

BIỂU DIỄN TỰ ĐỘNG ẢNH DƯỜNG NÉT

HOÀNG KIỂM, NGUYỄN NGỌC KỶ

Viện Tin học

I - MỞ ĐẦU

Ảnh đường nét là một lớp ảnh được tạo thành từ các đường. Đây là một lớp ảnh khá rộng bao gồm:

- Các bản vẽ, bản đồ mạch in, chữ, sơ đồ mạng lưới các đường xá, sông ngòi ...
- Chu tuyến của các ảnh đa phổ, các đường đẳng mức ...

- Để xử lý ảnh đường nét, cần phải đưa vào bộ nhớ các thông số đặc trưng cho ảnh, chẳng hạn như: vị trí các điểm xuất phát, các điểm giao nhau, các điểm cực trị hay số lượng các nhất cắt, độ dài, khoảng cách ... Các thông số này có thể do con người cung cấp cho máy, song trong bài này chúng tôi mô tả một cách tự động hoặc kết hợp tương tác người-máy trong những tình huống khó xử lý.

Các giai đoạn xử lý chủ yếu bao gồm:

- + Xử lý sơ bộ ảnh: khử nhiễu, làm trơn, làm đầy nét, phát hiện và định vị những vùng ảnh không xác định.
 - + Lọc lấy các đường biên, hoặc bộ khung và véc-tơ hóa ảnh. Tự động trích chọn các điểm đặc trưng, tính các thông số như khoảng cách, diện tích và một số tính chất tô pô khác.
 - + Xử lý tương tác người-máy với sự trợ giúp tiện lợi của editor đồ họa.
 - + Lưu trữ ảnh, các thuộc tính chung về hình dạng, kích thước và biểu diễn đồ thị quan hệ cấu trúc của ảnh.
 - + Tìm kiếm, đối sánh và đồng nhất ảnh. Bổ sung, sửa đổi dữ liệu ảnh.
- Trong bài này chúng tôi chủ yếu chỉ tập trung trình bày ba phần đầu.

II - MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN

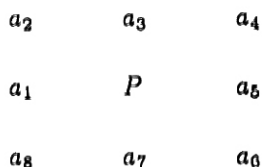
Ảnh số

Có thể xem một ảnh thực là một hàm hai biến thực định nghĩa trên một miền hữu hạn xác định, và nhận giá trị thực trong một khoảng $[0, M]$ nào đấy. Mỗi điểm của hàm ảnh tương ứng với độ chói sáng hay độ xám của ảnh thực - là độ phản xạ hay xuyên qua khi sóng ánh sáng tác động lên nó. Ảnh số là kết quả rời rạc hóa hàm ảnh. Có nhiều cách chia lưới để rời rạc hóa hàm ảnh song ở đây ta chọn cách chia lưới carô. Một ảnh số bởi vậy được biểu diễn bởi một bảng số hai chiều (a_{ij}) , ở đó các giá trị a_{ij} thể hiện độ chói sáng trung bình trên ô tương ứng.

Ảnh số nhị phân

Định nghĩa 1. Một ảnh số được gọi là nhị phân nếu các giá trị a_{ij} của nó chỉ nhận giá trị 0 hoặc 1. Một ảnh số bất kỳ đều có thể đưa về dạng nhị phân bằng phép cắt ngưỡng. Ta ký hiệu FF là tập các điểm 1 và $not(FF)$ là tập các điểm 0 của ảnh.

Tính liên thông của ảnh số nhị phân: Các điểm láng giềng của điểm $P(i, j) \in FF$ là 8 điểm bao quanh nó như trên hình 1: a_1, a_2, \dots, a_8 .



Hình 1

Trong đó

$a_i, i = 1, 2, \dots, 8$ gọi là 8-láng giềng, và

$a_i, i = 1, 3, 5, 7$ gọi là 4-láng giềng của điểm P .

Để tránh một số nghịch lý có thể xảy ra, người ta phân biệt hai định nghĩa láng giềng khác nhau trên FF và trên $not(FF)$.

Định nghĩa 2. Hai điểm thuộc tập con E của FF (hay $not(FF)$) được gọi là liên thông trong E nếu tồn tại tập các điểm thuộc đường đi từ (i_0, j_0) đến (i_n, j_n) sao cho $(i_0, j_0) = P_1, (i_n, j_n) = P_2, (i_r, j_r) \in E$ và (i_r, j_r) là 8-láng giềng (hay 4-láng giềng) của (i_{r-1}, j_{r-1}) với $r = 1, 2, \dots, n$.

Quan hệ "liên thông trong E " là một quan hệ phản xạ, đối xứng và bắc cầu bởi vậy là một quan hệ tương đương. Các lớp tương đương của nó làm thành các thành phần liên thông của ảnh.

