Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.28, S.1 (2012), 88–102

MỘT SỐ VẤN ĐỀ VỀ PHỤ THUỘC ĐA TRỊ TRONG CƠ SỞ DỮ LIỆU MỜ CHỨA DỮ LIỆU NGÔN NGỮ

LÊ XUÂN VINH, TRẦN THIÊN THÀNH

Trường Đại học Quy Nhơn

Email: lexuanvinh@qnu.edu.vn

Tóm tắt. Bài báo đưa ra định nghĩa phụ thuộc đa trị trong cơ sở dữ liệu mờ chứa dữ liệu ngôn ngữ dựa trên quan điểm sử dụng quan hệ tương tự được xây dựng nhờ phân hoạch trên miền trị của thuộc tính ứng với một đại số gia tử thích hợp. Các tính chất của phụ thuộc đa trị mới định nghĩa sẽ được nghiên cứu và cuối cùng một tập các quy tắc suy diễn được chứng minh là đúng đắn và đầy đủ trên một lớp các lược đồ quan hệ thỏa mãn một số điều kiện nhất định.

Abstract. In this paper, we present a definition of fuzzy multivalued dependencies in fuzzy databases with linguistic data based on similarity relation which is built by partitioning the domain of attribute values corresponding to an appropriate hedge algebra. Some properties of fuzzy multivalued dependencies are studied. Finally, the set of inference rules is shown to be sound and complete for a relation scheme class when it satisfies some specified conditions.

1. GIỚI THIỆU

Miền trị của các thuộc tính trong cơ sở dữ liệu (CSDL) quan hệ kinh điển được giả thiết chỉ bao gồm các giá trị rõ. Tuy nhiên, trong thực tế dữ liệu có thể bao hàm những thông tin mờ, không chính xác, thông tin dưới dạng ngôn ngữ. Việc xử lý các thông tin này vượt ra ngoài khả năng của lý thuyết cơ sở dữ liệu kinh điển. Có nhiều cách tiếp cận để giải quyết vấn đề đặt ra như: sử dụng tập mờ [4], dùng phân phối khả năng [12] hoặc sử dụng quan hệ tương tự [2, 11]. Chi tiết hơn, trong [1], các tác giả đã chuyển đổi các giá trị mờ, giá trị rõ về các khoảng số và xây dựng quan hệ gần nhau ngữ nghĩa (semantic proximity) từ kích thước của các khoảng số; từ đó định nghĩa phụ thuộc hàm và phụ thuộc đa trị dựa trên quan hệ này. Trong [11] các tác giả đã biểu diễn thông tin mờ bằng một tập các giá trị rõ và xây dựng quan hệ tương tự từ khoảng cách giữa các tập được biểu diễn. Và phụ thuộc đa trị mờ trên cơ sở dữ liệu ngôn ngữ cũng được các tác giả định nghĩa dựa trên quan hệ bằng nhau ngưỡng α được xây dựng từ một độ đo khoảng cách giữa hai tập mờ trong [5].

Đại số gia tử (ĐSGT) là một trong những cách tiếp cận để xây dựng quan hệ tương tự trên miền trị chứa giá trị ngôn ngữ của thuộc tính. Trong [9], chúng tôi đã đề xuất cách biểu diễn nhiều dạng dữ liệu khác nhau bằng tập các khoảng trong $[0, 1]$ và xây dựng quan hệ tương tự dựa vào các khoảng mờ trên ĐSGT tương ứng với miền trị của thuộc tính. Khi đó, các dạng dữ liệu như số, khoảng, ngôn ngữ cũng như các dạng đặc biệt như "missing", "inapplicable", "at present unknown",...đã được biểu diễn một cách thống nhất và khái niệm bằng nhau mờ mức k được định nghĩa làm cơ sở để xây dựng các quan hệ đối sánh, chuyển các truy vấn mờ sang truy vấn rõ.

Với cách tiếp cận bằng ĐSGT, phụ thuộc hàm mờ trên CSDL mờ chứa dữ liệu ngôn ngữ đã được định nghĩa và nhiều tính chất quan trọng đã được trình bày trong [10]. Tuy nhiên, phụ thuộc đa trị mờ theo cách tiếp cận này vẫn chưa được quan tâm nghiên cứu. Trong bài báo này, trên cơ sở khái niệm bằng nhau mờ mức k chúng tôi đề xuất định nghĩa phụ thuộc đa trị mờ; chứng minh một số tính chất quan trọng của nó và cuối cùng một hệ các quy tắc suy diễn liên quan đến phụ thuộc hàm mờ và phụ thuộc đa trị mờ được chứng minh là đúng đắn và đầy đủ trên lớp các lược đồ quan hệ thỏa mãn một số điều kiện nhất định.

Ngoài phần giới thiệu và kết luận, bài báo được tổ chức như sau: Mục 2 dành cho việc trình bày mô hình CSDL mờ chứa dữ liệu ngôn ngữ và quan hệ bằng nhau mức k; Mục 3 trình bày một số kết quả quan trọng về phụ thuộc hàm mờ; Mục 4 giới thiệu định nghĩa phụ thuộc đa trị mờ và chứng minh tính đúng đắn của một số quy tắc suy diễn; Mục 5 dành cho việc chứng minh tính đầy đủ của một tập các quy tắc suy diễn đối với lớp các lược đồ quan hệ thỏa mãn một số điều kiện nhất định. Nội dung chính của bài báo tập trung ở hai mục 4 và 5.

2. MÔ HÌNH CƠ SỞ DỮ LIỆU MỜ CHỨA DỮ LIỆU NGÔN NGỮ VÀ QUAN HỆ BẰNG NHAU MỨC k

CSDL mờ chứa dữ liệu ngôn ngữ là một tập DB bao gồm $\{U, R_1, R_2, ..., R_m; Const\}$, ở đây $U = \{A_1, A_2, ..., A_n\}$ là không gian các thuộc tính, mỗi R_i là một lược đồ quan hệ, $Const$ là tập các ràng buộc dữ liệu. Gọi miền trị của một thuộc tính A nào đó (trong số các A_i) là $\mathfrak{D}_A$. Đối với một số thuộc tính, ngoài các giá trị thông thường $\mathfrak{D}_A$ còn chứa các khái niệm mờ và những khái niệm này là các phần tử của một ĐSGT. Khi đó $\mathfrak{D}_A$ có hai phần: phần thứ nhất bao gồm các giá trị thông thường được gọi là miền trị tham chiếu, kí hiệu bởi D_A; phần thứ hai bao gồm các giá trị ngôn ngữ của ĐSGT tương ứng với A, kí hiệu bởi $LDom(A)$ (ở đây A đóng vai trò như một biến ngôn ngữ có không gian cơ sở chính là D_A). Thuộc tính như vậy có $LDom(A) \neq \emptyset$ và A được gọi là thuộc tính ngôn ngữ và ta gọi CSDL đang xét là CSDL mờ chứa dữ liệu ngôn ngữ hay gọi tắt là CSDL ngôn ngữ.

Ví dụ 2.1 Một quan hệ R của CSDL ngôn ngữ

Mã NV	**Họ và Tên**	**Tuổi**	**Lương**	**Phụ-cấp**
01	Nguyễn Ngọc Vĩnh	49	*rất-cao*	4.6
02	Lê Văn Ninh	45	7.5	4.2
03	Trần Văn Hùng	27	5.8	[3.2, 3.8]
04	Lê Thị Thanh	*trẻ*	*khá-cao*	4.0
05	Trịnh Thị Tuyết	*rất-trẻ*	4.7	*cao*

Xét thuộc tính *L*ương trong ví dụ trên, giả sử thông tin không đầy đủ, chỉ biết lương cao nhất của nhân viên là 7.5 triệu, thấp nhất bằng 0 (có người không có lương) và không biết được lương chính xác của một số người chỉ biết là đối với các nhân viên đang xét thì họ có lương *r*ất-cao, *k*há-cao, ... Chúng ta thấy rằng *r*ất-cao, *k*há-cao là các khái niệm mờ. Chúng có thể biểu diễn được bằng các tập mờ hoặc ở đây là các giá trị ngôn ngữ của ĐSGT có tập phần tử sinh là {*c*ao, thấp} và tập các gia tử là {*ít, gần, khá, rất*} chẳng hạn. Khi đó miền trị tham chiếu $D_{\text{Lương}} = [0, 7.5]$ và $LDom(L\text{ương}) = \{r\text{ất-cao, khá-cao, ...}\}$. Như vậy, $LDom(A)$ chỉ chứa các giá trị ngôn ngữ là phần tử của ĐSGT tương ứng với thuộc tính A. Những giá trị ngôn ngữ không là phần tử của ĐSGT này không thuộc $LDom(A)$. Các giá trị của thuộc tính *M*ã NV là các giá trị rõ. Các giá trị của thuộc tính *H*ọ và Tên cũng là các giá trị rõ. Chúng là những giá trị ngôn ngữ nhưng không phải là các khái niệm mờ nên không phải là phần tử của ĐSGT. Vì vậy, $LDom(M\text{ã NV}) = \emptyset$ và $LDom(H\text{ọ và Tên}) = \emptyset$.

Trong bài báo này, chúng ta sẽ xét CSDL ngôn ngữ mở rộng chứa các dạng dữ liệu khác như: giá trị khoảng, tập hữu hạn các giá trị rõ, các kiểu dữ liệu không xác định, thiếu, không biết (undefine, inapplicable, missing, unknown) đã đề cập trong [9].

Xét CSDL mờ chứa dữ liệu ngôn ngữ DB với không gian các thuộc tính là U. Một bộ t trên U là một ánh xạ $t : A_1 \times \cdots \times A_n \to \mathfrak{D}_{A_1} \times \cdots \times \mathfrak{D}_{A_n}$. Gọi t và s là hai bộ tùy ý, khi đó $t[A]$ và $s[A]$ là hai giá trị thuộc $\mathfrak{D}_A$.

