

## TÍNH CỌC MỀM CHỊU TÁC DỤNG CỦA TỔ HỢP TẢI TRỌNG, ĐÓNG TRONG NỀN NHIỀU LỚP BẰNG PHƯƠNG PHÁP MÀ TRẬN CHUYỀN TIẾP

PHAN DŨNG

### § 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Ở nước ta cũng như nước ngoài, móng cọc là loại kết cấu được sử dụng rất rộng rãi trong nhiều ngành xây dựng khác nhau. Tính toán những móng như thế dù là bằng phương pháp nào cũng cần phải biết các ứng lực trong cọc do chuyển vị đơn vị hoặc là chuyển vị do lực đơn vị đặt vào cọc gây ra. Vì vậy tính toán một cọc đơn có ý nghĩa rất quan trọng và là bài toán cơ bản.

Cọc của các công trình hiện nay có đặc điểm là chiều dài khá lớn (chiều cao tự do và nhất là độ sâu đóng coe thường rất lớn) và chịu tác dụng đồng thời của các lực thẳng đứng và nằm ngang. Các phương pháp tính toán cọc mềm chịu tác dụng của tổ hợp tải trọng tuy ngày càng đạt được những bước tiến đáng kể nhưng vẫn chưa thỏa mãn những yêu cầu của thực tế đặt ra, bởi vì:

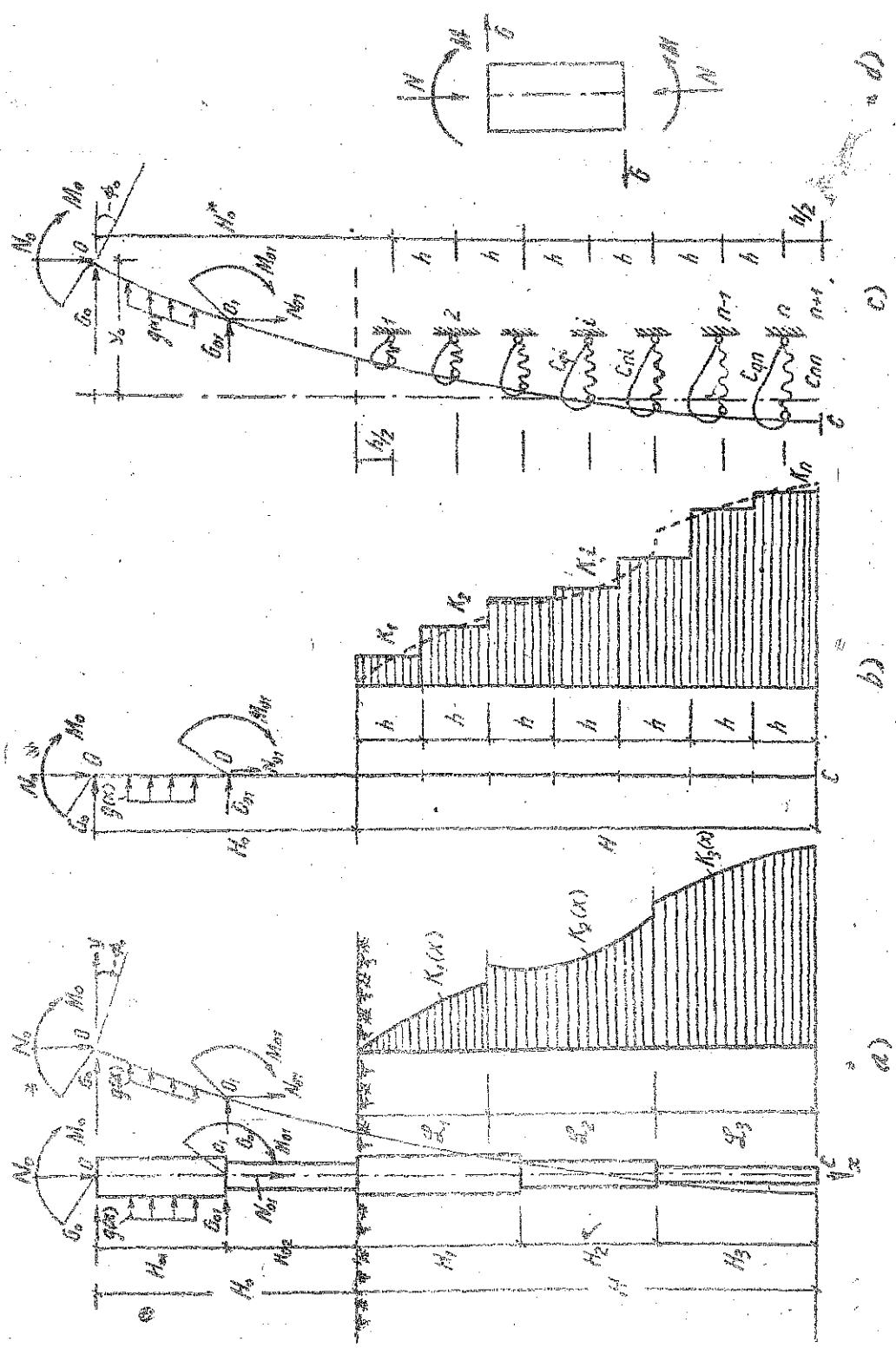
- Chưa giải quyết được bài toán với mức độ tổng quát cao nhất;
- Thuật toán vẫn chưa thật thuận tiện và có hiệu quả cao khi tính trên máy.