Phương pháp xác định bộ khung:

Định nghĩa 3. Ta gọi bộ khung của dạng FF là cấu trúc tối thiểu còn giữ được các tính chất hình học và tôpô của FF . Có nhiều phương pháp để xác định bộ khung do nhiều tác giả đưa ra. Có thể phân chia chúng thành ba loại:

- Các phương pháp dựa trên nguyên tắc bóc dần các pixel lớp ngoài.
- Các phương pháp xử lý theo metric.
- Các phương pháp kết hợp hai nguyên tắc trên.

Các phương pháp làm mảnh bằng cách bóc dần từng lớp:

Phương pháp làm mảnh sử dụng các thuật toán lặp để bóc dần các pixel lớp ngoài của dạng cho tới khi chỉ còn các điểm nằm trên trục trung vi (medial axis). Các điểm được bỏ hay để lại dựa trên kết quả áp dụng các toán tử cục bộ trên các điểm láng giềng. Ưu thế chủ yếu của nhóm phương pháp này là ảnh khung thu được đồng nhất tôpô so với ảnh ban đầu, đặc biệt nó bảo toàn được tính liên thông của dạng. Hạn chế của chúng là không cho phép khôi phục lại dạng ban đầu.

Các phương pháp sử dụng metric:

Các điểm thuộc ảnh khung tuy nhiên cũng có thể xác định qua tính toán trên các khoảng cách. Chẳng hạn dựa trên việc xác định các cực tiểu địa phương của các khoảng cách từ điểm đang xét tới điểm 0... Các phương pháp này cho phép khôi phục được dạng ban đầu, nhưng không

bảo toàn tính liên thông và bởi vậy không phù hợp với nhiều tình huống ứng dụng.

Các phương pháp dựa trên các phép thử cục bộ [2]:

Thuật toán dựa trên quan hệ láng giềng theo nghĩa một khoảng cách xác định. Nó sử dụng bản chất cục bộ của tính liên thông định nghĩa trên quan hệ láng giềng này. Phương pháp này kết hợp được các tính chất của hai loại phương pháp trên: tức là bảo toàn tính liên thông và tính khôi phục được.

Chọn khoảng cách:

Ta chọn khoảng cách giữa hai điểm (i, j) và (k, l) được định nghĩa như sau:

$$d((i, j), (k, l)) = \text{Max}\{\text{abs}(i - k), \text{abs}(j - l)\}$$

Với định nghĩa này các điểm 8-láng giềng của điểm P đều cách P một khoảng cách như nhau.

Quan hệ láng giềng của một điểm

a) Chúng ta gọi "láng giềng thực" bậc $2m - 1$ của điểm P có tọa độ (k, l) là tập các điểm được định nghĩa như sau:

$$V_{2m-1}(P) = \{a = (a_{ij}) | d(P, a) \leq m - 1, \forall m = 1, 2, \dots\}$$

$V_{2m-1}(P)$ được biểu diễn bởi hình vuông có cạnh $2m - 1$ nhận P làm tâm.

Thí dụ: $V_3(P)$ của P (hình 2):

$$\begin{array}{ccc} x & x & x \\ x & (P) & x \\ x & x & x \end{array}$$

Hình 2. $V_3(P)$ với x bằng 0 hoặc 1

b) Ta gọi "láng giềng ảo" bậc $2m$ của điểm P với tọa độ (k, l) là tập

$$V_{2m}(P) = \{a = (a_{ij}) | d(P, a) \leq m - 1/2, \forall m = 1, 2, \dots\}$$

Ở đây, P_v có tọa độ là $(k + 1/2, l + 1/2)$ thể hiện một điểm ảo. Với $m = 0$ ta chọn $V_0(P) = 0$. $V_{2m}(P)$ được biểu diễn bởi hình vuông có cạnh $2m$ nhận P_v làm tâm. Thí dụ: $V_4(P)$ xem hình 3:

$$\begin{array}{cccc} x & x & x & x \\ x & P & x & x \\ & & P_v & \\ x & x & x & x \\ x & x & x & x \end{array}$$

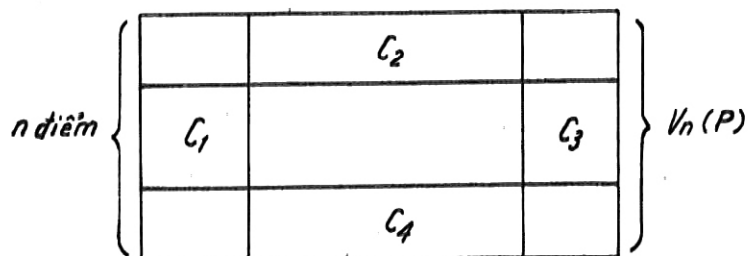
Hình 3. $V_4(P)$ với $x = 0$ hoặc 1

Bậc của một điểm

Ta gọi P có bậc là n nếu $V_n(P) \subset FF$ và $V_{n+1}(P) \cap \text{not}(FF) \neq \emptyset$. $n \dots$ là duy nhất vì $V_n(P) \subset V_{n+1}(P)$, với mọi $n \geq 1$.