Chúng ta biết rằng phụ thuộc hàm và phụ thuộc đa trị trong CSDL quan hệ (kinh điển) luôn luôn cần kiểm tra sự bằng nhau của dữ liệu trên miền trị của thuộc tính. Tương tự như vậy, ở đây chúng ta sẽ nhắc lại quan điểm để đánh giá sự bằng nhau giữa $t[A]$ và $s[A]$ trong CSDL ngôn ngữ.

Giả sử ứng với thuộc tính A là ĐSGT tuyến tính, đầy đủ, tự do $\underline{AX} = (\underline{X}, G, C, H, \Phi, \Sigma, \leq)$ (xem chi tiết trong [8]). Với k là một số nguyên dương ($k > 0$), gọi $X_k = \{x \in \underline{X} : |x| = k\}$, tức là tập tất cả các giá trị ngôn ngữ trong $\underline{X}$ mà biểu diễn chính tắc của chúng có độ dài bằng k và rõ ràng $X_{k+1} = \{hx \in \underline{X} : x \in X_k, h \in H\}$. Mỗi $hx \in X_{k+1}$ có một khoảng tính mờ $\mathfrak{I}_{k+1}(hx)$ xác định nhờ hàm fm [8]. Tập tất cả các khoảng $\mathfrak{I}_{k+1}(hx)$ là một phân hoạch trên $[0, 1]$. Lân cận của một giá trị ngôn ngữ thoạt nhìn có thể lấy là một khoảng này, tuy nhiên "kích thước" khoảng mờ của một giá trị ngôn ngữ y phụ thuộc vào độ dài của nó, có khi quá bé, có khi quá lớn không nằm trọn trong một thành phần của phân hoạch. Vì vậy, khái niệm lân cận ngữ nghĩa tối thiểu của y phù hợp hơn được định nghĩa bởi một tập các khoảng rõ phù hợp trên miền trị, ký hiệu là $O_{min,k}(y)$.

Gom cụm các khoảng $\mathfrak{I}_{k+1}(hx)$ một cách thích hợp (chi tiết xem trong [9]) ta có một phân hoạch và dựa trên phân hoạch này chúng ta xác lập một quan hệ tương tự $\mathcal{S}_k$. Hai phần tử sau khi chuẩn hóa từ miền trị vào $[0, 1]$ có giá trị nằm chung trong một lớp tương đương do phân hoạch này sinh ra thì chúng được gọi là bằng nhau mức k.

Như vậy, xét sự bằng nhau giữa $t[A]$ và $s[A]$ có thể dùng Định nghĩa sau đây.

Định nghĩa 2.1. [9] Cho ĐSGT tuyến tính đầy đủ $\underline{\text{AX}}$ và độ mờ fm. Giả sử v_A là một hàm định lượng ngữ nghĩa trên $\underline{AX}$ và; với mỗi k mà $1 \leq k \leq k^*$, $\mathcal{S}_k$ là một quan hệ tương tự mức k trên D_A. Khi đó, với hai bộ t và s tùy ý trên U, hai giá trị $t[A]$ và $s[A]$ trên miền trị $\mathfrak{D}_A$ được gọi là bằng nhau mức k, kí hiệu là $t[A] =_{fm,k} s[A]$ hoặc $t[A] =_k s[A]$, nếu như tồn tại một lớp tương đương $\mathcal{S}_k(u)$ của $\mathcal{S}_k$ sao cho $O_{min,k}(t[A]) \subseteq \mathcal{S}_k(u)$ và $O_{min,k}(s[A]) \subseteq \mathcal{S}_k(u)$.

Dựa trên Định nghĩa này, Mệnh đề 4.5 [9] cho chúng ta tiêu chuẩn kiểm tra sự bằng nhau mức k giữa hai giá trị ngôn ngữ $t[A]$ và $s[A]$ tiện lợi hơn: $t[A] =_k s[A]$ khi và chỉ khi $v(t[A]) \in \mathcal{S}_k(s[A])$ hoặc $v(s[A]) \in \mathcal{S}_k(t[A])$.

Liên quan đến sự bằng nhau của hai giá trị ngôn ngữ với hai mức khác nhau ta có khẳng định sau đây.

Mệnh đề 2.1. *Nếu* $t[A] =_k s[A]$ *thì* $t[A] =_{k'} s[A]$ *với mọi* $k' \leq k$.

Chứng minh. Nếu $k' = k$ thì khẳng định là hiển nhiên, chúng ta sẽ chứng minh cho trường hợp $k' < k$. Giả sử $t[A] =_k s[A]$, khi đó theo Mệnh đề 4.5 [9], $v(t[A]) \in \mathcal{S}_k(s[A])$. Hơn nữa, do $k' < k$ nên $\mathcal{S}_k(s[A]) \subseteq \mathcal{S}_{k'}(s[A])$. Vì vậy $v(t[A]) \in \mathcal{S}_{k'}(s[A])$, tức là $t[A] =_{k'} s[A]$.■

Theo tính chất của ĐSGT, mỗi khoảng mờ mức $k+1$ bao giờ cũng nằm trong một khoảng mờ mức k tức là $\mathfrak{I}_{k+1}(hx) \subseteq \mathfrak{I}_k(x)$. Do đó, phân hoạch mức $k+1$ mịn hơn phân hoạch mức k. Nếu k càng lớn (độ mờ càng nhỏ) thì "kích thước" lớp tương đương của quan hệ tương tự $\mathcal{S}_k$ càng nhỏ dẫn đến điều kiện khi so sánh bằng nhau giữa hai giá trị ngôn ngữ càng chặt. Vì vậy khi $k \to \infty$ thì hai giá trị bằng nhau nếu chúng bằng nhau tuyệt đối theo quan hệ bằng nhau thông thường.

Đối với các thuộc tính rõ (không đề cập đến tính mờ, tính không đầy đủ, không chắc chắn) như mã nhân viên, họ tên nhân viên trong Ví dụ 2.1 và các thuộc tính mà miền giá trị của nó không chứa giá trị ngôn ngữ là các khái niệm mờ thì mức k của thuộc tính là ∞. Khi so sánh, ta sử dụng quan hệ bằng nhau thông thường, không xây dựng ĐSGT.

Mức k trên miền trị của mỗi thuộc tính có thể khác nhau, ứng với thuộc tính A ta viết là k_A.

Một tập $\{k_A | A \in U\}$ sẽ được kí hiệu là $\mathfrak{K}_U$ hoặc cho gọn là $\mathfrak{K}$. Chẳng hạn, trong Ví dụ 2.1 ta có thể chọn một mức $\mathfrak{K} = (\infty, \infty, 1, 2, 2)$. Các số 1, 2, 2 là ba mức tùy chọn tương ứng với ba thuộc tính cuối. Nếu chọn là 1 thì mỗi cụm trong phân hoạch của miền trị sẽ là hợp của các khoảng mờ của một số giá trị ngôn ngữ độ dài 2, nếu chọn là 2 thì mỗi cụm trong phân hoạch của miền trị sẽ là hợp của các khoảng mờ của một số giá trị ngôn ngữ độ dài 3 (xem chi tiết trong [9]). Với $X \subseteq U$, kí hiệu $\mathfrak{K}_X$ chỉ cho sự thu hẹp $\mathfrak{K}$ từ U xuống X (hay xem như là một phép chiếu $\mathfrak{K}$ xuống X).

Từ Định nghĩa 2.1, chúng ta có khái niệm bằng nhau của hai bộ trên tập thuộc tính $X \subseteq U$.

Định nghĩa 2.2. Cho $\mathfrak{K} = \{k_A | A \in U\}$, $k_A > 0$ với mọi $A \in U$ và $X \subseteq U$. Hai bộ t và s được gọi là bằng nhau mức $\mathfrak{K}$ trên X nếu như $t[A] =_{k_A} s[A]$ với mọi $A \in X$.

Cho $\mathfrak{K}_X = \{k_A | A \in X\}$ và $\mathfrak{K}'_X = \{k'_A | A \in X\}$ là hai mức tương tự trên X, ta nói $\mathfrak{K}_X \geq \mathfrak{K}'_X$ hoặc là $\mathfrak{K}'_X \leq \mathfrak{K}_X$ nếu và chỉ nếu $k_A \geq k'_A$ với mọi $A \in X$. Từ Mệnh đề 2.1, ta suy ra $t =_k s$ thì $t =_{k'} s$ với mọi $k' \leq k$.

Giả sử $X, Y \subseteq U$ đang được xét với mức $\mathfrak{K}_X = \{k_A | A \in X\}$ và $\mathfrak{K}'_Y = \{k'_B | B \in Y\}$ tương ứng. Mở rộng của $\mathfrak{K}_X$ và $\mathfrak{K}'_Y$, kí hiệu là $\mathfrak{K}_X \vee \mathfrak{K}'_Y$, dùng để chỉ mức tương tự trong $X \cup Y$ theo nghĩa $\mathfrak{K}_X \vee \mathfrak{K}_Y = \mathfrak{K}_{X-Y} \cup \mathfrak{K}'_{Y-X} \cup \mathfrak{K}''_Z$, trong đó $Z = X \cap Y$ và $\mathfrak{K}''_Z = \{k_A \vee k'_A | A \in Z\}$, ở đây $k_A \vee k'_A = \max(k_A, k'_A)$. Trường hợp $k_A = k'_A$ với mọi $A \in Z$ thì ta nói $\mathfrak{K}_X$ và $\mathfrak{K}'_Y$ tương thích nhau trên Z và khi đó ta dùng kí hiệu $\mathfrak{K}_X \cup \mathfrak{K}_Y$ thay cho $\mathfrak{K}_X \vee \mathfrak{K}_Y$.

Trong bài báo này, kí hiệu $\mathfrak{K}_X \wedge \mathfrak{K}'_Y$ dùng để chỉ cho $\mathfrak{K}_{X-Y} \cup \mathfrak{K}'_{Y-X} \cup \mathfrak{K}''_Z$, trong đó $Z = X \cap Y$ và $\mathfrak{K}''_Z = \{k_A \wedge k'_A | A \in Z\}$, ở đây $k_A \wedge k'_A = \min(k_A, k'_A)$.