Bài báo này sẽ trình bày cách mới tính cọc mềm chịu nén ngang – đọc dựa trên phương pháp mà trận chuyển tiếp cho phép khắc phục được những nhược điểm nêu trên.

### § 2. NỘI DUNG CƠ BẢN

#### i. NGUYỄN LÝ TÍNH TOÁN :

Chúng ta xét một cọc có kích thước tiết diện ngang thay đổi; trên phần chiều cao tự do  $H_0$  chịu tác dụng của các lực đứng  $N$ , lực ngang tập trung  $G$  hoặc phân bố  $g(x)$ , mô men uốn  $M$ ; đóng qua nền biến dạng tuyến tính nhiều lớp, mỗi lớp được đặc trưng bằng hệ số nén thay đổi theo chiều sâu với quy luật nào đó (Hình 1a). Tùy theo tình hình thay đổi độ cứng  $EJ$  của cọc và đặc trưng phân tầng của đất cọc đóng qua mà chia phần cọc ngập trong đất  $H$  ra thành  $n$  đoạn dài  $h = H/n$ , trong phạm vi mỗi đoạn chia, xem giá trị hệ số nén là không đổi (Hình 1b). Sẽ tham gia cùng làm việc của nền đất liên tục bao quanh cọc được thay thế bằng một số lượng hữu hạn các gói đàn hồi chống chuyển vị ngang và chống chuyển vị quay có độ cứng tương ứng là  $C_{ij}$  và  $C_{ij}$  đặt giữa mỗi đoạn. Như vậy bài toán tính cọc sẽ được chuyển về tính dầm liên tục nhiều nhịp trên các gói đàn hồi chịu uốn ngang – đọc theo sơ đồ biến dạng (Hình 1c). Giải bài toán như thế, phương pháp Ma trận chuyển tiếp là tốt nhất [2]. Quy ước dấu dương của nội lực trên hình 1d, dấu dương ngoại lực và chuyển vị ngang ở hình 1a, còn góc



Hình 1

quay ý khi mang dấu âm. Nếu ta biến đổi vector trạng thái chuyển vị – lực lượ tại tiết diện  $i$  là  $W_i$ , bài ma trận cột sau:

$$W_i = \{j, \phi, M, G, 1\}_i, \quad (2.1)$$

thì mối liên hệ giữa các vec tơ nói trên tại  $i$  và tiết diện đầu cọc 0 về là:

$$W_0(h_i) = W_{i+1}(0) = F_1 L_1 \dots F_2 L_2 F_1 L_1 W_i. \quad (2.2)$$

Ở đây:  $F_i$  – ma trận nút, xét đến sự tham gia làm việc của đất nền;

$L_i$  – ma trận nhíp, thể hiện sự làm việc của cọc.

Trong công thức (2.2), vec tơ trạng thái ban đầu chưa biết đầy đủ: hai trong bốn thông số hấy còn là ẩn số. Cách xác định chúng như sau: tương tự như biến thức (2.2), ta viết cho chân cọc:

$$W_c = W_{n+1}(0) = W_n(h_i/2) = L_{n+1} F_n L_n \dots F_1 L_1 W_i. \quad (2.3)$$

Tùy theo điều kiện liên kết đầu cọc và chân cọc ghi trong bảng 1 và nhỏ vào công thức (2.3), ta thiết lập hệ hai phương trình để xác định hai thông số đó.