Cạnh của $V_n(P)$

Cạnh của $V_n(P)$ là tập n điểm C_i (hình 4) của $[V_n(P) - V_{n-2}(P)]$ có cùng hoành độ hay tung độ (P phải có bậc n với $n \geq 2$).



Hình 4

Một điểm thuộc $F = [V_{n+2}(P) - V_n(P)]$ được gọi là nằm trên cạnh C_i nếu tồn tại một điểm 4-láng giềng của nó thuộc C_i .

Một số thuật toán tìm khung

Giả sử F là một dạng liên thông, ta xét khung $S(P)$ là tập các điểm P sao cho P có bậc n và tập $F = [V_{n+2}(P) - V_n(P)]$ thỏa một trong các tính chất sau đây:

- $F \cap \text{not}(FF)$ là không liên thông.
- $F \cap FF$ liên thông, nhưng phải chứa hai điểm nằm trên hai cạnh đối diện của $V_n(P)$ (những điểm cực trị của khung).

Những tính chất của khung

Ở [2] đã chứng minh tính bảo toàn liên thông và tính khôi phục được của khung được tính nhờ thuật toán đưa ra.

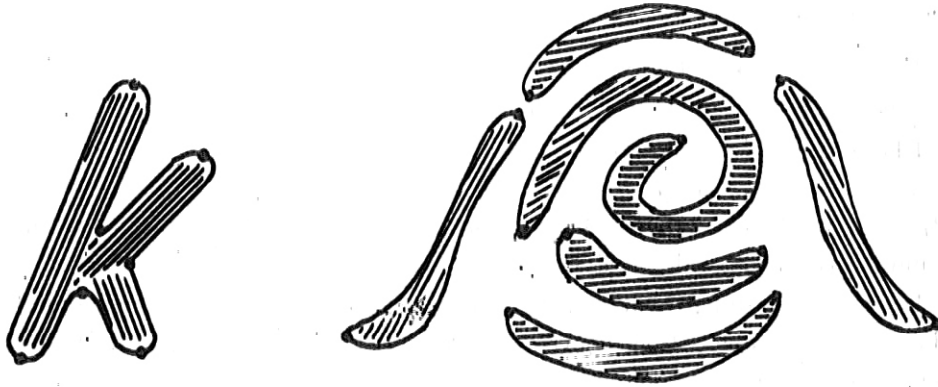
Lược đồ thuật toán

- 1- Chọn điểm khởi đầu $P(i, j)$.
- 2- $n := 1$;
- 3- WHILE $V_n(P) \cap \text{not}(FF) = \emptyset$ DO $n := n + 1$;
- 4- $n := n - 1$;
- 5- Tìm tất cả các điểm $a_k, k = 1, 2, \dots, 4n + 4$, thuộc $V_{n+2}(P) - V_n(P)$.
- 6- $\nu = \sum_{k=1}^{4n+3} \text{abs}(a_{k+1} - a_k) + \text{abs}(a_1 - a_{4n+4})$.
- 7- IF $\nu \geq 4$ THEN $P \in S(F)$ ELSE
IF (Tồn tại a_{k1}, a_{k2} nằm trên hai cạnh đối diện của $V_n(P)$) THEN $P \in S(F)$ ELSE
Chọn điểm tiếp theo.
- 8- Quay trở lại bước 2.

Phương pháp xác định các đường biên:

Việc tính khung của ảnh là động tác rất tốn kém về thời gian. Độ phức tạp thời gian của thuật toán phụ thuộc vào độ dày của đường nét, và nói chung tỉ lệ với n^3 [1]. Để tránh sự phức tạp đó ta có thể tìm cách biểu diễn ảnh chỉ trên cơ sở xử lý các đường biên của đường nét.

Phương pháp được sử dụng dựa trên một sự thật là tâm của nét có thể được xác định bởi điểm giữa đoạn thẳng vuông góc kẻ từ hai đoạn biên đối diện (hình 5a).



Hình 5

Vấn đề của thuật toán này là ở chỗ làm thế nào để xác định vị trí các điểm cực, các điểm cắt nhau, cực trị,... Hình 5 cho ta thấy ứng với một "ngã tư" ta có 4 cực trị của biên; ứng với một điểm cực ta cũng có một cực trị của biên. Các điểm cực trị của nét và của biên tương đối phù hợp với nhau. Như vậy, vấn đề chủ yếu là xác định các cực trị của biên.