3. PHỤ THUỘC HÀM MỜ TRÊN CƠ SỞ DỮ LIỆU NGÔN NGỮ

Chúng ta biết rằng trong số các loại phụ thuộc dữ liệu, phụ thuộc hàm là loại quan trọng và được nghiên cứu nhiều nhất. Phụ thuộc hàm đóng vai trò quan trọng trong việc thiết kế cơ sở dữ liệu. "Những sinh viên có học lực ngang nhau thường có kết quả học tập giống nhau" là một ví dụ của phụ thuộc hàm trong CSDL ngôn ngữ. So sánh "ngang nhau", "giống nhau" rõ ràng không phải là quan hệ bằng nhau thông thường như dữ liệu rõ. Chúng là các khái niệm mờ và phụ thuộc hàm mờ là ràng buộc tất yếu được sử dụng trong ngữ cảnh này.

Định nghĩa 3.1. [10] Cho DB là một cơ sở dữ liệu ngôn ngữ và R là một lược đồ quan hệ của DB với tập thuộc tính U. Với $X, Y \subseteq U$ và $\mathfrak{K}$ là một mức tương tự trên U, ta nói Y phụ thuộc hàm mờ vào X mức $\mathfrak{K}$ trên lược đồ quan hệ R, kí hiệu $f = X \rightarrow_{\mathfrak{K}} Y$, nếu với mọi quan hệ $r \in R$:

$$(\forall t, s \in r)(t[X] =_{\mathfrak{K}} s[X] \Rightarrow t[Y] =_{\mathfrak{K}} s[Y])$$

Theo đó, lược đồ quan hệ R sẽ không thỏa phụ thuộc hàm mờ f nếu tồn tại $r \in R$ không thỏa f. Phụ thuộc hàm mờ theo Định nghĩa 3.1 không phải là mở rộng tầm thường của khái niệm phụ thuộc hàm trong CSDL quan hệ kinh điển. Nếu $X \rightarrow Y$ là một phụ thuộc hàm thì nói chung không thể suy ra $X \rightarrow_{\mathfrak{K}} Y$ là phụ thuộc hàm mờ mức $\mathfrak{K}$ nào đó; một quan hệ r có các bộ đôi một khác nhau trên X đồng thời cũng khác nhau trên Y là ví dụ cho trường hợp này. Ngược lại, nếu $X \rightarrow_{\mathfrak{K}} Y$ là một phụ thuộc hàm mờ thì nói chung không thể suy ra $X \rightarrow Y$ là phụ thuộc hàm. Ví dụ hai bộ $(a, b), (a, b_1) \in X \times Y$ với $b \neq b_1$ nhưng $b =_{\mathfrak{K}} b_1$.

Giả sử F là một tập các phụ thuộc hàm mờ trên R. Phụ thuộc hàm mờ $f = X \rightarrow_{\mathfrak{K}} Y$ được gọi là hệ quả logic của F nếu như với bất kỳ $r \in R$, r thỏa các phụ thuộc hàm mờ trong F thì r cũng thỏa f và kí hiệu là $F \vdash f$; tập các hệ quả logic suy ra từ F sẽ được kí hiệu là F^*, tức $F^* = \{f | F \vdash f\}$. Tuy nhiên, chứng minh $f \in F^*$ theo định nghĩa là một bài toán có độ phức tạp hàm mũ theo số thuộc tính trong XY. Vì vậy, một tập các quy tắc suy diễn được đề nghị trong [10] để giải quyết bài toán này một cách hiệu quả hơn:

(K1) Phản xạ: $X \rightarrow_{\mathfrak{K}} Y$ *nếu* $Y \subseteq X$;
(K2) Mở rộng: $X \rightarrow_{\mathfrak{K}} Y \Rightarrow XZ \rightarrow_{\underline{\mathfrak{K}}} YZ$, *với mọi* $Z \subseteq U$ *và* $\underline{\mathfrak{K}}$ *là mở rộng của* $\mathfrak{K}$ *trên* XYZ;
(K3) Giảm mức: $X \rightarrow_{\mathfrak{K}} Y \Rightarrow X \rightarrow_{\mathfrak{K}'} Y$ *nếu* $\mathfrak{K}'_X = \mathfrak{K}_X$ *và* $\mathfrak{K}'_Y \leq \mathfrak{K}_Y$;
(K4) Bắc cầu: $X \rightarrow_{\mathfrak{K}} Y, Y \rightarrow_{\mathfrak{K}'} Z \Rightarrow X \rightarrow_{\mathfrak{K} \vee \mathfrak{K}'} Z$ *với* $\mathfrak{K}'_Y \leq \mathfrak{K}_Y$.

Một phụ thuộc hàm mờ f được gọi là suy diễn được từ F bởi các quy tắc suy diễn (K1)-(K4), kí hiệu $F \models f$, nếu như tồn tại một dãy các phụ thuộc hàm mờ $f_1, ..., f_m = f$ sao cho với mỗi $1 \leq i \leq m$, hoặc $f_i \in F$ hoặc f_i suy diễn được từ các phụ thuộc hàm mờ trong $\{f_1, ..., f_{i-1}\}$ bởi (K1)-(K4). Tập tất cả các phụ thuộc hàm mờ được suy diễn từ F bởi (K1)-(K4) được kí hiệu là F^+. Tập các quy tắc suy diễn (K1)-(K4) đã được chứng minh là đúng đắn và đầy đủ [10], tức là $F^+ \subseteq F^*$ và ngược lại $F^* \subseteq F^+$.

Định lý 3.1. [10] *Giả sử F là một tập phụ thuộc hàm. Khi đó F^+ có những tính chất sau:*

(i) $X \rightarrow_{\mathfrak{K}} Y \in F^+ \Rightarrow X \rightarrow_{\mathfrak{K}} A \in F^+, \forall A \in Y$.

(ii) $(X \rightarrow_{\mathfrak{K}} Y \in F^+, X \rightarrow_{\mathfrak{K}'} Z \in F^+) \Rightarrow X \rightarrow_{\mathfrak{K} \cup \mathfrak{K}'} YZ \in F^+$, *với điều kiện* $\mathfrak{K}_X = \mathfrak{K}'_X$.

(iii) $(X \rightarrow_{\mathfrak{K}} Y \in F^+, V \rightarrow_{\mathfrak{K}'} W \in F^+) \Rightarrow XV \rightarrow_{\mathfrak{K} \vee \mathfrak{K}'} YW \in F^+$, *với điều kiện* $\mathfrak{K}'_{Y \cap VW} \leq \mathfrak{K}_{Y \cap VW}$.

(iv) Đặt $G = \{X \to_{\mathfrak{K}} A | X \to_{\mathfrak{K}} Y \in F$ *và* $A \in Y\}$. *Khi đó,* $G^+ = F^+$.

Từ các quy tắc suy diễn (K1)-(K4) và Định lý 3.1 ta suy ra một số quy tắc khác. Để tiện cho việc trình bày phần sau của bài báo, chúng ta sẽ đánh số các quy tắc trong mệnh đề sau là (K11), (K12), (K13).

Mệnh đề 3.1. *Các quy tắc suy diễn (K11), (K12), (K13) sau đây là đúng đắn*
(K11) Quy tắc hợp: $\{X \to_{\mathfrak{K}} Y, X \to_{\mathfrak{K}'} Z\} \models X \to_{\mathfrak{K} \cup \mathfrak{K}'} YZ$ *với* $\mathfrak{K}_X = \mathfrak{K}'_X$.
(K12) Quy tắc giả bắc cầu: $\{X \to_{\mathfrak{K}} Y, WY \to_{\mathfrak{K}'} Z\} \models WX \to_{\mathfrak{K} \vee \mathfrak{K}'} Z$ *với* $\mathfrak{K}'_Y \leq \mathfrak{K}_Y$.
(K13) Quy tắc tách: Nếu $X \to_{\mathfrak{K}} Y$ *và* $Z \subseteq Y$ *thì* $X \to_{\mathfrak{K}} Z$.

Chứng minh. (K11) chính là khẳng định (ii) của Định lý 3.1, ta sẽ chứng minh các quy tắc còn lại.

(K12) Từ giả thiết $X \to_{\mathfrak{K}} Y$ và (K2) ta suy ra $WX \to_{\mathfrak{K}} WY$ với mở rộng tùy của $\mathfrak{K}$ lên W, chẳng hạn lấy $\mathfrak{K}_W = \mathfrak{K}'_W$. Kết hợp với điều kiện $\mathfrak{K}'_Y \leq \mathfrak{K}_Y$ ta có $\mathfrak{K}'_{YW} \leq \mathfrak{K}_{YW}$. Vì vậy theo giả thiết $WY \to_{\mathfrak{K}'} Z$ và sử dụng (K4) ta thu được $WX \to_{\mathfrak{K} \vee \mathfrak{K}'} Z$.

(K13) Dễ dàng suy ra được bằng cách sử dụng (K1) và (K4).

4. PHỤ THUỘC ĐA TRỊ MỜ TRÊN CƠ SỞ DỮ LIỆU NGÔN NGỮ

Trong CSDL kinh điển, phụ thuộc đa trị được nghiên cứu với mục đích tránh một dạng dư thừa khi mà hai tập thuộc tính độc lập lại phụ thuộc ngữ nghĩa vào một tập thuộc tính khác. "Khi nhiều sinh viên cùng thực hiện chung một đề tài, nếu một sinh viên được cho điểm 9 thì tất cả các sinh viên còn lại cùng thực hiện đề tài đó đều được cho điểm 9". Như vậy, sinh viên và điểm là hai thuộc tính độc lập phụ thuộc vào đề tài. Vấn đề cũng xảy ra trong CSDL ngôn ngữ, với ràng buộc mềm dẻo hơn, chẳng hạn "Khi nhiều sinh viên cùng thực hiện chung một đề tài, nếu một sinh viên được điểm 9 thì mỗi sinh viên còn lại cùng thực hiện đề tài đó đều có mức điểm tương đương với điểm 9". Trên quan điểm bằng nhau mức k đã nói trong Mục 2, chúng ta sẽ đưa ra định nghĩa phụ thuộc đa trị mờ trong CSDL ngôn ngữ và nghiên cứu những vấn đề đặt ra.