Bảng 1: Các điều kiện liên kết đầu cọc và chân cọc

Liên kết	Ngầm cứng	Tự do	Gối cứng	Ngầm trượt	Ngầm đàn hồi
Véc tơ trạng thái ban đầu $W_0 =$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_0 \\ G_0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_0 \\ \phi_0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ \phi_0 \\ 0 \\ G_0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_0 \\ 0 \\ M_0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	
Điều kiện biến ở chân cọc	$y_H = \text{const}$ ( $y_H = 0$ ) $\phi_H = \text{const}$ ( $\phi_H = 0$ )	$M_H = 0$ $G_H = 0$	$y_H = \text{const}$ ( $y_H = 0$ ) $M_H = 0$	$\phi_H = \text{const}$ ( $\phi_H = 0$ ) $G_H = 0$	$M_H = \text{const}$ $G_H = \text{const}$

Thí dụ như điều kiện liên kết đầu cọc và chân cọc là tự do, ta lập được hệ sau:

$$\begin{aligned} M_H &= f_1(y_0, \phi_0) = 0 \\ G_H &= f_2(y_0, \phi_0) = 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Giải hệ (2.4), ta thu được giá trị của chuyển vị ngang  $y_0$  và góc xoay  $\phi_0$  ở tiết diện đầu cọc. Và như vậy, vec tơ trạng thái ban đầu  $W_0$  đã xác định, dùng công thức (2.2) ta có thể tìm được chuyển vị và lực tại bất kỳ tiết diện nào của cọc. Nếu gọi  $D$  là định thức của hệ (2.4) thì từ điều kiện

$$\det D = 0, \quad (2.5)$$

ta tính được lực đóng tại ban làm cho cọc mài ổn định trong trường hợp nêu nêu. Ở đây việc xác định giá trị lực này tối hạn được thực hiện bằng phương pháp đồ thị.

## 2. MA TRẬN NHÍP

Việc xác lập tính chất đúng đắn của ma trận nhíp đối với đầm liên tục nhiều nhíp chịu nén ngang – đọc theo số độ biến dạng đã được trình bày trong [3]. Công thức ma trận nhíp cho trường hợp cọc:

– Chịu nén nén:

$$L_i = \begin{bmatrix} 1 & h_i a_i / a_i & \frac{h_i^3(1 - \cos a_i)}{EJ_i a_i^2} & \frac{h_i^3(\sin a_i - \sin a_i)}{EJ_i a_i^2} & y_{a_i}^* \\ 0 & \cos a_i & \frac{h_i \sin a_i}{EJ_i a_i} & \frac{h_i^2(1 - \cos a_i)}{EJ_i a_i^2} & \phi_{a_i}^* \\ 0 & N_i h_i \sin a_i / a_i & \cos a_i & h_i \sin a_i / a_i & M_{a_i}^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 & G_{a_i}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

- chịu uốn kéo:

$$L_i = \begin{bmatrix} 1 & h_i S a_i / a_i & \frac{h_i^2(\chi a_i - 1)}{EJ_i a_i^2} & \frac{h_i^3(S a_i - a_i)}{EJ_i a_i^2} & y_{\chi i}^* \\ 0 & \chi a_i & \frac{h_i S a_i}{EJ_i a_i} & \frac{h_i^2(\chi a_i - 1)}{EJ_i a_i^2} & \phi_{\chi i}^* \\ 0 & N_i h_i S a_i / a_i & \chi a_i & h_i S a_i / a_i & M_{\chi i}^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 & G_{\chi i}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