Định nghĩa đường biên

Đường biên của một dạng FF là tập những điểm thuộc FF có ít nhất một 4-láng giếng thuộc $\text{not}(FF)$.

Phương pháp dò biên:

Giả sử ta có một vùng ảnh nhị phân bị bao bởi một vành đai các điểm trắng 0. Các điểm biên có thể làm thành một xâu 4 hoặc 8-liên thông. Đối với vấn đề dò biên người ta thường sử dụng các xâu 8-liên thông của vùng ảnh 8-liên thông. Thủ tục dò biên 8-liên thông theo chiều kim đồng hồ cùng các tính chất của nó được trình bày ở [3]. Mấu chốt của thủ tục là toán tử xác định cặp điểm nền-điểm biên tiếp theo trên cơ sở cặp điểm nền-điểm biên được xác định trước đó.

Thủ tục dò biên 8-liên thông:

- Xuất phát từ cặp điểm nền - điểm biên cho trước, kiểm tra các 8-láng giếng của điểm biên xét theo chiều kim đồng hồ, tìm từ vị trí điểm nền.
- Điểm ảnh gặp đầu tiên được chọn làm điểm biên tiếp theo. Điểm nền vừa duyệt qua được chọn làm điểm nền tiếp theo.
- Đánh dấu các điểm biên vừa đi qua và lưu vào một danh sách.
- Thủ tục dừng khi cặp điểm nền - điểm biên vừa xét trùng với cặp điểm biên đầu tiên.

Để dò tất cả các biên một ảnh hữu hạn, chỉ cần một lần duyệt trên toàn ảnh để phát hiện cặp điểm nền - điểm biên ban đầu cho mỗi vùng.

III - BIỂU DIỄN ẢNH ĐƯỜNG NÉT

1. Xử lý sơ bộ

Ảnh nhị phân thu được từ scanner thường có nhiều lỗi gây ra bởi quá trình rời rạc hóa, và một số nguyên nhân khác làm cho ảnh kém chất lượng, chứa nhiều lỗ hổng, nhiều điểm cô lập, vết bẩn... Vì vậy, trước khi áp dụng thuật toán tìm khung và trích chọn đặc điểm, ta cần xử lý để loại bỏ bớt các lỗi kể trên.

Lấp đầy lỗ hổng, nối lại nét đứt, và làm trơn nét:

Thuật toán sau đây được sử dụng:

1- Khởi động n bằng giá trị ban đầu m

2- Với mỗi điểm P của $(a_{ij}) : P \in \text{not}(FF)$ và $V_n(P) \subset \text{not}(FF)$ ta kiểm tra tập $[V_{n+2}(P) - V_n(P)] \cap FF$, nếu tập này không liên thông hoặc làm thành một khuyên (lỗ hổng), hoặc làm thành một cung hở trên một cạnh nào đấy, ta gán $P = 1$.

Bằng cách áp dụng thuật toán trên lần lượt cho tất cả các điểm $(a_{ij}) \in \text{not}(FF)$, sau đó bắt đầu lại với giá trị $n - 1$ và tiếp tục cho tới khi $n = 0$. Thuật toán này có khả năng sửa được những lỗ hổng và nét đứt có độ dài $l \leq m$.

Khử các điểm cô lập

Ta áp dụng cùng thuật toán trên để chỉnh lại tập các điểm thuộc FF , liên thông, có bậc n bằng cách kiểm tra tập

$$[V_{n+2}(P) - V_n(P)] \cap \text{not}(FF)$$

và đặt $P = 0$ nếu tập này không liên thông, hoặc làm thành khuyên hay cung hở trên một cạnh của $V_n(P)$.

Phát hiện và định vị vùng ảnh kém chất lượng

Vùng ảnh quá kém chất lượng được coi là vùng "không quan sát được" của ảnh. Việc phát hiện các vùng này phụ thuộc vào việc lựa chọn các tiêu chuẩn để tách và thường phụ thuộc vào lớp ảnh cụ thể. Đối với lớp ảnh là dòng các đường nét hay văn bản ta có thể dùng histogram để tách.

2. Biểu diễn ảnh bằng phương pháp khung

Ta áp dụng thuật toán tìm khung đã nêu ở trên. Kết quả thu được là một "ảnh khung", trên đó mỗi điểm tính được đều là điểm khung có bậc xác định.

Giản lược bộ khung

Trước khi tiến hành động tác dò nét, ta cần xử lý thêm một bước: giản lược bộ khung để hạn chế bớt các điểm cắt nhau (điểm có từ hai 8-láng giềng trở lên).

