho  $R' \subseteq R$ ,  $W_{R'}^+ = W_R^+$ .

### 2. CÁC TIÊN ĐỀ

**Định nghĩa 1.**  $\Omega$  là tập hữu hạn các thuộc tính,  $R = \{h_1, \dots, h_m\}$  là quan hệ trên  $\Omega$ ,  $A, B \subseteq \Omega$ . Ta nói rằng  $B$  là phụ thuộc yếu vào  $A$  trong  $R$  (ký hiệu  $A \xrightarrow{R} B$ ) nếu

$$(\forall h_i, h_j \in R)((\forall a \in A)(h_i(a) = h_j(a)) \Rightarrow (\exists b \in B)(h_i(b) = h_j(b))).$$

Đặt  $W_R^+ = \{(A, B) : A, B \neq \emptyset \text{ và } A \xrightarrow{R} B\}$ . Ký hiệu  $\bar{X} = \Omega \setminus X$  với  $X \subset \Omega$ .

**Định nghĩa 2.**  $\Omega$  - tập hữu hạn,  $P(\Omega)$  - tập các tập con của  $\Omega$ .  $P^+(\Omega) = P(\Omega) \setminus \{\emptyset\}$ . Cho  $Y \subseteq P^+(\Omega) \times P^+(\Omega)$ . Ta nói rằng  $Y$  thỏa mãn  $\omega^+$  - tiên đề, nếu với  $\forall A, B, C, D \in P^+(\Omega)$

$$(\omega_1^+) \quad (A, B) \in Y, A \subseteq C, B \subseteq D \Rightarrow (C, D) \in Y$$

$$(\omega_2^+) \quad A, B \in P^+(\Omega), ((\forall X \in P^+(\Omega))(A \subseteq X \subseteq \bar{B} \Rightarrow (X, \bar{X}) \in Y)) \Rightarrow (A, B) \in Y$$

**Định nghĩa 3.** Cho  $Y \subseteq P^+(\Omega) \times P^+(\Omega)$ . Ta nói rằng  $Y$  là  $\omega^+$  - họ trên  $\Omega$  nếu  $Y$  thỏa mãn  $\omega^+$  - tiên đề.

**Định lý 1.** [4]. Cho  $Y \subseteq P^+(\Omega) \times P^+(\Omega)$ . Nếu  $R$  là quan hệ trên  $\Omega$  thì  $W_R^+$  thỏa mãn  $\omega^+$  - tiên đề. Ngược lại, nếu  $Y$  thỏa mãn  $\omega^+$  - tiên đề thì tồn tại một quan hệ  $R$  trên  $\Omega$  sao cho  $Y = W_R^+$ .

### 3. HỌ CÁC PHỤ THUỘC YẾU

**Định nghĩa 4.** Cho  $Y$  là  $\omega^+$  - họ,  $R$  là quan hệ trên  $\Omega$ . Ta nói rằng  $R$  là thích ứng với  $Y$  nếu  $W_R^+ = Y$ .

**Định nghĩa 5.** Cho  $Y$  là  $\omega^+$  - họ trên  $\Omega$ . Ta gọi  $(X, \bar{X}) \in Y$  là  $\Omega$  - phụ thuộc của  $Y$ , Ký hiệu  $M(Y)$  là tập tất cả các  $\Omega$  - phụ thuộc của  $Y$ . Ta gọi  $X$  là  $\Omega$  - vế trái của  $Y$  nếu  $(X, \bar{X}) \in M(Y)$ , và  $X$  là  $\Omega$  - vế phải của  $Y$  nếu  $(\bar{X}, X) \in M(Y)$ . Ký hiệu  $GF(Y)$  là tập tất cả các  $\Omega$  - vế trái của  $Y$  và  $GD(Y)$  là tập tất cả các  $\Omega$  - vế phải của  $Y$ .

Rõ ràng rằng  $GF(Y)$  và  $GD(Y)$  không chứa  $\emptyset$  và  $\Omega$ .