Xét lược đồ quan hệ R của một CSDL ngôn ngữ DB với tập thuộc tính $U = \{A_1, ..., A_n\}$, trong đó $n \geq 3$. Để cho gọn ta sẽ dùng kí hiệu XY chỉ cho $X \cup Y$ đối với hai tập con tùy ý $X, Y \subseteq U$.

Định nghĩa 4.1. Cho DB là cơ sở dữ liệu ngôn ngữ và R là một lược đồ quan hệ của DB với tập thuộc tính U. Giả sử $X, Y \subseteq U$, $Z = U - XY$ và $\mathfrak{K}$ là một mức tương tự trên U. Ta nói R thỏa phụ thuộc đa trị mờ $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$ nếu như với mọi $r \in R$, bất kỳ hai bộ $t_1, t_2 \in r$ có $t_1[X] =_{\mathfrak{K}} t_2[X]$ thì trong r cũng tồn tại bộ t_3 với $t_3[X] =_{\mathfrak{K}} t_1[X]$, $t_3[Y] =_{\mathfrak{K}} t_1[Y]$, $t_3[Z] =_{\mathfrak{K}} t_2[Z]$.

Ví dụ 4.1 Xét quan hệ r như sau:

Tên đề tài (T)	Sinh viên (S)	Điểm (Đ)
CSDL1	A	9
CSDL1	B	rất-tốt
CSDL2	C	8
CSDL2	D	khá-tốt

Tên đề tài (T) và sinh viên (S) là các thuộc tính rõ, điểm (Đ) là thuộc tính mờ. Trong miền trị của điểm có chứa *rất tốt*, khá tốt. Đây là các khái niệm mờ biểu diễn được bằng các phần tử của ĐSGT. Do đó $LDom(Đ) \neq \emptyset$ và điểm là thuộc tính ngôn ngữ. Giả sử miền trị tham chiếu của Điểm, $D(Đ) = [0, 10]$. Chúng ta sẽ xây dựng ĐSGT tuyến tính $\underline{AX} = (X, G, C, H, \leq)$ để biểu diễn cho $LDom(Đ)$ như sau: $G = \{tốt,\ xấu\}$, $C = \{0, W, 1\}$, $H = H^- \cup H^+ = \{gần,\ ít\} \cup \{khá,\ rất\}$, trong đó $ít > gần$ và $rất > khá$; các tham số mờ $fm(\text{tốt}) = fm(\text{xấu}) = W = 0.5$, $\mu(\text{gần}) = \mu(ít) = \mu(\text{khá}) = \mu(\text{rất}) = 0.25$. Giả sử mức tương tự của thuộc tính điểm được chọn bằng 1.

Trước tiên, chúng ta tính giá trị định lượng của các giá trị ngôn ngữ và chuyển đổi lên miền trị tham chiếu $D(Đ) = [0, 10]$ với hệ số $r = 10$ bằng hàm định lượng ngữ nghĩa [8]:

$v_r(\text{tốt}) = [W + 0.5 \times fm(\text{tốt})] \times 10 = [0.5 + 0.5 \times 0.5] \times 10 = 7.5$

$v_r(ít\text{-}tốt) = [W + 0.5 \times fm(ít\text{-}tốt)] \times 10 = [0.5 + 0.5 \times 0.25 \times 0.5] \times 10 = 5.625$

$v_r(\text{gần-tốt}) = [W + fm(ít\text{-}tốt) + 0.5 \times fm(\text{gần-tốt})] \times 10 = [0.5 + 0.25 \times 0.5 + 0.5 \times 0.25 \times 0.5] \times 10 = 6.875$

$v_r(\text{khá-tốt}) = v_r(\text{tốt}) + 0.5 \times fm(\text{khá-tốt}) \times 10 = 7.5 + [0.5 \times 0.25 \times 0.5] \times 10 = 8.125$

$v_r(\text{rất-tốt}) = 100 - 0.5 \times fm(\text{rất-tốt}) \times 10 = 100 - 0.5 \times 0.25 \times 0.5 \times 10 = 9.375$

Bây giờ, chúng ta tính một số khoảng tương tự trên [0,10] tạo thành bởi các khoảng mờ của các giá trị ngôn ngữ có độ dài 2, chứa các giá trị cần xét:

$\mathcal{S}_{1,r}(\text{tốt}) = \mathfrak{I}_r(\text{gần-tốt}) \cup \mathfrak{I}_r(\text{khá-tốt}) = (7.5 - 0.25 \times 0.5 \times 10, 7.5 + 0.25 \times 0.5 \times 10] = (6.25, 8.75]$

$\mathcal{S}_{1,r}(\text{rất-tốt}) = (10 - 0.25 \times 0.5 \times 10, 10] = (8.75, 10]$

$\mathcal{S}_{1,r}(ít\text{-}tốt) = (0.5 \times 10, 0.5 \times 10 + 0.25 \times 0.5 \times 10] = (5, 6.25]$

Cuối cùng, nếu chọn $k = 1$ thì quan hệ tương tự $\mathcal{S}_1$ đã phân hoạch nửa trên miền trị tham chiếu của thuộc tính điểm thành các khoảng $(5, 6.25], (6.25, 8.75], (8.75, 10]$ chứa *ít-tốt*, khá-tốt, rất-tốt tương ứng. So sánh với giá trị định lượng đã tính ở trên, ta suy ra rất-tốt $=_k 9$, khá-tốt $=_k 8$, khá-tốt $\neq_k 9$.

Như vậy, nếu chọn mức $\mathfrak{K} = (\infty, \infty, 1)$ thì quan hệ r đã cho thỏa phụ thuộc đa trị mờ T $\rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}}$ S (và T $\rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}}$ Đ). Khi thay điểm của sinh viên C bằng 9 thì quan hệ thu được không thỏa T $\rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}}$ S (do khá-tốt $\neq_k 9$). Rõ ràng r không thỏa T $\rightarrow\rightarrow$ S theo định nghĩa phụ thuộc đa trị trong CSDL quan hệ kinh điển. Và ví dụ đã minh họa một kiểu ràng buộc mờ "Những sinh viên cùng thực hiện chung đề tài thì điểm của tất cả các sinh viên đó phải tương đương nhau".

Nhận xét 4.1 Do vai trò của t_1 và t_2 trong Định nghĩa 4.1 như nhau và giả thiết $t_1[X] =_{\mathfrak{K}} t_2[X]$ nên nếu r thỏa phụ thuộc đa trị mờ như trên thì trong r cũng tồn tại một bộ t_4 với $t_4[X] =_{\mathfrak{K}} t_1[X]$, $t_4[Y] =_{\mathfrak{K}} t_2[Y]$, $t_4[Z] =_{\mathfrak{K}} t_1[Z]$.

Chúng ta cũng quy ước rằng kí hiệu $t_1[X] =_{\mathfrak{K}} t_2[X]$ đồng nghĩa với phát biểu t_1 bằng t_2 mức $\mathfrak{K}$ trên X, với bất kỳ $X \subseteq U$. Tương tự như trường hợp phụ thuộc hàm, bây giờ chúng ta sẽ đưa ra một số quy tắc suy diễn cho phụ thuộc đa trị mờ.

Mệnh đề 4.1. *Tập các quy tắc suy diễn (K5)-(K10) sau đây là đúng đắn:*

(K5) $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y \Rightarrow X \to\to_{\mathfrak{K}'} Y$ *với mọi* $\mathfrak{K}'$ *sao cho* $\mathfrak{K}'_X = \mathfrak{K}_X$ *và* $\mathfrak{K}'_{U-X} \leq \mathfrak{K}_{U-X}$.

(K6) $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y \Leftrightarrow X \to\to_{\mathfrak{K}} (U - XY)$.

(K7) Mở rộng $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$, $Z \subseteq W \Rightarrow XW \to\to_{\mathfrak{K}} YZ$.

(K8) $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$, $Y \to\to_{\mathfrak{K}'} Z \Rightarrow X \to\to_{\mathfrak{K}''} Z - Y$ *với* $\mathfrak{K}'_X = \mathfrak{K}_X$, $\mathfrak{K}'_Y \leq \mathfrak{K}_Y$ *và* $\mathfrak{K}'' = \mathfrak{K} \wedge \mathfrak{K}'$.

(K9) $X \to_{\mathfrak{K}} Y \Rightarrow X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$.

(K10) Nếu $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$ *và* $Z \subseteq Y$, $W \cap Y = \emptyset$, $\mathfrak{K}_X = \mathfrak{K}'_X$, $\mathfrak{K}'_{U-X} \leq \mathfrak{K}_{U-X}$ *thì* $W \to_{\mathfrak{K}'} Z$ *kéo theo* $X \to_{\mathfrak{K}'} Z$.

Chứng minh. (K5) Giả sử tồn tại một quan hệ $r \in R(U)$ thỏa $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$ nhưng không thỏa $X \to\to_{\mathfrak{K}'} Y$ với $\mathfrak{K}'_X = \mathfrak{K}_X$ và $\mathfrak{K}'_{U-X} \leq \mathfrak{K}_{U-X}$. Khi đó tồn tại $t_1, t_2 \in r$ có $t_1[X] =_{\mathfrak{K}'} t_2[X]$ nhưng trong r không tồn tại một bộ r_3 nào thỏa mãn $r_3[X] =_{\mathfrak{K}'} t_1[X]$, $r_3[Y] =_{\mathfrak{K}'} t_1[Y]$, $r_3[U - XY] =_{\mathfrak{K}'} t_2[U - XY]$. Ta sẽ chứng minh điều này vô lý.