Thuật toán: Kiểm tra lần lượt tất cả các điểm thuộc FF của ảnh khung và xét tập $[V_3 - V_1] \cap FF$. Nếu tập này thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau

+ Liên thông,

+ Không làm thành một đường cong khép kín,

+ Chứa ít nhất 3 điểm thuộc FF hoặc hai điểm không 4-láng giềng,

ta có thể loại P (đặt bằng 0) - Đây chính là thao tác của thuật toán bóc dần.

Dò theo nét khung, mô tả, biểu diễn đồ thị cấu trúc

Ta gọi "đồ thị liên hợp" với một dạng liên thông F là một đồ thị liên thông, với các đỉnh của nó là những giao điểm hay cực trị được trích từ bộ khung đã được giản lược $S'(F)$ và các cạnh của nó là tập các điểm 8-láng giềng thuộc $S'(F)$ nối liền các cặp đỉnh với nhau.

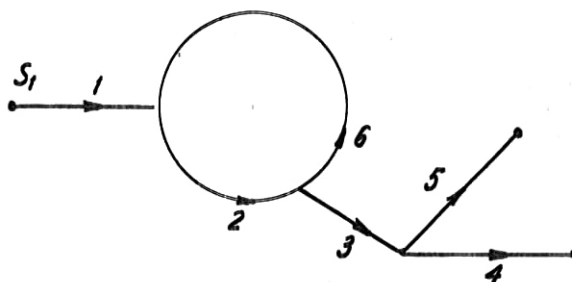
Việc dò nét có thể được thực hiện bằng thuật toán cái biên từ thuật toán "đi đường theo chuẩn phải". Thuật toán này cho phép mô tả không trùng lặp hay bỏ sót các cạnh của đồ thị liên hợp.

Mô tả thuật toán dò nét:

- 1- Chọn điểm xuất phát và đi lần lượt từ điểm này qua điểm khác rồi xóa dần các điểm đã đi qua.
- 2- Khi gặp giao điểm, ta lưu vị trí của điểm đó vào ngăn xếp (stack) và rẽ phải.
- 3- Trường hợp gặp lại điểm đã đi qua (chu trình) ta quay lại vị trí trước đó (được lưu trên đỉnh của ngăn xếp). Tiến hành xóa ảnh và ra khỏi ngăn xếp nếu cuối cùng chỉ còn một điểm 8-láng giềng; nếu không ta tiếp tục chọn cung đầu tiên bên phải.
- 4- Dừng lại khi ngăn xếp rỗng.

Trong quá trình dò nét, ta lần lượt sắp xếp các tọa độ đỉnh vào một file và đồng thời xác định những chỗ khuỷu có thể có (thay đổi hướng đột ngột) và cũng lưu tọa độ của chúng vào file. Ta có thể gán cho mỗi điểm một nhãn phụ thuộc vào thể loại của nó, chẳng hạn như: điểm cực (bắt đầu, kết thúc), rẽ nhánh, giao điểm, hướng hay bậc của chúng...

Một thí dụ dò nét được mô tả ở hình 6.

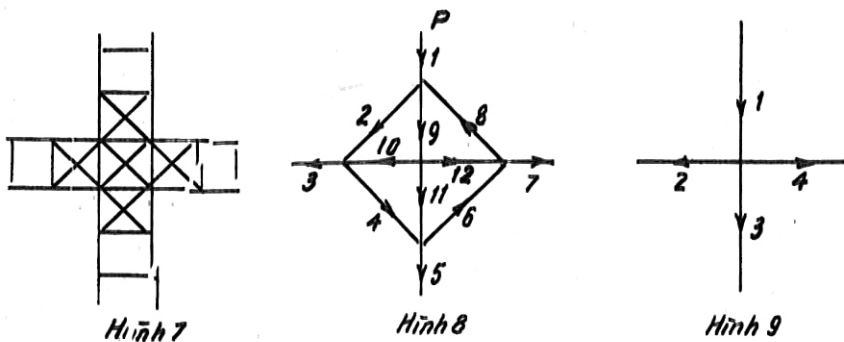


Hình 6: S_1 là điểm xuất phát, mũi tên chỉ hướng dò, các chữ số chỉ thứ tự của các cung.

Một số vấn đề cụ thể được đặt ra và cách giải quyết:

a) Xác định "giao điểm thật".

Xét hình 7 ta thấy các điểm P, E, C, D, P' đều là những giao điểm khả năng. Đồ thị liên hợp của chúng được biểu diễn ở hình 8. Tuy nhiên trong thực tế đồ thị liên hợp của chúng cần có dạng như hình 9.