**Định lý 2.** Cho  $G \subseteq P^+(\Omega) \setminus \{\Omega\}$ . Tồn tại đúng một  $\omega^+$  - họ  $Y$  trên  $\Omega$  sao cho  $GF(Y) = G$ , ở đây

$$Y = \{(A, B) \in P^+(\Omega) \times P^+(\Omega) : (\forall X \in P^+(\Omega))(A \subseteq X \subseteq \bar{B} \Rightarrow X \in G)\}.$$

*Chứng minh:* Để chứng minh định lý trên, ta cần bổ đề sau.

**Bổ đề 1.** Cho  $Y$  là  $\omega^+$  - họ trên  $\Omega$ .  $(A, B) \in Y$  nếu và chỉ nếu

$$(\forall X \in P^+(\Omega))(A \subseteq X \subseteq \bar{B} \Rightarrow (X, \bar{X}) \in M(Y)).$$

*Chứng minh:* Nếu  $(A, B) \in P^+(\Omega) \times P^+(\Omega)$  thỏa mãn

$$(\forall X \in P^+(\Omega))(A \subseteq X \subseteq \bar{B} \Rightarrow (X, \bar{X}) \in M(Y)) \Rightarrow (A, B) \in Y \text{ do } (\omega_2^+)$$

Ngược lại,  $(A, B) \in Y, \forall X \in P^+(\Omega)$

$$(A \subseteq X \subseteq \bar{B} \Rightarrow A \subseteq X, B \subseteq \bar{X} \Rightarrow (X, \bar{X}) \in M(Y)) \text{ do } (\omega_1^+).$$

Bổ đề được chứng minh.

Dễ dàng thấy rằng  $Y$  được xác định ở trên thỏa mãn  $\omega^+$  - tiên đề.

Thật vậy,  $\forall A, B, C, D \in P^+(\Omega), (A, B) \in Y, A \subseteq C, B \subseteq D \Rightarrow$

$$(\forall X \in P^+(\Omega))(C \subseteq X \subseteq \bar{D} \Rightarrow A \subseteq C \subseteq X \subseteq \bar{D} \subseteq \bar{B} \Rightarrow X \in G \text{ do } (A, B) \in Y) \Rightarrow (C, D) \in Y.$$

Do vậy  $Y$  thỏa mãn  $(\omega_1^+)$ , và hiển nhiên  $Y$  thỏa mãn  $(\omega_2^+)$  với

$M(Y) = \{(X, \bar{X}) \in Y\} = \{(X, \bar{X}) : X \in G\}$ . Ta có  $GF(Y) = G$ . Bổ đề 1, ta giả sử rằng có một  $\omega^+$  - họ  $Y'$  sao cho

$$GF(Y') = G \Rightarrow M(Y') = \{(X, \bar{X}) : X \in G\} = M(Y) \Rightarrow Y' = Y.$$

Do vậy chỉ có đúng một  $\omega^+$  - họ  $Y$  trên  $\Omega$  sao cho  $GF(Y) = G$ .

**Hệ quả 1.** Cho  $G \subseteq P^+(\Omega) \setminus \{\Omega\}$ . Tồn tại đúng một  $\omega^+$  - họ  $Y$  trên  $\Omega$  sao cho  $GD(Y) = G$ , ở đây

$$Y = \{(A, B) \in P^+(\Omega) \times P^+(\Omega) : (\forall X \in P^+(\Omega))(A \subseteq X \subseteq \bar{B} \Rightarrow \bar{X} \in G)\}.$$

**Định nghĩa 6.** [3]. Cho  $R = \{h_1, \dots, h_m\}$  là quan hệ trên  $\Omega$ .

$$E_{i,j} = \{a \in \Omega : h_i(a) = h_j(a), 1 \leq i < j \leq m\}.$$

Ta gọi  $E_{i,j}$  là tập cân bằng của  $R$ . Ký hiệu  $E_R$  là họ tất cả các tập cân bằng của  $R$ . Rõ ràng  $E_R$  không chứa  $\Omega$ , trong thực tế  $E_R$  có thể chứa  $\emptyset$  và có một số  $E_{i,j}$  trùng nhau.