- Chịu uốn ngang thuận túy:

$$L_i = \begin{bmatrix} 0 & h_i & \frac{h_i^2}{2EJ_i} & \frac{h_i^3}{6EJ_i} & y_i^* \\ 0 & 1 & \frac{h_i}{EJ_i} & \frac{h_i^2}{2EJ_i} & \phi_i^* \\ 0 & 0 & 1 & h_i & M_i^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 & G^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Trong đó:  $i$  – chỉ số đoạn thứ  $i$ ;  $n$  – uốn nén;  $k$  – uốn kéo;  $h$  – chiều dài đoạn cọc bị chia;  $EJ$  – độ cứng chống uốn của đoạn cọc;  $y^*$ ;  $\phi^*$ ,  $M^*$  và  $G^*$  – chuyển vị và nội lực trong cọc do tải trọng ngoài gây ra;  $a$  – hệ số, xác định theo công thức:

$$a_i = h_i (N_i/EJ_i)^{0,5} \quad (2.9)$$

### 3. MA TRẬN NỐT

$$F_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{q1} & 1 & 0 & 0 \\ -C_{q2} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Giá trị của các phần tử  $C_{q1}$  và  $C_{q2}$  phụ thuộc vào các đặc trưng cơ học của mô hình nền tính toán. Trong [4] chúng tôi đã đi đến kết luận rằng mô hình hệ số nền là mô hình hợp lý để tính toán cọc mềm chịu uốn ngang dọc. Trường hợp tổng quát, với hai hệ số nền của Vlasov V.Z. công thức xác định các phần tử này như sau:

$$C_{q1} = K_{q1}(h + \sqrt{2}f), \quad (2.11)$$

$$C_{q2} = K_{q1}L_i(h_i^2/12 + 0,5f^2 + 8^{-0,5}hf). \quad (2.12)$$

với:  $f$  – hệ số xét đến khả năng phân phối tải trọng của đất nền, theo công thức:

$$t = (K_{\text{II}}/K_{\text{III}})^{0.5} \quad (2.13)$$

Các hệ số nền nén  $K_{\text{II}}$  và hệ số nén trượt  $K_{\text{III}}$  được tính theo các công thức đề nghị cũng trong [4], phụ thuộc vào những đặc trưng cơ học của đất có từ thí nghiệm. Khi  $K_{\text{II}} = 0$  thì  $t = 0$ , ta trở về mô hình một hệ số nền của Vincles; các công thức (2.11) và (2.12) sẽ trở nên đơn giản hơn.

#### 4. TRÌNH TỰ TÍNH TOÁN

- Xác định các đặc trưng tĩnh toán của cọc, đất nền và tải trọng;
- Nhận dạng sự làm việc của cọc: uốn – nén, uốn – kéo hay uốn thuận túy;
- Thiết lập công thức ma trận nhịp;
- Thiết lập công thức ma trận nút;
- Tính giá trị các thông số ban đầu;
- Tìm các đại lượng chuyển vị và nội lực trong cọc;
- Xác định phản ứng lực đất lên cọc  $p(x)$ :

$$P(x) = K_n(x) \cdot y(x) \quad (2.14)$$

Bài toán này đã được lập chương trình bằng ngôn ngữ FOTRAN4 và chạy trên Máy tính điện tử IBM-360.

#### § 3. NHỮNG KẾT QUẢ THU ĐƯỢC

Sử dụng phương pháp trình bày trên, chúng tôi đã tiến hành khảo sát một cách có hệ thống về sự làm việc của cọc mềm chịu uốn ngang – dọc cùng những yếu tố ảnh hưởng đến sự làm việc đó. Vì khuôn khổ của bài báo nên ở đây chỉ trình bày tóm tắt một phần trong toàn bộ kết quả đó.