Thuật toán xử lý như sau:

Giả sử P là một giao điểm khả năng, nếu tập $[V_3(P) - V_1(P)] \cap \text{not}(FF)$ là liên thông và nếu tồn tại tại P' là điểm 4-láng giềng của P sao cho $V_3(P) \cap FF \subset V_3(P')$ khi đó P' là giao điểm thật, nếu không P là giao điểm thật.

b) Chọn điểm xuất phát là một giao điểm thật.

Giả sử P là giao điểm thật, ta chọn điểm Q là điểm 8-láng giềng đầu tiên bên phải của P . Điểm tiếp theo không được phép nằm trong $[V_3(Q) - V_1(Q)] \cap P$. Vấn đề còn lại là kiểm tra xem Q có phải là một giao điểm thật hay không.

3. Phương pháp biểu diễn ảnh bằng đồ biên

Bằng cách áp dụng thuật toán dò biên nêu trên, và kết hợp duyệt, đánh dấu những điểm biên đã đi qua, ta có thể tiến hành dò biên cho một ảnh bất kỳ. Một ảnh có bao nhiêu vùng thì sẽ có bấy nhiêu đường biên. Để xác định các điểm đặc trưng các đường biên cần được biểu diễn dưới dạng véc-tơ nhận giá trị từ 0-7 tiêu biểu cho 8 hướng cơ bản trên hình 10.

1	2	3
0	x	4
7	6	5

Hình 10. Các hướng cơ bản của đường nét

Các loại điểm đặc trưng và một số tiêu chuẩn xác định chúng

Như trên đã phân tích, việc xác định các điểm đặc trưng thường đưa về việc xác định các loại điểm cực trị. Trên các đường cong số, các điểm cực trị được đặc trưng bởi sự thay đổi hướng đột ngột. Do ảnh hưởng của nhiễu, việc xác định chúng gặp rất nhiều khó khăn. Sau đây là một số toán tử xác định các điểm cực trị được đề xuất.

- Ta ký hiệu $s = f_1, f_2, \dots, f_i, \dots, f_l$ là xâu các mã hướng, $f_i = 0, 1, \dots, 7$; l - độ dài chọn trước.
- Định nghĩa gia số của hướng:

Hướng thay đổi từ f_i sang f_j được xác định bởi:

$$D(f_j, f_i) = \begin{cases} f_j - f_i - 8 & \text{nếu } f_j = f_i \geq 4 \\ f_j - f_i & \text{nếu } -4 \leq f_j - f_i < 4 \\ f_j - f_i + 8 & \text{nếu } f_j - f_i < -4 \end{cases}$$

- Dễ thấy rằng:



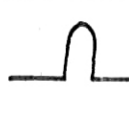

$$D(f_j, f_i) = / = D(f_i, f_j); \quad D(f_j, f_i) = \sum_{k=1}^{j-1} D(f_{k+1}, f_k)$$

Để phát hiện các điểm đặc trưng ta dùng phương pháp phân chia một đoạn biên l thành 3 và có khi tới 5 phần bằng nhau rồi tính gia số của hướng trên mỗi phần và cả đoạn. Bảng 1 cho ta hình dung tổng quát về dạng các điểm đặc trưng và tiêu chuẩn nhận dạng chúng.

Kết quả thí nghiệm cho thấy phương pháp nhận dạng theo gia số hướng trên các phần phân chia của đoạn biên đạt độ chính xác cao và không quá nhạy đối với nhiễu. Các điểm đặc trưng được định vị tại tâm hoặc trung vị của dãy điểm liên tiếp nhau cùng thỏa tiêu chuẩn phát hiện.

Các điểm đặc trưng sau khi được phát hiện và định vị nếu nằm quá gần nhau (dưới ngưỡng cho phép) được xử lý tiếp theo qui tắc sau:

- Nếu hai điểm đều là cực đại, cùng phương với nhau thì chúng được xét để khử vì nó thể hiện sự đứt nét.
- Nếu hai điểm đều là cực tiểu cùng phương với nhau thì chúng cũng được xét để khử vì nó thể hiện chỗ dính nhau của hai nét chạy song song với nhau.