Đặt  $M_R = \{E_{i,j} \neq \emptyset : \exists E_{pq}, E_{st} \in M_R \text{ thì } E_{pq} \neq E_{st}\}$

$$= \{A_1, \dots, A_k : A_i \neq A_j \text{ với } i \neq j \text{ và } A_i \neq \emptyset, i = \overline{1, l}\}.$$

**Định lý 3.** Cho  $Y$  là  $\omega^+$  - họ trên  $\Omega$ ,  $R$  là quan hệ trên  $\Omega$ .  $R$  là thích ứng với  $W^+$  nếu và chỉ nếu  $GF(Y) = P^+(\Omega) \setminus (M_R \cup \{\Omega\})$ .

*Chứng minh.* Do định lý 2, dễ dàng thấy rằng  $R$  là thích ứng với  $Y$  nếu và chỉ nếu  $GF(W_R^+ = GF(Y))$ . Do vậy ta chỉ cần phải chứng minh  $GF(W^+R) = P^+(\Omega) \setminus (M_R \cup \{\Omega\})$ .

Rõ ràng  $GF(W_R^+)$  không chứa  $\emptyset$  và  $\Omega$ . Nếu  $X \in P^+(\Omega) \setminus (M_R \cup \{\Omega\})$  thì  $X \notin \{\emptyset, \Omega\}$  và  $X \neq E_{ij}$ . Ta có  $(\forall h_i, h_j \in R)((\forall a \in X)(h_i(a) = h_j(a)) \Rightarrow X \subset E_{ij}, X \neq E_{ij}$  và  $E_{ij} \neq \emptyset$  do  $X \neq \emptyset \Rightarrow (\exists b \in \bar{X})(h_i(b) \neq h_j(b)) \Rightarrow (X, \bar{X}) \in W_R^+ \Rightarrow X \in GF(W_R^+)$ . Do vậy  $P^+(\Omega) \setminus (M_R \cup \{\Omega\}) \subseteq GF(W_R^+)$ .

Ngược lại,  $X \in GF(W_R^+) \Rightarrow X \notin \{\emptyset, \Omega\}$  và  $(X, \bar{X}) \in W_R^+$ . Nếu  $(h_i, h_j \in R)(\exists a \in X)(h_i(a) \neq h_j(a)) \Rightarrow X \neq E_{ij} \neq \emptyset$ .

Nếu  $(h_i, h_j \in R)((\forall a \in X)(h_i(a) = h_j(a)) \Rightarrow (\exists b \in \bar{X})(h_i(b) = h_j(b)) \Rightarrow X \neq E_{ij}$ .

Do vậy  $X \neq E_{ij}, 1 \leq i < j \leq m \Rightarrow GF(W_R^+) \subseteq P^+(\Omega) \setminus (M_R \cup \{\Omega\})$ .

Định lý được chứng minh.

**Định nghĩa 7.** [10]. Cho  $R = \{h_1, \dots, h_m\}$  là quan hệ trên  $R$ .

$$N_{ij} = \{a \in \Omega : h_i(a) \neq h_j(a), 1 \leq i < j \leq m\}.$$

Ta gọi  $N_{ij}$  là tập không cân bằng của  $R$ . Ký hiệu  $N_R$  là họ tất cả các tập không cân bằng của  $R$ . Rõ ràng  $N_R$  không chứa  $\emptyset$ , trong thực tế  $N_R$  có thể chứa  $\Omega$  và có một số  $N_{ij}$  trùng nhau.

$$\begin{aligned} \text{Đặt } T_R &= \{N_{ij} : \text{nếu } \exists N_{pq}, N_{st} \in T_R \text{ thì } N_{pq} \neq N_{st}\} \\ &= \{B_1, \dots, B_l, B_i \neq B_j \text{ với } i \neq j\}. \end{aligned}$$

**Định lý 4.** Cho  $Y$  là  $w^+$  - họ trên  $\Omega$ ,  $R$  là quan hệ trên  $\Omega$ .  $R$  là thích ứng với  $Y$  nếu và chỉ nếu  $GD(Y) = P^+(\Omega) \setminus (T_R \cup \{\Omega\})$ .