Thật vậy, vì $\mathfrak{K}'_X = \mathfrak{K}_X$ nên $t_1[X] =_{\mathfrak{K}} t_2[X]$. Do r thỏa $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$ nên trong r tồn tại một bộ t_3 có $t_3[X] =_{\mathfrak{K}} t_1[X]$, $t_3[Y] =_{\mathfrak{K}} t_1[Y]$, $t_3[U - XY] =_{\mathfrak{K}} t_2[U - XY]$ thuộc r. Từ giả thiết $\mathfrak{K}_{U-X} \geq \mathfrak{K}'_{U-X}$ và Mệnh đề 2.1, ta suy ra $t_3[X] =_{\mathfrak{K}'} t_1[X]$, $t_3[Y] =_{\mathfrak{K}'} t_1[Y]$, $t_3[U - XY] =_{\mathfrak{K}'} t_2[U - XY]$, thỏa các điều kiện của r_3 lại thuộc r. Điều này mâu thuẫn với giả thiết phản chứng. Vậy $X \to\to_{\mathfrak{K}'} Y$.

(K6) $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y \Leftrightarrow X \to\to_{\mathfrak{K}} (U - XY)$:

Đặt $Z = U - XY$. Xét bất kỳ quan hệ $r \in R$ và hai bộ $t_1, t_2 \in r$ có $t_1[X] =_{\mathfrak{K}} t_2[X]$. Vì $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$ nên theo Nhận xét 4.1, tồn tại $t_3 \in r$ với

$$t_3[X] =_{\mathfrak{K}} t_2[X], t_3[Y] =_{\mathfrak{K}} t_2[Y], t_3[Z] =_{\mathfrak{K}} t_1[Z]$$

Vì $t_2[X] =_{\mathfrak{K}} t_1[X]$ nên $t_3[X] =_{\mathfrak{K}} t_1[X]$ và vì vậy t_3 có

$$t_3[X] =_{\mathfrak{K}} t_1[X], t_3[Z] =_{\mathfrak{K}} t_1[Z], t_3[Y] = t_2[Y]$$

và $t_3 \in r$. Theo Định nghĩa 4.1, $X \to\to_{\mathfrak{K}} Z$. Vì vai trò của Y và Z như nhau nên ta cũng suy ra được nếu $X \to\to_{\mathfrak{K}} Z$ thì $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$.

(K7) $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$, $Z \subseteq W \Rightarrow XW \to\to_{\mathfrak{K}} YZ$:

Giả sử tồn tại quan hệ $r \in R$ và hai bộ $t_1, t_2 \in r$ có $t_1[XW] =_{\mathfrak{K}} t_2[XW]$ nhưng bất kỳ bộ r_3 thỏa mãn

$$r_3[XW] =_{\mathfrak{K}} t_1[XW], r_3[YZ] =_{\mathfrak{K}} t_1[YZ], r_3[U - XYWZ] =_{\mathfrak{K}} t_2[U - XYWZ]$$

lại không thuộc r. Chúng ta sẽ tìm mâu thuẫn từ giả thiết này.

Thật vậy, $t_1[XW] =_{\mathfrak{K}} t_2[XW]$ kéo theo $t_1[X] =_{\mathfrak{K}} t_2[X]$. Do $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$ nên tồn tại $t_3 \in r$ có

$$t_3[X] =_{\mathfrak{K}} t_1[X], t_3[Y] =_{\mathfrak{K}} t_1[Y], t_3[U - XY] =_{\mathfrak{K}} t_2[U - XY]$$

Từ hai đẳng thức đầu suy ra $t_3[XY \cap W] =_{\mathfrak{K}} t_1[XY \cap W]$. Ta lại có

$$t_3[U - XY] =_{\mathfrak{K}} t_2[U - XY] \Rightarrow t_3[W - XY] =_{\mathfrak{K}} t_2[W - XY]$$

và

$$t_1[XW] =_{\mathfrak{K}} t_2[XW] \Rightarrow t_1[W] =_{\mathfrak{K}} t_2[W] \Rightarrow t_1[W - XY] =_{\mathfrak{K}} t_2[W - XY]$$

Do đó, $t_3[W - XY] =_{\mathfrak{K}} t_1[W - XY]$. Điều này kết hợp với $t_3[XY \cap W] =_{\mathfrak{K}} t_1[XY \cap W]$ ta suy ra $t_3[W] =_{\mathfrak{K}} t_1[W]$. Và vì vậy $t_3[XW] =_{\mathfrak{K}} t_1[XW]$ và $t_3[Z] =_{\mathfrak{K}} t_1[Z]$ do $Z \subseteq W$. Kết hợp với $t_3[Y] =_{\mathfrak{K}} t_1[Y]$ ta có $t_3[YZ] =_{\mathfrak{K}} t_1[YZ]$.

Bây giờ từ $t_3[U - XY] =_{\mathfrak{K}} t_2[U - XY]$ dễ dàng suy ra được $t_3[U - XYWZ] =_{\mathfrak{K}} t_2[U - XYWZ]$. Như vậy, t_3 thỏa các điều kiện của r_3 và $t_3 \in r$. Điều này mâu thuẫn với giả thiết phản chứng. Vậy $XW \to\to_{\mathfrak{K}} YZ$.

(K8) $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$, $Y \to\to_{\mathfrak{K}'} Z \Rightarrow X \to\to_{\mathfrak{K}''} Z - Y$ với điều kiện $\mathfrak{K}_X = \mathfrak{K}'_X$, $\mathfrak{K}_Y \geq \mathfrak{K}'_Y$và $\mathfrak{K}'' = \mathfrak{K} \wedge \mathfrak{K}'$:

Giả sử tồn tại $r \in R$ và hai bộ $t_1, t_2 \in r$ có $t_1[X] =_{\mathfrak{K}''} t_2[X]$ nhưng bất kỳ bộ r_3 thỏa mãn

$$r_3[X] =_{\mathfrak{K}''} t_1[X], r_3[Z - Y] =_{\mathfrak{K}''} t_1[Z - Y], r_3[U - X(Z - Y)] =_{\mathfrak{K}''} t_2[U - X(Z - Y)]$$

lại không thuộc r.

Vì $\mathfrak{K}''_X = \mathfrak{K}_X$ nên $t_1[X] =_{\mathfrak{K}} t_2[X]$; theo giả thiết $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$ và Nhận xét 4.1, tồn tại một bộ $t_3 \in r$ có

$$t_3[X] =_{\mathfrak{K}} t_1[X], t_3[Y] =_{\mathfrak{K}} t_2[Y], t_3[U - XY] =_{\mathfrak{K}} t_1[U - XY]$$

Từ $\mathfrak{K}''_X = \mathfrak{K}_X$, $\mathfrak{K}'_Y \leq \mathfrak{K}_Y$ và $\mathfrak{K}'' = \mathfrak{K} \wedge \mathfrak{K}'$ ta suy ra $\mathfrak{K}'_Y = \mathfrak{K}''_Y$ và $\mathfrak{K}''_{U-Y} \leq \mathfrak{K}'_{U-Y}$ nên theo (K5) ta có $Y \to\to_{\mathfrak{K}''} Z$, và vì vậy tồn tại $t_4 \in r$ có

$$t_4[Y] =_{\mathfrak{K}''} t_2[Y], t_4[Z] =_{\mathfrak{K}''} t_3[Z], t_4[U - YZ] =_{\mathfrak{K}''} t_2[U - YZ]$$

Ta sẽ chứng minh một số khẳng định sau đây:

+ $t_4[X] =_{\mathfrak{K}''} t_1[X]$: Thật vậy, từ $t_4[Z] =_{\mathfrak{K}''} t_3[Z], t_3[X] =_{\mathfrak{K}} t_1[X]$ và $\mathfrak{K}_X = \mathfrak{K}''_X$, ta suy ra

$$t_4[X \cap Z] =_{\mathfrak{K}''} t_1[X \cap Z]$$

Hơn nữa, từ $t_4[U - YZ] =_{\mathfrak{K}''} t_2[U - YZ]$, $t_4[Y] =_{\mathfrak{K}''} t_2[Y]$ và $t_1[X] =_{\mathfrak{K}''} t_2[X]$, ta lại có

$$t_4[X - Z] =_{\mathfrak{K}''} t_1[X - Z]$$

Vì vậy, $t_4[X] =_{\mathfrak{K}''} t_1[X]$.

+ $t_4[Z - Y] =_{\mathfrak{K}''} t_1[Z - Y]$: Thật vậy, $t_4[Z] =_{\mathfrak{K}''} t_3[Z] \Rightarrow t_4[Z - Y] =_{\mathfrak{K}''} t_3[Z - Y]$. Hơn nữa, từ

$$t_3[X] =_{\mathfrak{K}} t_1[X], t_3[U - XY] =_{\mathfrak{K}} t_1[U - XY] \text{ và } \mathfrak{K}'' = \mathfrak{K} \wedge \mathfrak{K}'$$

ta suy ra $t_3[Z - Y] =_{\mathfrak{K}''} t_1[Z - Y]$. Vậy $t_4[Z - Y] =_{\mathfrak{K}''} t_1[Z - Y]$.

+ $t_4[U - X(Z - Y)] =_{\mathfrak{K}''} t_2[U - X(Z - Y)]$: Vì $t_4[Z] =_{\mathfrak{K}''} t_3[Z]$ theo giả thiết và $t_3[Y] =_{\mathfrak{K}} t_2[Y] \Rightarrow t_3[Y] =_{\mathfrak{K}''} t_2[Y]$ nên

$$t_4[Y \cap Z] =_{\mathfrak{K}''} t_2[Y \cap Z]$$

Để ý rằng $(U - X(Z - Y)) \cap Z = (Y \cap Z) - X$, cho nên

$$t_4[(U - X(Z - Y)) \cap Z] =_{\mathfrak{K}''} t_2[(U - X(Z - Y)) \cap Z]$$

Hơn nữa, ta cũng có bao hàm tập hợp $(U - X(Z - Y)) - Z \subseteq (U - YX) \cup Y$ và theo giả thiết $t_4[Y] =_{\mathfrak{K}''} t_2[Y], t_4[U - YZ] =_{\mathfrak{K}''} t_2[U - YZ]$ nên

$$t_4[(U - X(Z - Y)) - Z] =_{\mathfrak{K}''} t_2[(U - X(Z - Y)) - Z]$$

Vậy $t_4[U - X(Z - Y)] =_{\mathfrak{K}''} t_2[U - X(Z - Y)]$.