Loại điểm	D_{11}	D_{12}	D_{13}	Σ
	âm	dương	âm	dương
	giá trị tuyệt đối bé	dương	giá trị tuyệt đối bé	dương
	giá trị tuyệt đối bé	dương	giá trị tuyệt đối bé	bé
	giá trị tuyệt đối bé	dương	giá trị tuyệt đối bé	dương

Bảng 1. Các dạng điểm đặc trưng và tiêu chuẩn phát hiện

IV - NHẬN XÉT VÀ KẾT LUẬN

Đối với ảnh đường nét nói chung phương pháp biểu diễn ảnh bằng cách làm mảnh nét là một phương pháp chính thống, cho phép xác định các tính chất tô pô của ảnh khá chính xác. Nhược điểm căn bản của nó là độ phức tạp tính toán cao, quá nhạy đối với nhiễu. Để tránh những hạn chế trên chúng tôi đã áp dụng phương pháp biểu diễn ảnh bằng dò biên. Ưu điểm của phương pháp này là tính hiệu quả, nhất là đối với lớp ảnh các đường đẳng trị như bản đồ địa hình, vân tay. Nhờ được xử lý cả trước và sau khi dò biên nên nhiễu được xử lý khá tốt. Phương pháp này cũng có thể áp dụng để nhận dạng chữ in không phụ thuộc phông.

Nhận ngày 1-6-1990

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. C. Arceli, G. Sanniti di Baja, A width-independent fast thinning algorithm. *IEEE Trans. on PR and MI*, Vol. 7. No.4, July 1985.
2. S. Castan, A. Nabone, Un algorithm de squelettisation operant par test locaux. *Colloque National sur le traitement du signal*. Nice Juin 1975.
3. Nguyễn Ngọc Kỳ, Về cơ sở lý luận của thuật toán dò biên. Bài đang gửi đăng tạp chí KHTT&ĐK. 1990.

ABSTRACT

AUTOMATIC REPRESENTATION OF DIGITAL LINES

This paper presents the methodes of automatic representation of digital lines. Both approaches sklettisation and contour following have been considered and evaluated.

GIỚI THIỆU SẢN PHẨM NỔI TIẾNG THẾ GIỚI

DERIVE - CHUYÊN GIA TOÁN HỌC TRÊN MÁY PC

Hệ mềm DERIVE là một hướng hoàn toàn mới trong lĩnh vực máy tính trợ giúp cho công việc của các nhà kỹ thuật và kỹ sư. Những phép biến đổi công thức dạng đặc bằng tay hay việc tra cứu trong các sưu tầm công thức tiêu phí thời giờ vô ích, từ nay trở đi sẽ thuộc về quá khứ.

Bộ chương trình DERIVE do hãng Soft Warehouse, Inc. của Mỹ phát triển thuộc về một thế hệ phần mềm khoa học kỹ thuật hoàn toàn mới mẻ. DERIVE là một hệ chuyên gia toán học cung cấp một số lượng lớn các tính toán từ toán học cơ bản và toán học cao cấp ở dạng dễ sử dụng. Sản phẩm mềm này đối với người sử dụng như là một "bản nháp điện tử", trên đó người sử dụng có thể viết các biểu thức toán học và xử lý tùy ý. Hệ có thể tiến hành các phép đại số tượng trưng thông qua phím bấm, như rút gọn biểu thức, giải phương trình (kể cả có thông số), giải tích vi phân và tích phân, số phức, vector và ma trận, v.v... Song người sử dụng cũng có thể tính toán với DERIVE như với bất kỳ một máy tính bỏ túi nào, trong đó thì độ chính xác có thể đạt đến bao nhiêu chữ số tùy ý. Cuối cùng thì với hệ này, các kết quả cũng có thể đưa ra dưới dạng đồ thị hai hoặc ba chiều. Cả ba phần tính toán là đại số tượng trưng, numeric, và đồ thị được đưa vào một giao diện người máy dễ dàng trong sử dụng và trở thành một công cụ độc đáo và vạn năng cho tất cả những ai phải giải quyết những vấn đề về toán học. Người sử dụng DERIVE qua đó dành được nhiều thời giờ hơn để tập trung vào những phần cốt lõi, những phần sáng tạo trong giải quyết vấn đề.

DERIVE dùng trên IBM PC và loại tương thích có MS-DOS (Version 2.1 hoặc cao hơn), 512K RAM và một ổ đĩa 5 1/4 inch (360K) hay một ổ đĩa 3 1/2 inch (760K), cũng như trên máy NEC PC-9801 hoặc tương thích với MS-DOS (Version 2.1 hoặc cao hơn), 512K RAM và ổ đĩa

mềm 5 1/4 inch.