Mệnh đề sau đưa ra rằng với  $w^+$  - họ  $Y$  đã cho, ta có thể xây dựng một quan hệ  $R$  đơn giản khác  $\emptyset$  sao cho  $W_R^+ = Y$ .

**Mệnh đề 1.** Cho  $Y$  là  $W^+$  - họ trên  $\Omega$ , đặt  $M = P^+(\Omega) \setminus (GF(Y) \cup \{\Omega\})$ .

Nếu  $|M| = 0$  thì  $R$  là quan hệ với một phần tử nào đó.

Nếu  $|M| \geq 1$ , đặt  $M = \{A_1, \dots, A_k\}$ .

Ta xây dựng  $R = \{h_1, h_2, \dots, h_{2k-1}, h_{2k}\}$  như sau:

Với  $i = 1, 2, \dots, k, \forall a \in \Omega$

$$h_{2i-1}(a) = 2i - 1, \quad h_{2i}(a) = \begin{cases} 2i - 1 & \text{với } a \in A_i \\ 2i & \text{ngược lại} \end{cases}$$

thì  $R$  là tương thích với  $Y$ .

*Chứng minh.* Nếu  $|M| = 0 \Rightarrow GF(Y) = P^+(\Omega) \setminus \{\Omega\}$ , do đó  $(X, \bar{X}) \in Y$  với  $\forall X \in P^+(\Omega) \setminus \{\Omega\} \Rightarrow Y = P^+(\Omega) \times P^+(\Omega)$  do  $(w_2^+)$ .

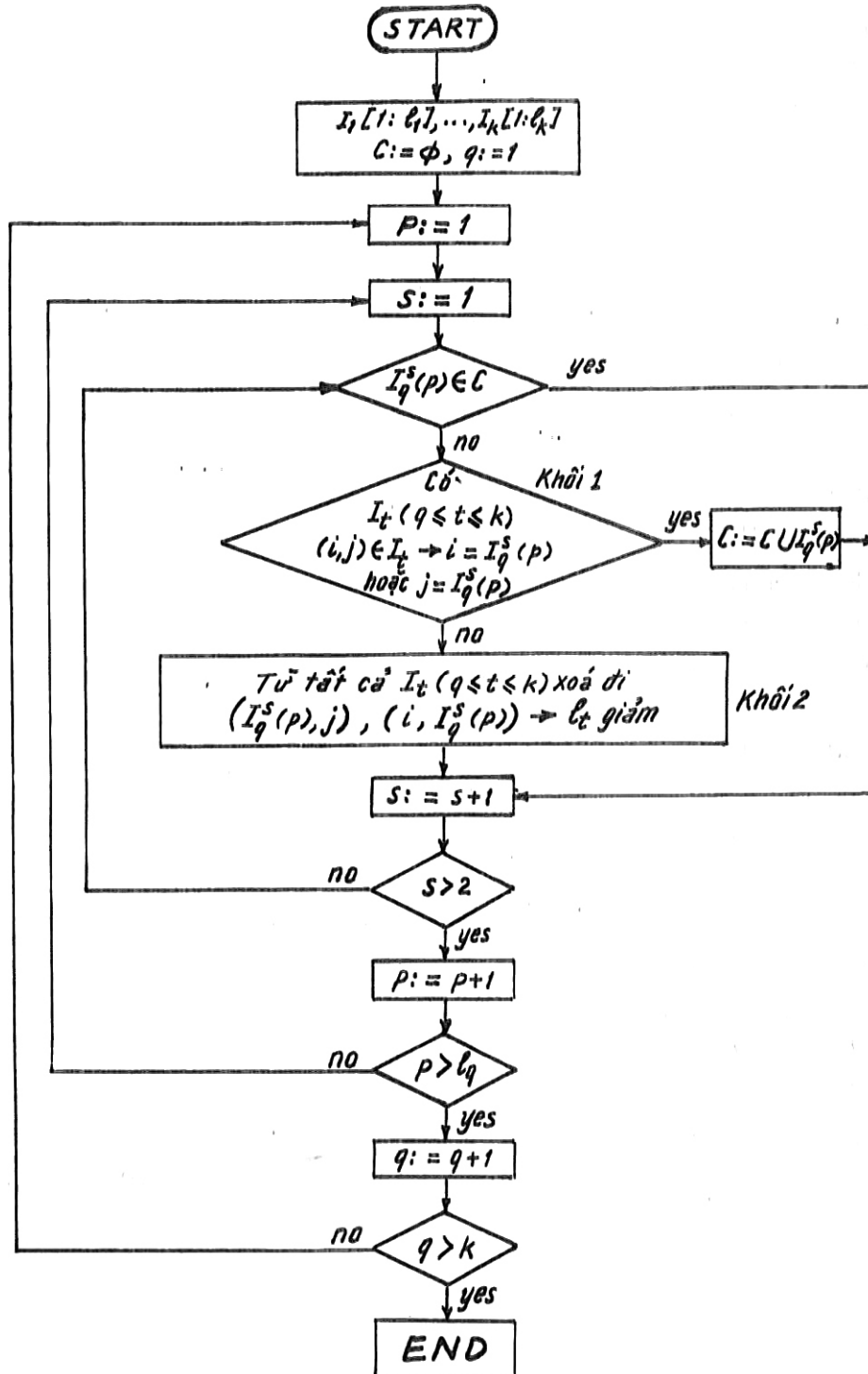
Do vậy  $W_R^+ = Y$  của quan hệ  $R$  chỉ có 1 phần tử  $\Rightarrow R \neq \emptyset$ .