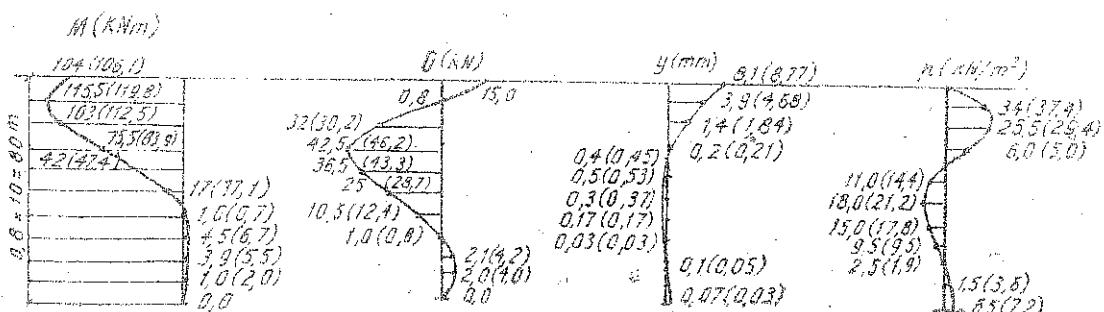
##### I. VỀ PHƯƠNG PHÁP TÍNH

- Đã tiến hành so sánh với một số phương pháp khác cho thấy sự sai khác giữa các kết quả là không đáng kể. Để minh họa điều đó, chúng tôi đưa ra các biểu đồ chuyển vị – nội lực trong cọc (Hình 2) tính theo phương pháp đề nghị và phương pháp ma trận của Zavriev K.X. với số liệu của thí dụ trong [1].
- Với số đoạn chia dù lớn, kết quả tính hội tụ khác nhau.
- Vì sự sai số của chuyển vị ngang  $y_o$  và góc xoay  $\phi_o$  giữa hai lần tính liên tiếp là cùng cấp nên hoàn toàn có thể dùng công thức đánh giá sai số tương đối sau:

$$\Delta y_o = \frac{|y_{o^m} - y_{o^{(m-1)}}|}{|y_{o^m}|} \cdot 100 \leq \varepsilon, \quad (3.1)$$

$$\Delta \phi_o = \frac{|\phi_{o^m} - \phi_{o^{(m-1)}}|}{|\phi_{o^m}|} \cdot 100 \leq \varepsilon,$$

$m$  – lần tính,  $\varepsilon$  – sai số của trước



Hình 2

### 3. VỀ ĐẤT NỀN

Nhiều số liệu tế khác với giả thiết của Vincole là có khả năng phân phối tử trọng tính toán theo phương pháp đề nghị cho thấy đối với bài toán cọc mềm chịu uốn ngang - dọc khả năng nén trên của đất nền đã làm giảm chuyên vị và nội lực trong cọc; nhưng vì đặc điểm của hệ cọc - đất như đã phân tích trong [4] nên lượng giảm đó không đáng kể. Như vậy trong nhiều trường hợp tính toán cọc mềm chịu uốn ngang - dọc có thể dùng chỉ một hệ số nền nén  $K_p$  vẫn đạt được độ chính xác yêu cầu.

### 3. VỀ TÀI TRỌNG VÀ SỰ MẤT ÔN ĐỊNH CỦA CỌC:

- Tiến hành tính toán với cùng một giá trị lực đúng cho cọc chịu uốn nén, uốn kéo và uốn ngang cho thấy các giá trị chuyên vị - nội lực lớn nhất ở trường hợp đầu, khi uốn - kéo là nhỏ nhất còn uốn ngang ở vị trí trung gian. Điều đó hoàn toàn phù hợp với kết luận trong [3].

- Xét ba quy luật phân bố lực đúng theo chiều dài cọc như sau: chữ nhật, parabol và tam giác. Kết quả cho thấy giá trị nội lực - chuyên vị trong cọc nhỏ nhất ở trường hợp đầu, lớn nhất ứng với biểu đồ dạng tam giác còn dạng parabol là trung gian. Tuy vậy sự sai khác giữa kết quả tính theo các biểu đồ khác nhau không nhiều. Nhận xét này giống như kết luận của Kleyn G.K.; do đó để đơn giản, sau này khi tính toán cho phép lấy  $N_i(x) = N = \text{Const.}$

- Về tính ổn định của cọc chịu uốn ngang - dọc: lực kéo (trường hợp cọc bị nhô) làm tăng tính ổn định của cọc. Ngược lại lực nén làm giảm tính ổn định khá nhanh. Dùng phương pháp đồ thị, theo điều kiện (2.5), ta nhanh chóng xác định được lực nén tối hạn là lực đúng mà với giá trị đó cọc có chuyên vị ngang vô cùng lớn. Giá trị của lực đúng, chiều cao tự do của cọc là những đại lượng chính ảnh hưởng đến tính ổn định của cọc.

### 4. ĐỘ NGHIÊNG $\beta$ CỦA CỌC CHỊU LỰC NGANG

Quy ước rằng khi cọc nghiêng cùng chiều với chiều lực ngang thì góc nghiêng  $\beta$  âm; ngược lại,  $\beta$  dương. Tính toán cho thấy, trường hợp cọc có  $\beta$  âm có khả năng chịu lực ngang lớn hơn và ổn định hơn.