Như vậy, t_4 thỏa mãn các điều kiện của r_3 và $t_4 \in r$. Điều này mâu thuẫn với giả thiết phản chứng. Vậy $X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}''} Z - Y$.

(K9) $X \rightarrow_{\mathfrak{K}} Y \Rightarrow X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} Y$: Giả sử tồn tại $r \in R(U)$ thỏa $X \rightarrow_{\mathfrak{K}} Y$ nhưng không thỏa $X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} Y$, nghĩa là tồn tại $t_1, t_2 \in r$ có $t_1[X] =_{\mathfrak{K}} t_2[X]$ nhưng bất kỳ bộ r_3 thỏa mãn $r_3[X] =_{\mathfrak{K}} t_1[X]$, $r_3[Y] =_{\mathfrak{K}} t_1[Y]$, $r_3[U - XY] =_{\mathfrak{K}} t_2[U - XY]$ lại không thuộc r.

Xét bộ t_2, ta có $t_2[X] =_{\mathfrak{K}} t_1[X]$, $t_2[Y] =_{\mathfrak{K}} t_1[Y]$ vì $X \rightarrow_{\mathfrak{K}} Y$ và hiển nhiên $t_2[U - XY] =_{\mathfrak{K}} t_2[U - XY]$. Như vậy t_2 thỏa các điều kiện của r_3 và $t_2 \in r$. Điều này mâu thuẫn với giả thiết phản chứng. Vậy $X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} Y$.

(K10) Nếu $X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} Y$ và $Z \subseteq Y$, $W \cap Y = \emptyset$, $\mathfrak{K}_X = \mathfrak{K}'_X$, $\mathfrak{K}_{U-X} \geq \mathfrak{K}'_{U-X}$ thì $W \rightarrow_{\mathfrak{K}'} Z$ kéo theo $X \rightarrow_{\mathfrak{K}'} Z$:

Giả sử $r \in R(U)$ thỏa $X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} Y$ và $W \rightarrow_{\mathfrak{K}'} Z$, ở đây $Z \subseteq Y$ và $W \cap Y = \emptyset$ nhưng r không thỏa $X \rightarrow_{\mathfrak{K}'} Z$; nghĩa là tồn tại $t_1, t_2 \in r$ có $t_1[X] =_{\mathfrak{K}'} t_2[X]$ nhưng $t_1[Z] \neq_{\mathfrak{K}'} t_2[Z]$.

Do $X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} Y$ và $\mathfrak{K}_X = \mathfrak{K}'_X$ nên tồn tại $t_4 \in r$ có

$$t_4[X] =_{\mathfrak{K}} t_1[X], t_4[Y] =_{\mathfrak{K}} t_2[Y], t_4[U - XY] =_{\mathfrak{K}} t_1[U - XY]$$

Kết hợp các khẳng định này với giả thiết $W \cap Y = \emptyset$, ta suy ra $t_4[W] =_{\mathfrak{K}} t_1[W]$.

Từ $t_4[Y] =_{\mathfrak{K}} t_2[Y]$ và $Z \subseteq Y$, ta có $t_4[Z] =_{\mathfrak{K}} t_2[Z]$. Kết hợp với $t_1[Z] \neq_{\mathfrak{K}'} t_2[Z]$ (giả thiết phản chứng) và $\mathfrak{K}_{U-X} \geq \mathfrak{K}'_{U-X}$, ta suy ra $t_4[Z] \neq_{\mathfrak{K}'} t_1[Z]$.

Bây giờ, từ $t_4[W] =_{\mathfrak{K}} t_1[W]$ và các điều kiện $\mathfrak{K}_X = \mathfrak{K}'_X, \mathfrak{K}_{U-X} \geq \mathfrak{K}'_{U-X}$ ta suy ra $t_4[W] =_{\mathfrak{K}'} t_1[W]$. Như vậy, $t_4[W] =_{\mathfrak{K}'} t_1[W]$ và $t_4[Z] \neq_{\mathfrak{K}'} t_1[Z]$. Điều này mâu thuẫn với $W \rightarrow_{\mathfrak{K}'} Z$. Mệnh đề đã được chứng minh.■

Như vậy, tính đúng đắn của tập các quy tắc (K1)-(K10) đã được chứng minh và chỉ sử dụng các quy tắc này chúng ta có thể suy ra một số quy tắc tiện dụng hơn.

Mệnh đề 4.2. *Các quy tắc suy diễn (K14), (K15), (K16), (K17) sau đây là đúng đắn:*

(K14) Quy tắc hợp $\{X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} Y, X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}'} Z\} \models X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}''} YZ$ *với* $\mathfrak{K}'' = \mathfrak{K} \wedge \mathfrak{K}'$ *nếu* $\mathfrak{K}'_X = \mathfrak{K}_X$ *và* ($\mathfrak{K}'_Y \leq \mathfrak{K}_Y$ *hoặc* $\mathfrak{K}_Z \leq \mathfrak{K}'_Z$).

(K15) Quy tắc giả bắc cầu $\{X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} Y, WY \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}'} Z\} \models WX \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}''} (Z - WY)$ *với* $\mathfrak{K}'' = \mathfrak{K} \wedge \mathfrak{K}'$ *nếu* $\mathfrak{K}'_{XW} = \mathfrak{K}_{XW}$ *và* $\mathfrak{K}'_Y \leq \mathfrak{K}_Y$.

(K16) Quy tắc phân rã

a) $\{X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} Y,\ X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}'} Z\} \models X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}''} (Z - Y)$ *với* $\mathfrak{K}'' = \mathfrak{K} \wedge \mathfrak{K}'$ *nếu* $\mathfrak{K}'_X = \mathfrak{K}_X$ *và* $\mathfrak{K}'_Y \leq \mathfrak{K}_Y$.

b) $\{X \to\to_{\mathfrak{K}} Y,\ X \to\to_{\mathfrak{K}'} Z\} \models X \to\to_{\mathfrak{K}''} (Y - Z)$ *với* $\mathfrak{K}'' = \mathfrak{K} \wedge \mathfrak{K}'$ *nếu* $\mathfrak{K}'_X = \mathfrak{K}_X$ *và* $\mathfrak{K}_Z \le \mathfrak{K}'_Z$.

c) $\{X \to\to_{\mathfrak{K}} Y,\ X \to\to_{\mathfrak{K}} Z\} \models X \to\to_{\mathfrak{K}} Y \cap Z$

(K17) Quy tắc pha trộn, giả bắc cầu $\{X \to\to_{\mathfrak{K}} Y, XY \to_{\mathfrak{K}} Z\} \models X \to_{\mathfrak{K}} Z - Y$

Chứng minh.

(K14) Từ $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$ theo (K7) ta có

$$X \to\to_{\mathfrak{K}} XY \tag{1}$$

Lại sử dụng (K7) với giả thiết $X \to\to_{\mathfrak{K}'} Z$, ta suy ra $XY \to\to_{\mathfrak{K}'} YZ$ và do đó theo (K6) ta có

$$XY \to\to_{\mathfrak{K}'} U - XYZ \tag{2}$$

Nếu $\mathfrak{K}'_X = \mathfrak{K}_X$ và $\mathfrak{K}'_Y \le \mathfrak{K}_Y$ thì $\mathfrak{K}'_{XY} \le \mathfrak{K}_{XY}$. Vì vậy, áp dụng (K8) cho (1) và (2), ta có

$$X \to\to_{\mathfrak{K}''} U - XYZ, \text{ với } \mathfrak{K}'' = \mathfrak{K} \wedge \mathfrak{K}' \tag{3}$$

Sử dụng (K6) cho (3) ta được

$$X \to\to_{\mathfrak{K}''} YZ - X \tag{4}$$

Lại sử dụng (K7) cho (4) với bộ phận mở rộng được chọn là $YZ \cap X$ ta thu được $X \to\to_{\mathfrak{K}''} YZ$. Trường hợp $\mathfrak{K}'_X = \mathfrak{K}_X$ và $\mathfrak{K}_Z \le \mathfrak{K}'_Z$ việc chứng minh hoàn toàn tương tự.

(K15) Sử dụng (K7) cho giả thiết $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$ thu được

$$WX \to\to_{\mathfrak{K}} WY \tag{5}$$

Từ điều kiện của quy tắc (K15), ta suy ra $\mathfrak{K}'_{WY} \le \mathfrak{K}_{WY}$. Do vậy kết hợp (5) và giả thiết $WY \to\to_{\mathfrak{K}'} Z$, sử dụng (K8), ta được $WX \to\to_{\mathfrak{K}''} (Z - WY)$ với $\mathfrak{K}'' = \mathfrak{K} \wedge \mathfrak{K}'$.

(K16) (a) Sử dụng (K7) lần lượt cho các giả thiết $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$, $X \to\to_{\mathfrak{K}'} Z$ ta có

$$X \to\to_{\mathfrak{K}} XY \tag{6}$$

và

$$XY \to\to_{\mathfrak{K}'} YZ \tag{7}$$

Từ các điều kiện $\mathfrak{K}'_X = \mathfrak{K}_X$ và $\mathfrak{K}'_Y \le \mathfrak{K}_Y$, suy ra $\mathfrak{K}'_{XY} \le \mathfrak{K}_{XY}$. Vì vậy, sử dụng (K8) đối với (6) và (7) ta có

$$X \to\to_{\mathfrak{K}''} Z - XY \tag{8}$$

với $\mathfrak{K}'' = \mathfrak{K} \wedge \mathfrak{K}'$. Bây giờ, mở rộng (8) với $(X - Y) \cap Z$ bằng (K7) ta thu được $X \to\to_{\mathfrak{K}''} Z - Y$.

(b) Được suy ra trực tiếp từ (a) nhờ tính đối xứng của giả thiết.

(c) Tương tự như phần chứng minh cho (a) trong đó lấy $\mathfrak{K}' = \mathfrak{K}$ ta đã kết luận được

$$X \to\to_{\mathfrak{K}} X(Z - XY) \tag{9}$$

Mở rộng $X \to\to_{\mathfrak{K}} Z$ với $Z - XY$ bằng (K7) ta có

$$X(Z - XY) \to\to_{\mathfrak{K}} Z \tag{10}$$

Sử dụng (K8) đối với (9) và (10) thu được

$$X \to\to_{\mathfrak{K}} (Y \cap Z) - X \tag{11}$$

Mở rộng (11) với $X \cap Y \cap Z$ bằng (K7) ta được $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y \cap Z$.