Nếu  $|M| \geq 1$ , do xây dựng, ta có  $|R| \neq \emptyset$ .

Rõ ràng  $E_R = M \cup \{\emptyset\} \Rightarrow M = M_R \Rightarrow GF(Y) = P^+(\Omega) \setminus (M_R \cup \{\Omega\})$  vì  $GF(Y)$  không chứa  $\Omega$ .

Theo định lý 3, ta có  $W_R^+ = Y$ .

## 4. PHỤ THUỘC YẾU VÀ QUAN HỆ KHÔNG DU THỪA



Hình 1

Với một quan hệ  $R$  tùy ý đã cho, ta sẽ xây dựng thuật toán xác định quan hệ  $R'$  sao cho  $R' \subseteq R$ ,  $W_{R'}^+ = W_R^+$  và  $R'$  là không dư thừa. Ta gọi  $R'$  là  $w^+$  - quan hệ không dư thừa.

**Thuật toán 1.** VÀO :  $R = \{h_1, \dots, h_m\}$  là quan hệ trên  $\Omega$ .

RA :  $R'$  sao cho  $W_{R'}^+ = W_R^+$  và  $R'$  là  $w^+$  - quan hệ không dư thừa.

**Bước 1.** Từ quan hệ  $R$  đã cho, ta xây dựng

$$E_R = \{E_{ij} \text{ là tập cân bằng của } R, 1 \leq i < j \leq m\}$$

Đặt  $M_R = \{E_{ij} \neq \emptyset : \text{nếu } \exists E_{pq}, E_{st} \in M_R \text{ thì } E_{pq} \neq E_{st}\}$ .

**Bước 2.** Giả sử rằng  $M_R = \{A_1, \dots, A_k\}$ . Ta xây dựng các tập cặp chỉ số như sau:

$$I_1 = \{(i, j) : E_{ij} = A_1\}, \dots, I_k = \{(i, j) : E_{ij} = A_k\}.$$

Ký hiệu  $l_i$  là số các phần tử của  $I_i$ , với  $i = 1, \dots, k$ .

Ký hiệu  $I_q^1(p)$  và  $I_q^2(p)$  là chỉ số thứ nhất và thứ hai của cặp thứ  $p$  trong  $I_q$ , với  $q = 1, \dots, k$  và  $1 \leq p \leq l_q$ . Sau đó ta thực hiện sơ đồ khối trong hình 1. Ta có  $R' = \{h_i : i \in C\}$  là một quan hệ  $w^+$  - không dư thừa.