### § 4. KẾT LUẬN

1. Phương pháp tính toán cọc mềm chịu uốn ngang - dọc trình bày trên được xây dựng trên cơ sở toán học và cơ học chất chè và đủ chính xác rút ra từ kết quả nghiên cứu sự làm việc đồng thời của hệ cọc - đất trong điều kiện của bài toán đặt ra.

2. So sánh với tất cả các phương pháp tính toán cọc chịu uốn ngang - dọc trước nay, phương pháp đề nghị cho phép giải bài toán có mức độ tổng quát cao hơn về mặt chịu tải, về kích thước và cấu tạo cọc cũng như đất nền. Điều đó làm cho phương pháp này hoàn toàn có khả năng đáp ứng với mọi bài toán tính cọc do thực tế đặt ra.

3. Thuật toán đơn giản, tính thống nhất rất cao và rất thuận tiện cho việc thực hiện trên máy.

4. Phương pháp này có thể áp dụng để tính toán cọc và móng cọc có chuyên vị ngang không lớn, là phương tiện để khảo sát sự làm việc của hệ cọc - đất trong những điều kiện rất khác nhau và cũng là cơ sở để tính toán cọc mềm chịu uốn ngang - dọc trong nền nhiều lớp biến dạng phi tuyến.

Địa chỉ:  
Trường đại học Giao thông Vận tải - bộ

Nhân ngày 1-11-1982

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. ЗАВРИЕВ К.С. Расчет свай на продольно — поперечный изгиб и устойчивость. Основания, фундаменты и механика грунтов №. 1, 1975.
2. PESTEL, E.C., LECKIE, F.A. Matrix Methods in Elastomechanics. New York, 1963.
3. PHAN DŨNG. Về phương pháp Ma trận chuyên tiếp tính đầm liên tục chịu uốn ngang — đọc. Thông báo tại Tiểu ban Cơ học Vật rắn biến dạng, Hội nghị Cơ học toàn quốc, Huế, 1982.
4. PHAN DŨNG. Chọn mô hình nền để tính cọc đơn dài mềm chịu lực ngang có xét đến ảnh hưởng của lực đứng. Thông tin Khoa học kỹ thuật, Trường Đại học giao thông Sát – Bộ, №3, 1982.

## РЕЗЮМЕ

### РАСЧЁТ ГИБКИХ СВАЙ НА ДЕЙСТВИЕ КОМПЛЕКСНЫХ НАГРУЗОК ЗАГЛУБЛЕННЫХ В УПРУГО — МНОГО СЛОЙНОЕ ОСНОВАНИЕ МЕТОДОМ ПЕРЕХОДНЫХ МАТРИЦ

Применяется метод переходных матриц для расчёта гибких свай на продольно — поперечный изгиб, заглубленных в упруго—многослойное основание с двумя коэффициентами. Этот метод даёт возможность решить сложные задачи свайных фундаментов на практике и особенно позволяет учиться распределительные свойства грунтов. Полученный алгоритм простой и удобный как для ручного, так и для машинного счёта.

В статье изложены также некоторые результаты, полученные при исследовании работы свай с помощью применяемого метода.

### TIN VỀ VIỆC CHUẨN BỊ HỘI NGHỊ THÀNH LẬP BAN CƠ HỌC THUỘC VIỆN KHOA HỌC VIỆT NAM

Theo chỉ thị của Chủ tịch Hội đồng Bộ trưởng, trong thời gian qua Ban trù bị Hội nghị thành lập Ban Cơ học thuộc Viện Khoa học Việt Nam đã khẩn trương xác định việc chuẩn bị cho Hội nghị. Ban trù bị đã hoàn thành-bản dự thảo «Phương hướng xây dựng và phát triển ngành Cơ học Việt Nam» bao gồm 4 nội dung chính: Đặc điểm và xu thế phát triển Cơ học hiện đại, Tình hình phát triển Cơ học ở nước ta, Phương hướng công tác của ngành Cơ học trong những năm tới. Biện pháp và Cơ cấu tổ chức ngành Cơ học.

Theo dự kiến, Hội nghị sẽ được triệu tập tại Hà Nội vào cuối năm nay và có khoảng trên 100 đại biểu các ngành Cơ học của cả nước tham dự Hội nghị. Tại Hội nghị này sẽ thông qua phương hướng xây dựng và phát triển ngành Cơ học Việt Nam, góp ý kiến về điều lệ hoạt động của Ban Cơ học và tiến hành việc bầu các thành viên của Ban Cơ học.