(K17) Từ $X \to\to_{\mathfrak{K}} Y$ và (K7), (K8) ta suy ra $X \to\to_{\mathfrak{K}} U - XY$. Kết hợp với giả thiết $XY \to_{\mathfrak{K}} Z$ và sử dụng (K10) ta có $X \to_{\mathfrak{K}} Z - XY$. Hơn nữa theo (K1), $X \to_{\mathfrak{K}} ((X \cap Z) - Y)$. Vì vậy $X \to_{\mathfrak{K}} Z - Y$ theo Định lý 3.1(iii) với nhận xét là $(Z - XY) \cup ((X \cap Z) - Y) = Z - Y$.

Sau đây chúng ta sẽ chứng minh tính đầy đủ của tập quy tắc suy diễn (K1)-(K10).

5. TÍNH ĐẦY ĐỦ CỦA TẬP CÁC QUY TẮC SUY DIỄN

Trước tiên là một số định nghĩa liên quan đến việc chứng minh tính đầy đủ của một tập quy tắc suy diễn.

Định nghĩa 5.1. Cho F và G là tập các phụ thuộc hàm mờ và phụ thuộc đa trị mờ tương ứng trên U. Bao đóng của $F \cup G$, kí hiệu là $(F, G)^+$, là tập các phụ thuộc hàm mờ và phụ thuộc đa trị mờ suy diễn được từ $F \cup G$ nhờ các quy tắc suy diễn $(K1) - (K10)$.

Định nghĩa 5.2. Cho F và G là tập các phụ thuộc hàm mờ và phụ thuộc đa trị mờ tương ứng trên U. Với mỗi $X \subseteq U$ và $\mathfrak{K}$ là một mức tương tự trên U, bao đóng $X^+_{\mathfrak{K}}$ của X (ứng với F và G) là tập hợp $\{A \in U | X \to_{\mathfrak{K}} A \in (F, G)^+\}$.

Mệnh đề 5.1. *$X \to_{\mathfrak{K}} Y$ thuộc $(F, G)^+$ khi và chỉ khi $Y \subseteq X^+_{\mathfrak{K}}$, ở đây $X^+_{\mathfrak{K}}$ là bao đóng mức $\mathfrak{K}$ của X ứng với F và G.*

Chứng minh. Đặt $Y = A_1 ... A_n$ với $A_1, ..., A_n$ là các thuộc tính và giả sử rằng $X \to_{\mathfrak{K}} Y$ thuộc $(F, G)^+$. Theo (K13), ta suy ra $X \to_{\mathfrak{K}} A_i$ thuộc $(F, G)^+$ với mỗi $i = 1, ..., n$. Và vì vậy theo Định nghĩa 5.2 $A_i \in X^+_{\mathfrak{K}}$ nên $Y \subseteq X^+_{\mathfrak{K}}$. Ngược lại, giả sử $Y \subseteq X^+_{\mathfrak{K}}$, tức là $A_i \in X^+_{\mathfrak{K}}$ và $X \to_{\mathfrak{K}} A_i$ thuộc $(F, G)^+$ với mỗi $i = 1, ..., n$. Theo (K11), ta suy ra $X \to_{\mathfrak{K}} Y$ thuộc $(F, G)^+$.

Mệnh đề 5.2. *Cho $X \subseteq U$, khi đó tập $U - X$ có thể phân hoạch thành các khối $W_1, ..., W_m$ sao cho với mọi $Z \subseteq U - X$, $X \to\to_{\mathfrak{K}} Z$ khi và chỉ khi Z là hợp của một số các khối W_i.*

Chứng minh. Đầu tiên xem toàn bộ $U - X$ là một khối W_1. Giả sử đến một thời điểm nào đó $U - X$ đã được phân hoạch thành các khối $W_1, ..., W_n$ $(n \geq 1)$ và $X \to\to_{\mathfrak{K}} W_i$ với mọi $i = 1, ..., n$. Nếu $X \to\to_{\mathfrak{K}} Z$ và Z không là hợp của các W_i thì ta phân hoạch mỗi W_i thành $W_i \cap Z$ và $W_i - Z$. Theo (K16), ta có $X \to\to_{\mathfrak{K}} W_i \cap Z$ và $X \to\to_{\mathfrak{K}} W_i - Z$. Vì tập thuộc tính U hữu hạn nên cuối cùng ta phân hoạch được $U - X$ sao cho với mọi $X \to\to_{\mathfrak{K}} Z$, Z đều là hợp của một số các W_i. Ngược lại, nếu Z là hợp các W_i thì từ (K14) ta suy ra $X \to\to_{\mathfrak{K}} Z$.

Bây giờ chúng ta sẽ phát biểu và chứng minh tính đầy đủ của tập các quy tắc suy diễn (K1)-(K10) đối với một lớp các lược đồ quan hệ thỏa một số điều kiện nhất định.

Định lý 5.1. *Với một mức $\mathfrak{K}$ cho trước, tập các quy tắc suy diễn (K1)-(K10) là đầy đủ đối với các lược đồ quan hệ thỏa mãn điều kiện: miền trị của mỗi thuộc tính $A_i \in U$ đều tồn tại một cặp a_i, b_i sao cho $a_i \neq_{\mathfrak{K}_{A_i}} b_i$.*

Chứng minh. Để chứng minh tính đầy đủ của (K1)-(K10) đối với lớp các lược đồ quan hệ thỏa mãn điều kiện nêu trên, ta sẽ chứng minh rằng nếu F và G tương ứng là tập phụ thuộc hàm mờ và phụ thuộc đa trị mờ (gọi chung là phụ thuộc mờ) cho trước của một lược đồ quan hệ trên tập thuộc tính U và d là một phụ thuộc mờ không suy diễn được từ F và G bởi tập các quy tắc (K1)-(K10), tức là $d \notin (F,G)^+$, thì tồn tại một quan hệ r thỏa các phụ thuộc mờ trong $(F,G)^+$ nhưng không thỏa d.

Thật vậy, giả sử d là phụ thuộc mờ có mức $\mathfrak{K}$ và vế trái là X. Theo Mệnh đề 5.2, đối với X ta có tập $Y_1, ..., Y_n$ là một phân hoạch trên $U - X$ tương ứng với F và G. Đặt $X_{\mathfrak{K}}^+ = \{A \in U | X \rightarrow_{\mathfrak{K}} A \in (F,G)^+\}$. Khi đó $X \rightarrow_{\mathfrak{K}} X_{\mathfrak{K}}^+ \in (F,G)^+$ và theo (K9), $X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} X_{\mathfrak{K}}^+ \in (F,G)^+$. Theo (K6), ta suy ra $X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} U - X_{\mathfrak{K}}^+ \in (F,G)$; và vì vậy theo Mệnh đề 5.2 thì $U - X_{\mathfrak{K}}^+$ là hợp của một số các W_i với $W_i \in \{Y_1, ..., Y_n\}$, tức là $U - X_{\mathfrak{K}}^+ = \bigcup_{i=1}^m W_i$. Bây giờ, chúng ta sẽ xây dựng quan hệ r gồm 2^m bộ như sau:

$X_{\mathfrak{K}}^+$	W_1	W_2	...	W_m
$(a_i)_{i\in I_0}$	$(a_i)_{i\in I_1}$	$(a_i)_{i\in I_2}$	...	$(a_i)_{i\in I_m}$
$(a_i)_{i\in I_0}$	$(b_i)_{i\in I_1}$	$(a_i)_{i\in I_2}$	...	$(a_i)_{i\in I_m}$
$(a_i)_{i\in I_0}$	$(a_i)_{i\in I_1}$	$(b_i)_{i\in I_2}$	...	$(a_i)_{i\in I_m}$
...	...	...	...	...
$(a_i)_{i\in I_0}$	$(b_i)_{i\in I_1}$	$(b_i)_{i\in I_2}$	...	$(a_i)_{i\in I_m}$
...	...	...	...	...
$(a_i)_{i\in I_0}$	$(b_i)_{i\in I_1}$	$(b_i)_{i\in I_2}$	...	$(b_i)_{i\in I_m}$

Ví dụ với $m = 3$ và mỗi tập $X_{\mathfrak{K}}^+$, W_1, W_2, W_3 chỉ chứa 1 thuộc tính, r sẽ gồm 8 bộ: $< a,a,a,a >, < a,b,a,a >, < a,a,b,a >, < a,a,a,b >, < a,b,b,a >, < a,b,a,b >, < a,a,b,b >, < a,b,b,b >$.

Trước tiên chúng ta chứng minh r thỏa F và G. Giả sử $Y \rightarrow_{\mathfrak{K}} Z$ là một phụ thuộc hàm mờ mức $\mathfrak{K}$ thuộc F. Đặt $W = \bigcup_{i\in I} W_i$ với $I = \{i | Y \cap W_i \neq \emptyset\}$. Dễ thấy $Y \subseteq X_{\mathfrak{K}}^+ W$ và vì vậy $X_{\mathfrak{K}}^+ W \rightarrow_{\mathfrak{K}} Z \in (F,G)^+$ theo (K1) và (K4).

Theo Mệnh đề 5.2, ta lại có $X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} W \in (F,G)^+$. Hơn nữa, $X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} X_{\mathfrak{K}}^+ \in (F,G)^+$ nên sử dụng (K14) ta suy ra $X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} X_{\mathfrak{K}}^+ W \in (F,G)^+$. Theo (K17), $X \rightarrow_{\mathfrak{K}} Z - X_{\mathfrak{K}}^+ W \in (F,G)^+$. Theo định nghĩa của $X_{\mathfrak{K}}^+$ ta có $Z - X_{\mathfrak{K}}^+ W \subseteq X_{\mathfrak{K}}^+$, tức là $Z - X_{\mathfrak{K}}^+ W = \emptyset$ và vì vậy $Z \subseteq X_{\mathfrak{K}}^+ W$.