*Chứng minh:* Hiển nhiên rằng  $R' \subseteq R$ . Do cách xây dựng thuật toán, ta có  $I_t \neq \emptyset$  với  $t = 1, \dots, k$ . Theo định lý 3, ta có  $W_{R'}^+ = W_R^+$ . Do khối 1 và khối 2, thuật toán xóa tất cả các hàng dư thừa của  $R$ . Do vậy  $R'$  là một quan hệ  $w^+$  - không dư thừa.

Thuật toán được chứng minh.

*Nhận xét:* Ta thấy rằng mỗi bước của thuật toán 1 đòi hỏi thời gian đa thức đối với số hàng và số cột của  $R$ . Do vậy độ phức tạp của thuật toán 1 là đa thức đối với  $|R|$  và  $|\Omega|$ .

Nhận ngày 2-11-1990

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. W. W. Armstrong - Dependency Structures of Data Base Relationships. Information Processing 74, North Holland, Publ. Co. (1974), 580-583.
2. G. Czédli - Függségek relációs adatbázis modellben. Alkalmazott Matematikai Lapok 6 (1980), 132-143.
3. J. Demetrovics - Relációs adatmodell Logikai és Strukturális vizsgálat, MTA - SZTAKI Tanulmányok, Budapest 114 (1980), 1-97.
4. G. Czédli - On dependencies in the Relational Model of Data, Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik EIK 17 (1981) 2/3, 103-112.
5. J. Demetrovics, Gy. Gyepesi - On the functional dependency and some generalizations of it. Acta Cybernetica - Hungary V/3 (1982), 295-305.
6. G. Burooch, J. Demetrovics, G. O. H. Katona - The poset of closures as a model of changing databases. Order 4 (1987), 127-142.
7. J. Demetrovics, V. D. Thi - On Beys in the relational data model. EIK 24 (1988) 10, 515-519.

8. J. Demetrovics, V. D. Thi - Relations and minimal Beys. Acta Cybernetica - Hungary, VIII/3 (1988), 279-285.

9. V. D. Thi - Strong dependencies and s-semilattices. Acta Cybernetica - Hungary VIII/2 (1988), 195-202.

10. V. D. Thi - Logical dependencies and irredundant relations. Computers and AI, 7 (1988), No. 2, 165-184.

### ABSTRACT

#### Weak dependencies in the Relational Model of Data

One of the main concepts in relational database theory is the full family of functional dependencies, that was first axiomatized by W.W. Armstrong [1].

The full family of weak dependencies have also been introduced and axiomatized [4], [5].

In this paper, we give some new results about weak dependencies. We give a necessary and sufficient condition for  $W_R^+ = W^+$ , and then we construct an effective combinatorial algorithms to determine irredundant relation  $R'$  for an arbitrary given relation  $R$  such that  $R' \subseteq R$ ,  $W_{R'}^+ = W_R^+$ .

### THÔNG BÁO

Từ năm 1987 Viện Khoa học Việt Nam đã cho xuất bản Tạp chí "Proceedings of National Centre for Scientific Research of Vietnam". Tạp chí có nhiệm vụ công bố các công trình khoa học có giá trị của các nhà khoa học Việt Nam và nước ngoài bằng tiếng Anh trong các lĩnh vực khoa học: Toán học, Tin học, Cơ học, Vật lý học, Hóa học, Sinh học, Các khoa học về Trái đất và các lĩnh vực khác có liên quan.

Bài gửi đăng Tạp chí phải có 2 bản đánh máy, công thức viết tay rõ ràng, kèm theo một bản tóm tắt bằng tiếng Anh và tiếng Nga.

Địa chỉ gửi bài và giao dịch:

Trung tâm Xuất bản Sách và Tạp chí khoa học kỹ thuật

70 Trần Hưng Đạo Hà Nội - Tel.: 4252825.

Rất mong được sự cộng tác của các nhà khoa học và bạn đọc trong và ngoài nước.

VIỆN KHOA HỌC VIỆT NAM