Các khả năng của DERIVE:

1. Số học

Các phép tính số học chính xác tới hàng nghìn chữ số
Các phép tính gần đúng với độ chính xác tùy chọn
+, -, ×, /, % (phần trăm), ^ (lũy thừa), ! (giai thừa)
Biểu diễn các số dưới dạng phân số, số thập phân hay dạng khoa học
Đưa vào và tính ra theo các cơ số tùy chọn
Phân tích ra thừa số nguyên tố của các số nguyên
Các phép tính số phức và số ảo
Xử lý linh hoạt các biểu thức căn
Chuyển đổi giữa các đơn vị hệ Anh và Met

2. Vectơ và ma trận

Vectơ và ma trận có các phần tử tượng trưng
Tích vô hướng, tích trực tiếp và tích ngoài
Chuyển vị, Định thức, Nghịch đảo và Vết của ma trận
Những biến đổi dòng cơ bản
Đa thức đặc trưng và các giá trị riêng
Đại số ma trận và Vectơ không giao hoán
Giải tích Vectơ vi phân (divergence, quay, Gradient)
Giải tích Vectơ tích phân (thế vị vô hướng, thế vị vectơ, Ma trận Jacobi, tensor hiệp biến metric)

3. Giao tiếp người máy qua thực đơn

Cửa sổ đồ họa và đại số có thể đặt bên nhau hoặc chồng lên nhau
Dùng phím chức năng để chuyển giữa các cửa sổ
Hiển thị màn hình trên không gian hai chiều các biểu thức toán học
Lựa chọn bằng con trỏ từng phần của biểu thức
Sắp xếp lại hoặc xóa bớt biểu thức
Sửa chữa (Edit) các biểu thức đang tồn tại
Nạp/ cất biểu thức từ/ lên files
Tạo mã tương thích với BASIC, PASCAL, FORTRAN
In ra các biểu thức trực tiếp (ra máy in) hoặc qua một file
Sử dụng đồ họa trên CGA, EGA, MCGA, VGA và HERCULES
Hệ thống trợ giúp On-Line
Chỉ thị các thông số của hệ thống
Giao tiếp với DOS

4. Đại số

Đơn giản hóa thông minh các công thức với các biến
Các tên biến tiếng La tinh và tiếng Hy Lạp
Khai triển theo một vài hoặc tất cả các biến
Nhóm theo một vài hoặc tất cả các biến
Phân tích các hàm hữu tỷ ra các thương riêng

Đơn giản hóa các biểu thức phức dưới dạng Đề các
 Định nghĩa các hàm mới và các hằng số
 Xác định miền giá trị của các biến
 Thay thế các số hạng cho các biến hay biểu thức con
 Giải đại số các phương trình và bất phương trình
 Giải chính xác các phương trình bậc 2, 3 và 4
 Giải chính xác các hệ phương trình tuyến tính
 Giải chính xác của nhiều phương trình với các hàm lượng giác và các hàm siêu việt
 Giải gần đúng các phương trình với độ chính xác tùy chọn

5. Đồ họa 2D và 3D

Vẽ đồ thị của các hàm một biến trong hệ đề các hoặc hệ tọa độ cực
 Vẽ đồ thị của các hàm ở dạng thông số
 Graphic cross (dấu chữ thập) có tọa độ đọc được dịch chuyển bằng phím con trỏ
 Phóng to, thu nhỏ
 Tỷ lệ méo tùy chọn
 Màu sắc tùy chọn đối với các trục tọa độ và đường đồ họa
 Vẽ đồ thị của các hàm hai biến
 "Mô hình lưới mắt cáo" phối cảnh có chú ý đến những đường bị che khuất
 Số đường lưới tùy chọn
 Tọa độ của điểm quan sát tùy chọn
 Tỷ lệ xích tùy chọn
 Chọn cửa sổ hình vẽ "bằng tay" hay tự động
 Màu sắc tùy chọn cho các trục, phía trên và phía dưới hàm số

6. Hàm số

Hàm mũ và logarit (exp, sqrt, ln, log)
 Các hàm lượng giác và hàm lượng giác ngược, các hàm hyperbolic và hyperbolic ngược
 (sin, cos, tg, cotg, sec, csc, arcsin, arccos, arcsec, arccsc, sinh, cosh, tanh, coth, sech, csch, arcsinh, arccosh, arctanh, arccoth, arcsech, arccsch)
 Các hàm liên tục từng khúc (ash, sign, step, chi, max, min)
 Các hàm số với các biểu thức phức hợp (re, im, conj, phase)
 Các hàm thống kê và xác suất (Giai thừa, Gamma, hoán vị, tổ hợp, các giá trị trung bình, phương sai, độ lệch tiêu chuẩn, đường cong cân bằng, hàm sai số)
 Các hàm tài chính (giá trị tiền mặt, giá trị lãi cuối, số tiền lưu, tính thời gian đã qua)

7. Giải tích

Tính giá trị giới hạn từ trái hoặc phải dưới dạng symbol
 Giới hạn hữu hạn và vô hạn
 Đạo hàm riêng bậc bất kỳ
 Xấp xỉ bằng các chuỗi Fourier và Taylo
 Tính tích phân không xác định và xác định
 Lấy tích phân bằng số gần đúng
 Tính tổng và tích hữu hạn và vô hạn

Ngô Trần Anh giới thiệu