Giả sử $t_1, t_2 \in r$ và $t_1[Y] =_{\mathfrak{K}} t_2[Y]$. Theo cách xây dựng r, ta có $t_1[W] =_{\mathfrak{K}} t_2[W]$ và $t_1[X_{\mathfrak{K}}^+] =_{\mathfrak{K}} t_2[X_{\mathfrak{K}}^+]$, tức là $t_1[X_{\mathfrak{K}}^+ W] =_{\mathfrak{K}} t_2[X_{\mathfrak{K}}^+ W]$. Vì vậy $t_1[Z] =_{\mathfrak{K}} t_2[Z]$, tức là r thỏa $Y \rightarrow_{\mathfrak{K}} Z$.

Bây giờ, giả sử $Y \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} Z$ là một phụ thuộc đa trị mờ mức $\mathfrak{K}$, tức là $Y \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} Z \in G$. Vì $Y \subseteq X_{\mathfrak{K}}^+ W$ và $\emptyset \subseteq X_{\mathfrak{K}}^+ W$ nên sử dụng (K7), ta được $X_{\mathfrak{K}}^+ W \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} Z \in (F,G)^+$. Hơn nữa, theo chứng minh trên $X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} X_{\mathfrak{K}}^+ W \in (F,G)^+$, do vậy theo (K8), $X \rightarrow\rightarrow_{\mathfrak{K}} Z - X_{\mathfrak{K}}^+ W \in (F,G)^+$ và theo Mệnh đề 3.5.2 ta suy ra $Z - X_{\mathfrak{K}}^+ W = \bigcup_{i\in I_1} W_i$ là hợp của một số các W_i với $I_1 \subseteq \{1, ..., m\}$.

Với hai bộ tùy ý $t_1, t_2 \in r$ có $t_1[Y] =_{\mathfrak{K}} t_2[Y]$, tức $t_1[Y] = t_2[Y]$. Theo cách xây dựng r, tồn tại một bộ t_3 có $t_3[Z - X_{\mathfrak{K}}^+ W] = t_1[Z - X_{\mathfrak{K}}^+ W]$ và $t_3[U - (Z - X_{\mathfrak{K}}^+ W) = t_2[U - (Z - X_{\mathfrak{K}}^+ W)]$.

Bây giờ ta sẽ chứng minh t_3 là bộ thỏa các điều kiện trong Định nghĩa 4.1. Thật vậy, do $t_3[U - (Z - X_{\mathfrak{K}}^+ W) = t_2[U - (Z - X_{\mathfrak{K}}^+ W)]$ và $t_2[Y] = t_1[Y]$ nên $t_3[Y] = t_1[Y]$; Từ $t_3[Y] = t_1[Y]$ ta suy ra $t_3[W] = t_1[W]$ và hai bộ tùy ý trong r đều bằng nhau trên $X_{\mathfrak{K}}^+$ nên

$t_3[X^+_{\mathfrak{K}}W] = t_1[X^+_{\mathfrak{K}}W]$. Vì vậy $t_3[Z \cap X^+_{\mathfrak{K}}W] = t_1[Z \cap X^+_{\mathfrak{K}}W]$. Theo cách chọn t_3, $t_3[Z - X^+_{\mathfrak{K}}W] = t_1[Z - X^+_{\mathfrak{K}}W]$. Do đó $t_3[Z] = t_1[Z]$. Còn lại, $t_3[U - YZ] = t_2[U - YZ]$ được suy ra từ $t_3[U - (Z - X^+_{\mathfrak{K}}W)] = t_2[U - (Z - X^+_{\mathfrak{K}}W)]$ với nhận xét $U - YZ \subseteq U - (Z - X^+_{\mathfrak{K}}W)$. Như vậy t_3 thỏa các điều kiện trong Định nghĩa 4.1, tức là r thỏa $Y \to\to_{\mathfrak{K}} Z$.

Bây giờ, chúng ta chứng minh rằng r không thỏa d. Thật vậy, xét trường hợp $d = X \to_{\mathfrak{K}} Y$. Vì $d \notin (F, G)^+$ nên $Y \nsubseteq X^+_{\mathfrak{K}}$. Theo cách xây dựng r, tồn tại hai bộ $t_1, t_2 \in r$ mà $t_1[Y] \neq t_2[Y]$; trong khi đó $t_1[X] = t_2[X]$. Ta suy ra $t_1[X] =_{\mathfrak{K}} t_2[X]$ nhưng $t_1[Y] \neq_{\mathfrak{K}} t_2[Y]$, tức là r không thỏa d.

Trường hợp $d = X \to\to_{\mathfrak{K}} Y \notin (F, G)^+$. Để chứng minh phản chứng giả sử r thỏa d. Do cách xây dựng r nên $Y = X' \cup W'$, ở đây $X' \subseteq X^+_{\mathfrak{K}}$ và $W' = \bigcup_{i \in J} W_i$, với $J \subseteq \{1, ..., m\}$. Theo Mệnh đề 5.1, $X \to_{\mathfrak{K}} X' \in (F, G)^+$ và theo (K9) ta có $X \to\to_{\mathfrak{K}} X' \in (F, G)^+$. Từ $W' = \bigcup_{i \in J} W_i$, với $J \subseteq \{1, ..., m\}$ và Mệnh đề 5.2 ta suy ra $X \to\to_{\mathfrak{K}} W' \in (F, G)^+$. Sử dụng (K14) cho hai kết luận trên ta có $d = X \to\to_{\mathfrak{K}} X' \cup W' \in (F, G)^+$, tức là $d = X \to\to_{\mathfrak{K}} Y \in (F, G)^+$, mâu thuẫn với giả thiết. Vậy r không thỏa d. Định lý đã được chứng minh.■

6. KẾT LUẬN

Trong bài báo này, các phụ thuộc cơ bản trên mô hình CSDL mờ chứa dữ liệu ngôn ngữ đã được nghiên cứu và đặc biệt là phụ thuộc đa trị mờ với những tính chất của nó. Một tập các quy tắc suy diễn được chứng minh là đúng đắn và đầy đủ trên lớp các lược đồ quan hệ thỏa mãn điều kiện nhất định. Điều đáng nói là từ cách tiếp cận xem miền trị của thuộc tính như một ĐSGT, tiêu chuẩn bằng nhau mức k là cơ sở để xác định sự thỏa mãn các loại phụ thuộc nhưng rất linh hoạt thuận tiện cho việc cài đặt vì các tham số khác được tính toán bởi hàm định lượng ngữ nghĩa phụ thuộc trực tiếp vào k. Các dạng chuẩn mờ liên quan đến các phụ thuộc mờ trong bài báo sẽ được quan tâm nghiên cứu tiếp theo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] A. Rajaei, A. B. Dastjerdi, N. G. Aghaee, *I*nternational Journal of Database Management Systems (IJDMS) **3** 3 (2011) 157–169

[2] B.P. Buckles, F.E. Petry, A fuzzy representation of data for relational databases, *Fuzzy Sets and Systems* **7** 3 (1982) 213–226.

[3] B. P. Buckles, Extending the fuzzy database with fuzzy numbers, *Information Sciences* **34** (1984) 145–155.

[4] C. Giardina, I. Sack, D. Sinha, Fuzzy Field Relational Database Tech, *R*eport 8332, Elect. Engng. and Computer Science Dept., Stevens Institute of Technology, Hoboken, NJ, October 1983.

[5] J. Mishra and S. Ghosh, A Multivalued Integrity Constraint in Fuzzy Relational Database, *International Journal of Computational Cognition* **9** 2 (2011) 72–78.

[6] N. C. Ho, L. X. Vinh, On some properties of ordering relation in non-homogeneous hedge algebras, *Journal of Computer Science and Cybernetics* **19** 4 (2003) 373–381.

[7] N.C. Ho, A Topological Completion of Refined Hedge Algebras and a Model of Fuzziness of Linguistic terms, *Fuzzy Sets and Systems* **158** 4 (2007) 436–451.

[8] N.C. Ho, N.V. Long, Fuzziness Measure on Complete Hedge Algebras and Quantitative Semantics of Terms in Linear Hedge Algebras, *Fuzzy Sets and Systems* **158** 4 (2007) 452–471.

[9] N. C. Hồ, L. X. Vinh, N. C. Hào, Thống nhất dữ liệu và xây dựng quan hệ tương tự trong cơ sở dữ liệu ngôn ngữ bằng đại số gia tử, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **25** 4 (2009) 314–332.

[10] N. C. Ho, Fuzzy Databases with Linguistic Data, *Part II: Fuzzy Functional Dependencies.*

[11] I. S. Mustafa, Y. Adnan, A complete axiomatization for fuzzy functional and multivalued dependencies in fuzzy database relations, *Fuzzy Sets and Systems* **117** (2001) 161–181.

[12] H. Prade, The connection between Lipski's approach to incomplete information data bases and Zadeh's Possibility Theory, *P*roc. Int. Conf. Systems Meth. (1982) 402–408.

[13] S. Shenoi, A. Melton and L. T. Fan, Functional Dependencies and Normal Forms in the Fuzzy Relational Database Model, *Information Sciences* **60** (1992) 1–28.

[14] A. Takaci, Comparing Fuzzy Attribute Values in FRDB, *SISY 4th Serbian-Hungarian Joint Symposium on Intelligent Systems* (2006) 311–317.

[15] H. Thuan, T. T. Thanh, On functional dependencies and multivalued dependencies in fuzzy relational databases, *Journal of Computer Science and Cybernetics* **17** 2 (2001) 13–19.

[16] L. X. Vinh, Xác định tham số cho hệ mờ theo hướng tiếp cận kết hợp đại số gia tử và hệ mờ nơron, *Tạp chí Khoa học Trường Đai học Quy Nhơn* **2** 3 (2008) 97–108.

[17] L. A. Zadeh, The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, *Part I: Information Sciences* **8** 199–249; *Part II: Information Sciences* **8** 301–357; *Part III: Information Sciences* **9** 43–80.

Nhận bài ngày 15 - 11 - 2011